

УДК 004.921

С. В. БАЛОВСЯК, Х. С. ОДАЙСЬКА

*Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна***АВТОМАТИЧНЕ ВИДАЛЕННЯ ГАУСОВОГО ШУМУ НА ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕННЯХ ЗА ДОПОМОГОЮ КВАЗІОПТИМАЛЬНОГО ФІЛЬТРА ГАУСА**

*Розроблено математичну модель, спосіб і програмне забезпечення для автоматичного видалення гаусового шуму на цифрових зображеннях за допомогою квазіоптимального фільтра Гауса. Обчислення рівня гаусового шуму виконано методом, який заснований на фільтрації зображень й ітеративному виділенні області інтересу. В якості рівня шуму використано його середнє квадратичне відхилення. Корисний сигнал описано сумою синусоїд, амплітуди і періоди яких обчислено на основі енергетичного спектру початкового зображення. Квазіоптимальне значення середнього квадратичного відхилення ядра фільтра Гауса отримано як значення, при якому мінімізується середнє квадратичне відхилення яскравості фільтрованого зображення від яскравості корисного сигналу. Точність розробленого методу фільтрації перевірено при видаленні гаусового шуму на множині з 100 тестових зображень.*

**Ключові слова:** цифрова обробка зображень, гаусовий шум, фільтр Гауса, автоматична фільтрація зображень, перетворення Фур'є, згортка.

**Вступ**

Видалення шуму на цифрових зображеннях є важливим етапом їх попередньої обробки, наприклад, перед розпізнаванням зображень в системах комп'ютерного зору або перед візуальним сприйняттям їх людиною [1-4]. До цифрової фільтрації зображень, в результаті якої видаляється шум, ставляться дві основні вимоги: фільтрація повинна бути оптимальною й автоматичною. Оптимальність фільтрації зображень полягає в тому, що шумова складова видаляється практично повністю без значних пошкоджень корисного сигналу. Для реалізації оптимального видалення шуму вибираються такі параметри фільтрації, які забезпечують максимальне співвідношення сигнал/шум на зображеннях-результатах. Автоматичність фільтрації означає розрахунок параметрів обробки зображення на основі розподілу яскравості самого зображення (на відміну від ручного режиму).

Поширеним дефектом цифрових зображень є адитивний білий гаусовий шум (Additive White Gaussian Noise – AWGN) [1, р. 149-161, 2. р. 336], тому в даній роботі розглянемо спосіб видалення саме такого виду шуму. Шум в моделі AWGN далі будемо спрощено називати гаусовим шумом. Рівень гаусового шуму описується його середнім квадратичним відхиленням (СКВ)  $\sigma_n$ . Значення  $\sigma_n$  в загальному випадку невідоме, тому для його визначення застосовуються такі методи: засновані на фільтрації методи (filter-based approaches) [4], кускові або блокові методи (patch-based approaches or block-based methods) [4], метод головних компонент (principal component analysis) [4], статистичні методи

(statistical approaches) [5], методи з використанням вейвлетних перетворень (Wavelet transform) [3], методи аналізу Фур'є спектрів зображень [3]. В даній роботі використано високоточний метод обчислення рівня шуму, заснований на фільтрації [6].

Існує велика кількість методів фільтрації гаусового шуму, кожен з яких має свої переваги, недоліки та сферу застосування [1-3]. Всі методи фільтрації зображень поділяються на лінійні та нелінійні. Вихід лінійного фільтра прямо пропорційний до значень яскравостей околу зображення, який покривається маскою (ядром) фільтра. У випадку нелінійного фільтра залежність його виходу від яскравостей околу зображення (в межах ядра фільтра) є нелінійною. Добре відомим лінійним фільтром є фільтр Гауса. При видаленні шуму на зображеннях використовуються низькочастотні лінійні фільтри, які реалізуються як у просторовій, так і в частотній областях. Основним недоліком низькочастотних лінійних фільтрів є розмиття контурів на зображеннях. До поширених нелінійних фільтрів належать медіанні фільтри; білатеральні фільтри; фільтри, засновані на диференційних рівняннях з частковими похідними (PDE – Partial Differential Equations); фільтри, засновані на вейвлет-фільтрації [7]. Нелінійні фільтри, які застосовуються при видаленні шуму на зображеннях, менше згладжують контури, проте це досягається за рахунок ускладнення обробки зображень. Тому в даній роботі використано класичний низькочастотний фільтр Гауса, який є ефективним при видаленні високочастотного шуму на зображенні. Фільтр Гауса описується тільки одним параметром – СКВ  $\sigma_w$  ядра, що спрощує розрахунок оптимальних параметрів фільтра.

На даний час не існує повністю автоматичного методу видалення гаусового шуму на зображеннях, який використовує фільтр Гауса і забезпечує оптимальну фільтрацію зображень-результатів. Розробка такого методу фільтрації є актуальним завданням з наукової і практичної точки зору, оскільки обробка значної кількості зображень в ручному режимі є трудомістким процесом.

Перша проблема, яка виникає при розробці методу автоматичного видалення гаусового шуму на цифрових зображеннях, полягає у розробці високоточного методу визначення рівня шуму  $\sigma_N$ . Друга проблема полягає в автоматичному обчисленні параметрів корисного сигналу, оскільки вони впливають на СКВ ядра фільтра Гауса. Третя проблема полягає в автоматичному визначенні оптимального СКВ  $\sigma_w$  ядра фільтра Гауса на основі попередньо обчислених параметрів шуму і корисного сигналу.

## Постановка задачі

У даній роботі пропонується рішення описаних проблем, які виникають при видаленні гаусового шуму на зображеннях. Перша проблема вирішується шляхом використання автоматичного методу визначення рівня гаусового шуму на зображеннях, який заснований на фільтрації й ітеративному виділенні області інтересу. Друга проблема вирішується в результаті обчислення параметрів корисного сигналу на основі енергетичного спектру початкового зображення. Третя проблема вирішується шляхом перебору значень СКВ  $\sigma_w$  ядра фільтра Гауса і вибору оптимального значення  $\sigma_w$  з врахуванням попередньо обчислених параметрів шуму і корисного сигналу.

*Метою даної роботи є розробка математичної моделі і програми для автоматичного видалення гаусового шуму на цифрових зображеннях шляхом визначення рівня шуму на основі методу фільтрації, обчислення параметрів корисного сигналу на основі енергетичного спектру зображення і вибору оптимального значення СКВ  $\sigma_w$  ядра фільтра Гауса.*

Програмна реалізація розробленого методу автоматичного видалення гаусового шуму на цифрових зображеннях виконана в системі MATLAB [3].

## 1. Метод визначення рівня гаусового шуму на цифрових зображеннях

Експериментальний рівень шуму  $\sigma_{NE}$  обчислюється для початкового цифрового зображення  $f_n$ , яке записується в прямокутну матрицю  $f_n = (f_n(i, k))$ , де  $i = 1, \dots, M$ ,  $k = 1, \dots, N$  (рис. 1а) [3]. Обробка зображень виконується у відтінках сірого, інтенсивність початкового зображення нормується в діапазоні від 0 до 1.

Згідно моделі AWGN густина розподілу ймовірності шуму описується формулою [2, С. 336]:

$$P_{DF}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_N}} \exp\left(-\frac{(z-z_C)^2}{2\sigma_N^2}\right), \quad (1)$$

де  $z$  – яскравість зображення,  $z_C$  – математичне сподівання шуму,  $\sigma_N$  – СКВ шуму; квадрат СКВ шуму називається дисперсією  $D_N = \sigma_N^2$ .

В роботі використано метод обчислення рівня шуму, заснований на фільтрації [6], в якому виділення шумової складової на зображенні  $f_n$  виконується за допомогою високочастотної просторової фільтрації  $f_n$  з ядром фільтра Лапласа  $w_H$ .

$$w_H = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Обчислення рівня шуму виконується тільки в областях інтересу (Region Of Interest – ROI) на зображенні [3, р. 153-158], на яких переважає гаусовий шум. Области інтересу виділяються ітеративно з врахуванням статистичних характеристик гаусового шуму, що дозволяє обчислювати рівень шуму на зображенні з високою точністю на рівні кращих методів-аналогів.

## 2. Математична модель процесу визначення параметрів корисного сигналу

Результат фільтрації зображень залежить як від частотних, так і від амплітудних параметрів корисного сигналу. Тому на основі початкового зображення  $f_n$  обчислюються такі експериментальні параметри корисного сигналу: середня просторова частота  $\nu_{SE}$  та діапазон значень синусоїдального сигналу  $A_{SE}$ . Середній просторовий частоті відповідає середній просторовий період  $T_{SE} = 1/\nu_{SE}$ .

В загальному випадку корисний сигнал на зображенні невідомий, тому в роботі використано дві спрощені моделі корисного сигналу:

1. Яскравість корисного сигналу в певному напрямі описується синусоїдою з амплітудою  $A_{SE}/2$  і періодом  $T_{SE}$  (модель однієї синусоїди); модель використовується, якщо на зображенні існує чітка орієнтація деталей (квазіодномірне зображення).

2. Корисний сигнал описується двома взаємно перпендикулярними синусоїдами з амплітудами  $A_{SE}/4$  і періодами  $T_{SE}$  (модель двох синусоїд, рис. 1а); модель використовується тоді, якщо на зображенні відсутня переважна орієнтація деталей.

Використані моделі корисного сигналу є досить простими, проте дозволяють врахувати спотворення корисного сигналу, які виникають при фільтрації зображень з метою видалення шуму.

Вибрані моделі корисного сигналу дозволяють обчислювати його параметри на основі параметрів початкового зображення, а саме на основі енергетичного спектру  $P_S$  [2, 3], який дорівнює квадрату модуля спектру Фур'є  $F$  для зображення  $f_n$ . З метою спрощення аналізу спектру виконується симетричне розширення зображення  $f_n$  до квадратного [3]. Спектр Фур'є  $F$  отримується в результаті двовимірного прямого дискретного швидкого перетворення Фур'є (Discrete Fast Fourier Transform) за формулою

$$F(m, n) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N f_n(i, k) \times \exp\left(-j \cdot 2\pi \left(\frac{m \cdot (i-1)}{M} + \frac{n \cdot (k-1)}{N}\right)\right), \quad (3)$$

де  $m, n$  – номери частот за висотою  $i$  за шириною,  $m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N; j$  – уявна одиниця.

Номерам частот  $(m, n)$  відповідають значення частот  $(u, v)$  на енергетичному спектрі  $P_S$  за висотою та шириною відповідно. Обчислений енергетичний спектр  $P_S$  центрується так, щоб нульовій частоті відповідав центральний елемент  $P_S$  з координатами  $(M_C, N_C)$  (рис. 1б). Таким чином, елемент  $P_S(M_C, N_C)$  відповідає постійній складовій енергетичного спектру. На основі енергетичного спектру  $P_S$  за теоремою Парсеваля [8] обчислюється СКВ  $\sigma_{S0}$  зображення  $f_n$ :

$$\sigma_{S0} = \frac{1}{MN} \sqrt{\left( \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N P_S(m, n) \right) - P_S(M_C, N_C)}. \quad (4)$$

Отримане СКВ  $\sigma_{S0}$  коректується з врахуванням СКВ шуму  $\sigma_{NE}$ , в результаті чого обчислюється СКВ  $\sigma_S$  корисного сигналу (рис. 1б):

$$\sigma_S = \sqrt{\sigma_{S0}^2 - \sigma_{NE}^2}. \quad (5)$$

На основі енергетичного спектру  $P_S$  шляхом лінійної інтерполяції обчислюється його радіальний розподіл  $P_R(d)$ , де  $d$  – відстань від елемента спектра  $(m, n)$  до його центру  $(M_C, N_C)$ ,  $d=1:1:N_R$ ,  $N_R=[N/2]$  (рис. 1в). Значення  $P_R(d)$  дорівнюють середньому арифметичному  $P_S(m, n)$  для значення  $d$ . Кожному номеру частоти  $d$  відповідає значення частоти  $v_r(d) = d/N$ . Згідно з теоремою Парсеваля значення радіального розподілу  $P_{RN}(d)$  дорівнюють СКВ яскравості зображення  $f_n$  для частоти з номером  $d$ :

$$P_{RN}(d) = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \sqrt{P_R(d)}, \quad (6)$$

де  $d=1, 2, \dots, N_R$ .

Середні частоти розподілів  $P_R(d)$  та  $P_{RN}(d)$  розраховуються з врахуванням частот з номерами від  $N_{Rmin} = 2$  (при  $d \geq 2$  усувається вплив постійної складової яскравості) до  $N_{Rmax} = [N_R * 0.65]$  (при  $d \leq N_{Rmax}$  усувається вплив високочастотного шуму).

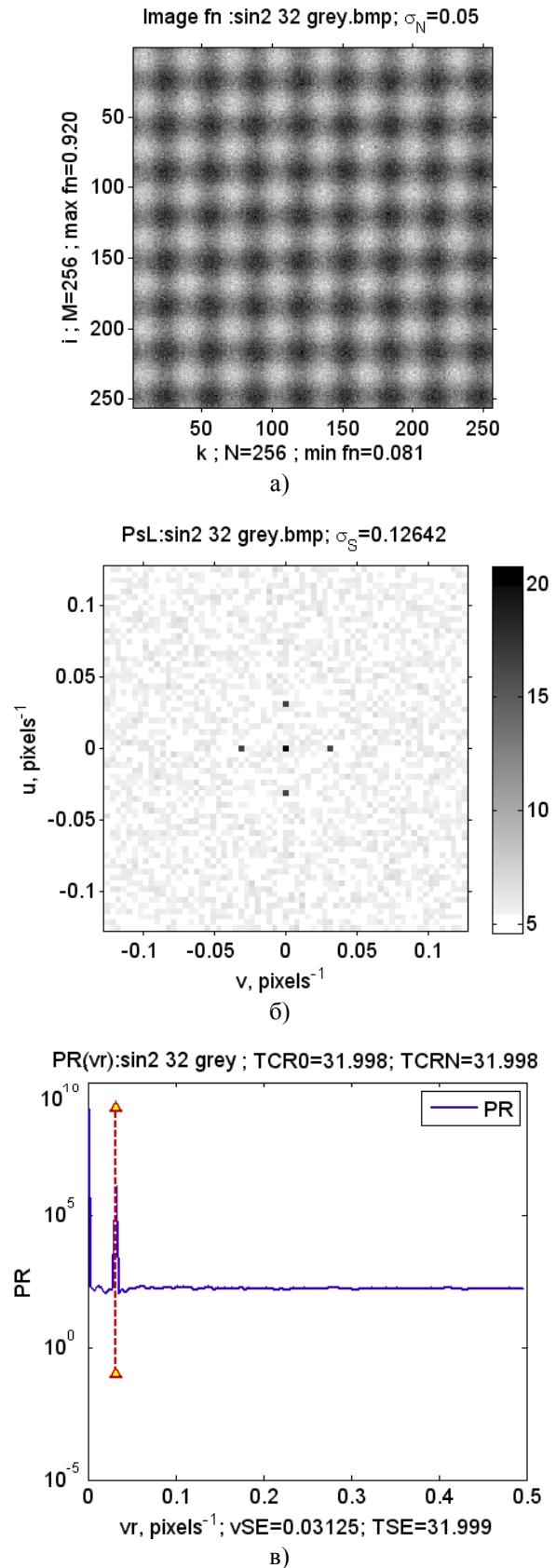


Рис. 1. Визначення експериментальних параметрів корисного сигналу: а) початкове зображення  $f_n$  з шумом  $\sigma_N = 5\%$ ; б) фрагмент енергетичного спектру  $P_S$  зображення  $f_n$  в логарифмічному масштабі; в) радіальний розподіл  $P_R(v_r)$

На основі радіального розподілу  $P_R(d)$  обчислюється його середня частота [9]:

$$v_{CR0} = \frac{\sum_{d=N_{Rmin}}^{d=N_{Rmax}} P_R(d) \cdot v_R(d)}{\sum_{d=N_{Rmin}}^{d=N_{Rmax}} P_R(d)}. \quad (7)$$

Аналогічно на основі розподілу  $P_{RN}(d)$  обчислюється його середня частота  $v_{CRN}$ . Середнім частотам  $v_{CR0}$  та  $v_{CRN}$  відповідають їхні середні просторові періоди  $T_{CR0}$  та  $T_{CRN}$  відповідно (рис. 1в).

Середню частоту  $v_{SE}$  для синусоїд корисного сигналу потрібно вибрати такою, при якій середня квадратична різниця (СКР) між фільтрованим і початковим корисним сигналом (модельованим синусоїдами) була б максимально близькою до СКР між фільтрованим і початковим реальним корисним сигналом. У випадку зображень з однією просторовою частотою значення  $v_{CR0}$  та  $v_{CRN}$  співпадають, тому середня частота  $v_{SE} \approx v_{CR0}$  (рис. 1в). Проте для зображень з багатьма просторовими частотами значення середньої просторової частоти  $v_{SE}$  можуть значно відрізнятися від  $v_{CR0}$  та  $v_{CRN}$ . Тому на основі аналізу результатів фільтрації зображень з малою, середньою і великою кількістю деталей [2, 10] отримано емпіричну формулу для середньої просторової частоти  $v_{SE}$ , яка враховується при обчисленні оптимального СКВ ядра фільтра Гауса:

$$v_{SE} = v_{CRN} + (v_{CRN} - v_{CR0}) \cdot (k_{NE1} + k_{NE2}), \quad (8)$$

де  $k_{NE1}$  – коефіцієнт, що описує нелінійну залежність  $v_{SE}$  від  $\sigma_{NE}$ ;

$k_{NE2}$  – коефіцієнт, що описує нелінійну залежність  $v_{SE}$  від  $\sigma_{NE}$  та від середнього початкового радіального періоду зображення  $T_{SE1}$ :

$$T_{SE1} = \frac{1}{2v_{CRN} - v_{CR0}}. \quad (9)$$

Значення коефіцієнтів обчислюються за формулами:

$$k_{NE1} = c_{11} \cdot \left( \frac{\sigma_{NE}}{c_{12}} \right)^{c_{13}}, \quad (10)$$

де  $c_{11} = 2.5$ ;  $c_{12} = 0.08$ ;  $c_{13} = 0.12$ ;

$$k_{NE2} = \frac{1}{1 + \exp(-(\sigma_{NE} - c_{21}) \cdot c_{22})} \cdot \frac{c_{23}}{T_{SE1}^2}, \quad (11)$$

де  $c_{21} = 0.17$ ;  $c_{22} = 100$ ;  $c_{23} = 1000$ .

Чим більше орієнтований розподіл яскравості на зображенні  $f_n$ , тим в більшій мірі таке зображення відповідає моделі однієї синусоїди, а в меншій мірі – моделі двох синусоїд. Для кількісної оцінки такої міри обчислюється ексцентриситет зображення  $f_{nm}$ :

$$f_{nm} = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} \cdot \sqrt{P_S}. \quad (12)$$

За теоремою Парсеваля значення елементів  $f_{nm}$  дорівнюють СКВ розподілу інтенсивності зображення  $f_n$  для відповідних просторових частот. Якщо розподіл яскравості  $f_n$  має переважну орієнтацію, то

розподіл значень  $f_{nm}$  теж має переважну орієнтацію, яка вимірюється через його центральні дискретні моменти [11, 12]. Спочатку обчислюються центри ваги зображення  $f_{nm}$  за формулами:

$$v_C = \frac{1}{S_f} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f_{nm}(m, n) \cdot \frac{n}{N}, \quad (13)$$

$$u_C = \frac{1}{S_f} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f_{nm}(m, n) \cdot \frac{m}{M}, \quad (14)$$

де  $v_C$  – центр ваги  $f_{nm}$  вздовж осі  $v$ ;

$u_C$  – центри ваги  $f_{nm}$  вздовж осі  $u$ ;

$$S_f = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f_{nm}(m, n) - \text{сума значень } f_{nm}.$$

Дискретні центральні моменти  $f_{nm}$  обчислюються за формулами:

$$\mu_{11} = \frac{1}{S_f} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f_{nm}(m, n) \cdot \left( \frac{n}{N} - v_C \right) \cdot \left( \frac{m}{M} - u_C \right), \quad (15)$$

$$\mu_{20} = \frac{1}{S_f} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f_{nm}(m, n) \cdot \left( \frac{n}{N} - v_C \right)^2, \quad (16)$$

$$\mu_{02} = \frac{1}{S_f} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f_{nm}(m, n) \cdot \left( \frac{m}{M} - u_C \right)^2. \quad (17)$$

Ексцентриситет  $E_{CE}$  [11] обчислюється через дискретні центральні моменти (15-17) за формулою:

$$E_{CE} = \frac{(\mu_{20} - \mu_{02})^2 + 4\mu_{11}^2}{(\mu_{20} + \mu_{02})^2}. \quad (18)$$

Отриманий ексцентриситет  $E_{CE}$  описує ступінь орієнтації для розподілу яскравості зображення  $f_n$ : якщо існує чітка орієнтація – то  $E_{CE} \approx 1$ , якщо на зображенні немає однієї переважної орієнтації – то  $E_{CE} \approx 0$  (рис. 1а), в проміжних випадках  $E_{CE} \approx 0.5$ .

Якщо значення корисного сигналу на зображенні апроксимуються однією синусоїдою ( $E_{CE} \approx 1$ ), тоді діапазон значень синусоїдального сигналу  $A_{SE}$  дорівнює подвоєній амплітуді синусоїди:

$$A_{SE} = 2\sqrt{2}\sigma_S, \quad (19)$$

де  $\sigma_S$  – СКВ корисного сигналу (5).

Якщо значення корисного сигналу на зображенні апроксимуються сумою двох взаємно перпендикулярних синусоїд ( $E_{CE} \approx 0$ ), тоді діапазон значень синусоїдального сигналу  $A_{SE}$ :

$$A_{SE} = 4\sigma_S. \quad (20)$$

Для довільного значення ексцентриситету  $E_{CE}$ , враховуючи (19) і (20), діапазон значень синусоїдального сигналу  $A_{SE}$  отримується лінійною інтерполяцією значень  $A_{SE}$  для  $E_{CE} \approx 0$  та  $E_{CE} \approx 1$ :

$$A_{SE} = 4\sigma_S \cdot (1 - E_{CE}) + 2\sqrt{2}\sigma_S \cdot E_{CE}. \quad (21)$$

Таким чином, обчислюються такі експериментальні параметри корисного сигналу: середній просторовий період  $T_{SE}$ , ексцентриситет  $E_{CE}$ , діапазон значень синусоїдального сигналу  $A_{SE}$ .

### 3. Обчислення квазіоптимального ядра фільтра Гауса

Квазіоптимальне експериментальне значення СКВ ядра фільтра Гауса  $\sigma_{wRE}$  залежить від 4 параметрів початкового зображення (способи обчислення яких описані в попередній розділах):

$$\sigma_{wRE} = \psi(\sigma_{NE}, T_{SE}, E_{CE}, A_{SE}). \quad (22)$$

Значення  $\sigma_{wRE}$  обчислюється як значення СКВ ядра фільтра Гауса  $\sigma_w$ , якому відповідає мінімум кореня середньої квадратичної помилки (КСКП)  $R_{wE}$  (root mean square error – RMSE) яскравості фільтрованого зображення  $g$  відносно яскравості корисного сигналу. СКВ  $\sigma_w$  приймає ряд дискретних значень з номерами  $n_s = 1, \dots, Q_{ns}$  в діапазоні від  $\sigma_{wMin}$  до  $\sigma_{wMax}$ . Оскільки при малих значеннях  $\sigma_w$  навіть незначна зміна  $\sigma_w$  суттєво впливає на результат фільтрації зображень, а при великих значеннях  $\sigma_w$  така ж зміна менше впливає на результат фільтрації, тому значення  $\sigma_w$  змінюються з постійним кроком  $L_{\sigma wS}$  в логарифмічному масштабі.

Для кожного значення  $\sigma_w$  створюється ядро фільтра Гауса  $w$  розміром  $M_w \times N_w$  елементів ( $M_w = N_w = \lceil 6\sigma_w \rceil$  згідно з правилом  $3\sigma$ ) і обчислюються КСКП для шуму та для корисного сигналу:

1.  $R_{Nw}$  – КСКП шумової складової на фільтрованому зображенні  $g$ , який дорівнює:

$$R_{Nw} = k_{Nw} \cdot \sigma_{NE}, \quad (23)$$

де коефіцієнт  $k_{Nw}$  [6] враховує ослаблення шумової складової за рахунок згортки зображення  $f_n$  з ядром фільтра  $w$  за формулою:

$$k_{Nw} = \sqrt{\sum_{m=1}^{M_w} \sum_{n=1}^{N_w} w^2(m, n)}. \quad (24)$$

2.  $R_{Sw}$  – КСКП корисного сигналу на фільтрованому зображенні  $g$  відносно яскравості корисного модельованого сигналу.

При обчисленні  $R_{Sw}$  враховано, що СКВ  $\sigma_w$  ядра фільтра Гауса в просторовій області відповідає СКВ  $\sigma_{wF}$  того ж ядра фільтра в частотній області [2]:

$$\sigma_{wF} = \frac{1}{2\pi\sigma_w}. \quad (25)$$

Якщо значення корисного сигналу на зображенні  $f_n$  описуються однією синусоїдою з частотою  $v_{SE}$  і амплітудою  $A_{SE}/2$ , згідно з теоремою про згортку [2] та з врахуванням (25), амплітуда синусоїди після згортки

$$A_{1g} = \frac{A_{SE}}{2} \cdot \exp\left(\frac{-(v_{SE}^2)}{2\sigma_{wF}^2}\right). \quad (26)$$

В такому випадку КСКП корисного сигналу на фільтрованому зображенні  $g$  відносно корисного сигналу на зображенні  $f_n$  дорівнює:

$$R_{Sw1} = \sqrt{\frac{1}{T_{SE}^2} \sum_{i=1}^{T_{SE}} \sum_{k=1}^{T_{SE}} \left[ \Delta_{A1} \cdot \sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{T_{SE}-1}\right) \right]^2}, \quad (27)$$

де  $\Delta_{A1} = A_{SE}/2 - A_{1g}$ .

Якщо значення корисного сигналу на зображенні  $f_n$  описуються двома синусоїдами з частотами  $v_{SE}$  і амплітудами  $A_{SE}/4$ , згідно з теоремою про згортку та з врахуванням (25), амплітуда кожної синусоїди після згортки

$$A_{2g} = \frac{A_{SE}}{4} \cdot \exp\left(\frac{-(v_{SE}^2)}{2\sigma_{wF}^2}\right). \quad (28)$$

В такому випадку КСКП корисного сигналу на зображенні  $g$  відносно корисного сигналу на зображенні  $f_n$  дорівнює  $R_{Sw2}$  і обчислюється аналогічно до (27).

Для довільного значення ексцентриситету  $E_{CE}$  помилка  $R_{Sw}$  отримується лінійною інтерполяцією значень для  $E_{CE} \approx 0$  та  $E_{CE} \approx 1$  за формулою:

$$R_{Sw} = R_{Sw1} \cdot E_{CE} + R_{Sw2} \cdot (1 - E_{CE}). \quad (29)$$

Оскільки яскравість фільтрованого зображення  $g$  є сумою корисного сигналу та шуму, тому сумарний КСКП корисного сигналу і шуму

$$R_{wE} = \sqrt{R_{Nw}^2 + R_{Sw}^2}. \quad (30)$$

З метою підвищення точності визначення значення СКВ  $\sigma_{wRE}$  проведена інтерполяція залежностей  $R_{Nw}(\sigma_w)$ ,  $R_{Sw}(\sigma_w)$  та  $R_{wE}(\sigma_w)$  за допомогою кубічних сплайнів (рис. 2). На основі мінімального значення інтерпольованої залежності  $R_{wE}(\sigma_w)$  знаходиться оптимальне експериментальне значення СКВ фільтра  $\sigma_{wRE}$ .

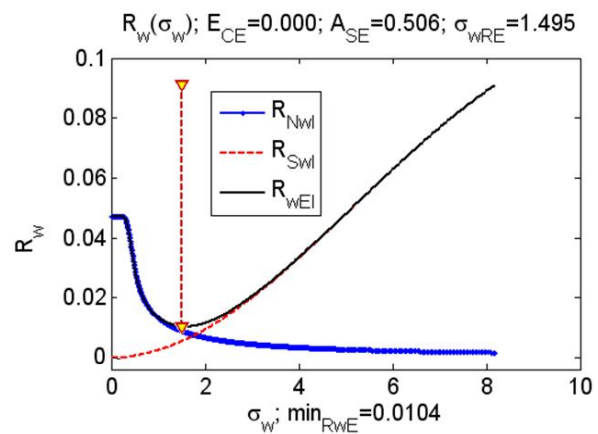


Рис. 2. Інтерпольовані залежності кореню середньої квадратичної помилки (КСКП) для яскравості фільтрованого зображення  $g$  та його складових відносно корисного сигналу на початковому зображенні  $f_n$  (рис. 1а):  $R_{NwI}$  – КСКП шумової складової;  $R_{SwI}$  – КСКП корисного сигналу;  $R_{wEI}$  – КСКП зображення  $g$  (шумової складової та корисного сигналу);  $\sigma_w$  – СКВ ядра фільтра Гауса

В результаті фільтрації зображення КСКП шумової складової  $R_{Nw}$  зменшується (відбувається згладжування шуму), а КСКП корисного сигналу  $R_{Sw}$  поступово збільшується за рахунок розмиття корисного сигналу (рис. 2). При цьому існує мінімум КСКП корисного сигналу і шуму при СКВ ядра фільтра  $\sigma_{wRE}$ , для якого шум на зображенні буде майже повністю видалений, а спотворення корисного сигналу будуть незначними.

#### 4. Видалення гаусового шуму за допомогою фільтра Гауса

На основі експериментального значення СКВ  $\sigma_{wRE}$  створюється ядро фільтра Гауса  $w$ , в результаті згортки з яким початкового зображення  $f_n$  отримується фільтроване зображення  $g$  (рис. 3). Для перевірки точності фільтрації використано тестовий режим, в якому на основі еталонного зображення  $f$  обчислюється зображення  $f_n$  шляхом програмного додавання гаусового шуму з теоретичним СКВ  $\sigma_N$ .

В тестовому режимі обчислюється корінь середньої квадратичної помилки  $R_{MSEg}$  [2] між зображеннями  $g$  та  $f$  (рис. 3)

$$R_{MSEg} = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_i \sum_k [f(i,k) - g(i,k)]^2}, \quad (31)$$

а також пікове відношення сигнал/шум (ПВСШ)  $P_{NSRg}$  (peak signal-to-noise ratio – PSNR) (в децибелах, дБ), яке описується формулою

$$P_{NSRg} = 10 \log_{10} \left[ \frac{f_{\max}^2}{\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N [f(i,k) - g(i,k)]^2} \right] \quad (32)$$

або

$$P_{NSRg} = 20 \log_{10} \left[ \frac{f_{\max}}{R_{MSEg}} \right], \quad (33)$$

де  $f_{\max} = 1$  – максимальне значення яскравості, яке може приймати піксель зображення  $f$ .

Перевірка розробленого методу видалення гаусового шуму шляхом фільтрації виконана при обробці тестових зображень бази BSDS300 [13, 14], до яких програмно додано гаусовий шум з теоретичним СКВ  $\sigma_N$  (рис. 4). Результати визначення експериментального СКВ  $\sigma_{NE}$  гаусового шуму для тестових зображень (рис. 5, табл. 1) показують, що похибка запропонованого методу ( $R_{MSEN} = 0.212$ ) менша за похибку найкращих методів-аналогів (наприклад, для методу РСАР [7]  $R_{MSEN} = 0.277$ ).

Значення КСКП  $R_{MSEg}$ , які обчислено запропонованим методом, перевищують оптимальні значення

$R_{MSEgC}$  в середньому на незначну величину 0.0008,

Image g: sin2 32 grey ;  $\sigma_N = 0.05$ ;  $\sigma_{wRE} = 1.495$

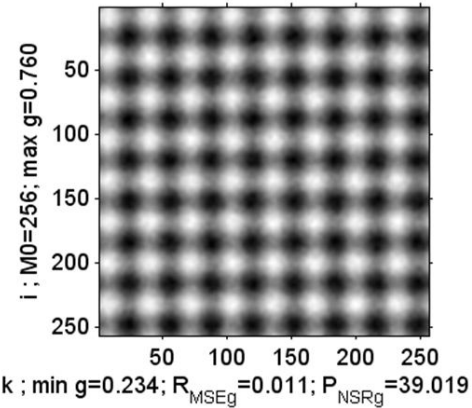


Рис. 3. Фільтроване зображення  $g$ , отримане на основі початкового  $f_n$  (рис. 1 а)

що свідчить про ефективність розробленого методу (рис. 6, табл. 1). Розроблений метод забезпечує також високу візуальну якість фільтрованих зображень (рис. 7). Оптимальні значення КСКП  $R_{MSEgC}$  отримано шляхом фільтрації тестових зображень  $f_n$  при різних значеннях СКВ  $\sigma_w$  ядра фільтра Гауса та порівнянням фільтрованих зображень  $g$  з еталонними  $f$ . Значні помилки обчислення  $\sigma_{NE}$ , а відповідно й  $R_{MSEg}$  та  $P_{NSRg}$ , отримані тільки для зображень, на яких переважають шумоподібні текстури (наприклад, зображення «28\_gravel» на рис. 4).

Таблиця 1

Результати видалення гаусового шуму на зображеннях запропонованим методом для тестової множини (100 зображень) бази BSDS300 [13, 14] (рис. 4-рис. 8), до яких додано гаусовий шум з теоретичним СКВ  $\sigma_N$ ;  $\sigma_{NEA}$  – середнє значення  $\sigma_{NE}$ ;  $R_{MSEN}$  – КСКП між значеннями  $\sigma_{NE}$  та  $\sigma_N$

$\sigma_N$ , %	$\sigma_{NEA}$	$R_{MSEN}$	$R_{MSEg}$	$R_{MSEgC}$	$P_{NSRg}$ , дБ	$P_{NSRgC}$ , дБ
1	1.002	0.188	0.0098	0.0096	40.233	40.373
5	5.006	0.167	0.0351	0.0338	29.385	29.651
10	10.023	0.229	0.0509	0.0496	26.291	26.450
15	14.959	0.240	0.0607	0.0598	24.822	24.905
20	20.029	0.227	0.0674	0.0669	23.942	23.982
<b>1..20</b>		<b>0.212</b>	<b>0.0493</b>	<b>0.0485</b>	<b>28.934</b>	<b>29.072</b>

Оптимальні значення ПВСШ  $P_{NSRgC}$  отримано шляхом фільтрації тестових зображень  $f_n$  при різних значеннях СКВ  $\sigma_w$  ядра фільтра Гауса та порівнянням фільтрованих зображень  $g$  з еталонними  $f$ . Значення пікового відношення сигнал/шум  $P_{NSRg}$ , які обчислено запропонованим методом, менші за оптимальні значення  $P_{NSRgC}$  в середньому на незначну величину 0.138 дБ (рис. 8, табл. 1), тому розроблений метод фільтрації є квазіоптимальним.

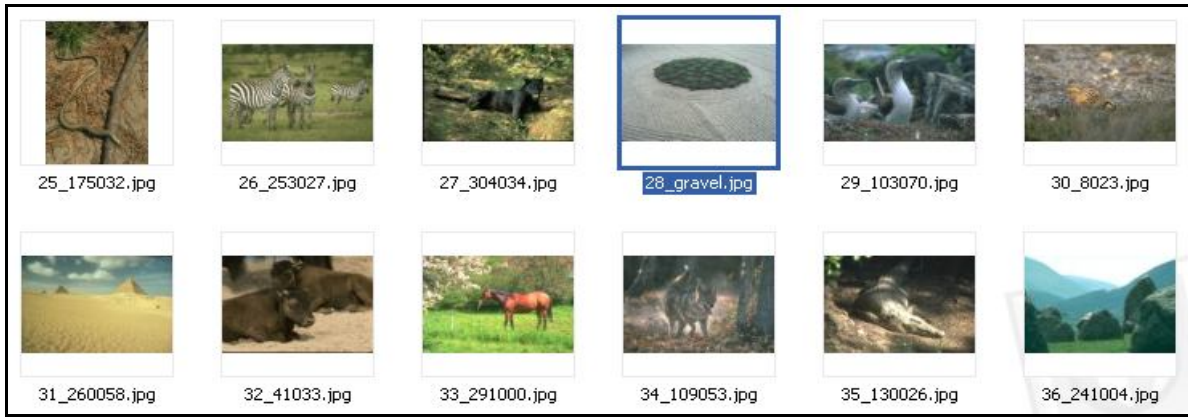


Рис. 4. Зображення бази «Berkeley image database BSDS300» [13, 14] розміром  $481 \times 321$  пікселів, показано зображення №25 - №36 (з 100 зображень)

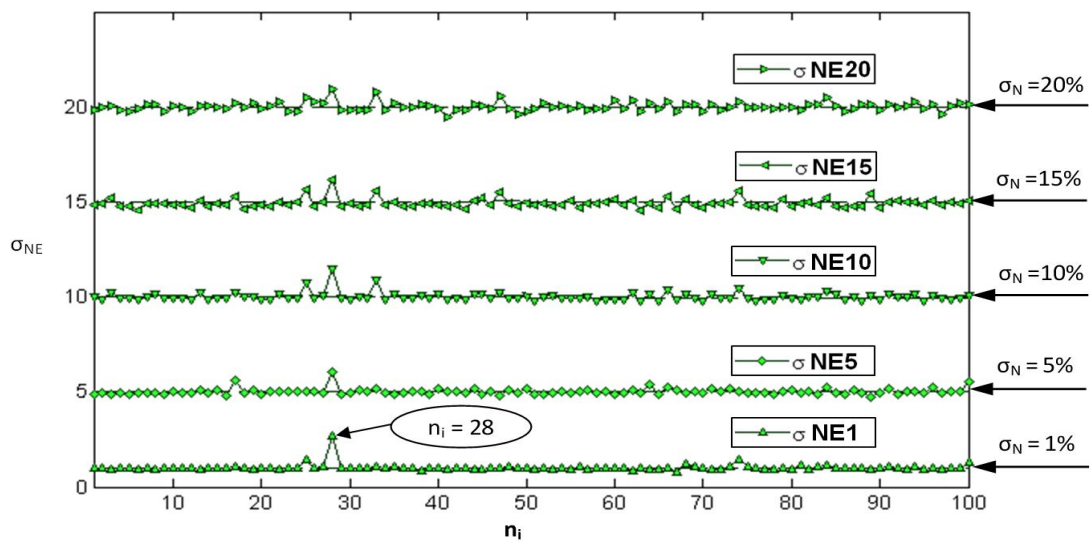


Рис. 5. Результати визначення експериментального СКВ  $\sigma_{NE}$  гаусового шуму запропонованим методом для тестової множини (100 зображень) бази BSDS300 [13, 14] (рис. 4), до яких програмно додано гаусовий шум з теоретичними СКВ  $\sigma_N$ ;  $n_i$  – номер зображення в базі,  $\sigma_{NE1}$ ,  $\sigma_{NE2}$ ,  $\sigma_{NE3}$ ,  $\sigma_{NE4}$ ,  $\sigma_{NE5}$  – експериментальні значення СКВ шуму для  $\sigma_N = 1\%$ ,  $5\%$ ,  $10\%$ ,  $15\%$  і  $20\%$  відповідно

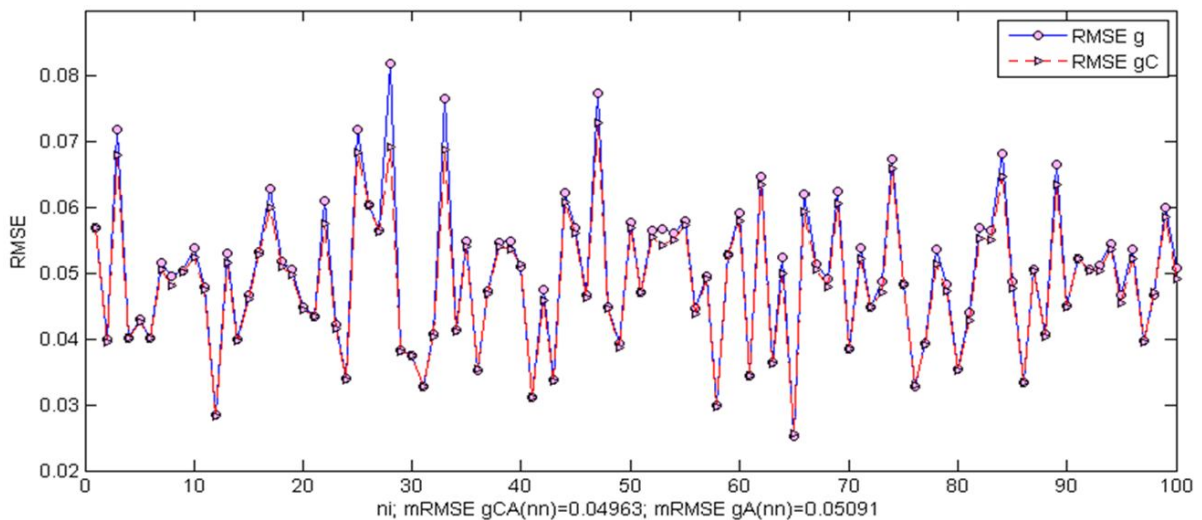


Рис. 6. Значення КСКП між зображеннями  $g$  та  $f$  для 100 зображень бази BSDS300 [13, 14] (рис. 4),  $\sigma_N = 10\%$ ;  $RMSE_g$  – значення, отримані запропонованим методом;  $RMSE_{gC}$  – оптимальні КСКП;  $n_i$  – номер зображення

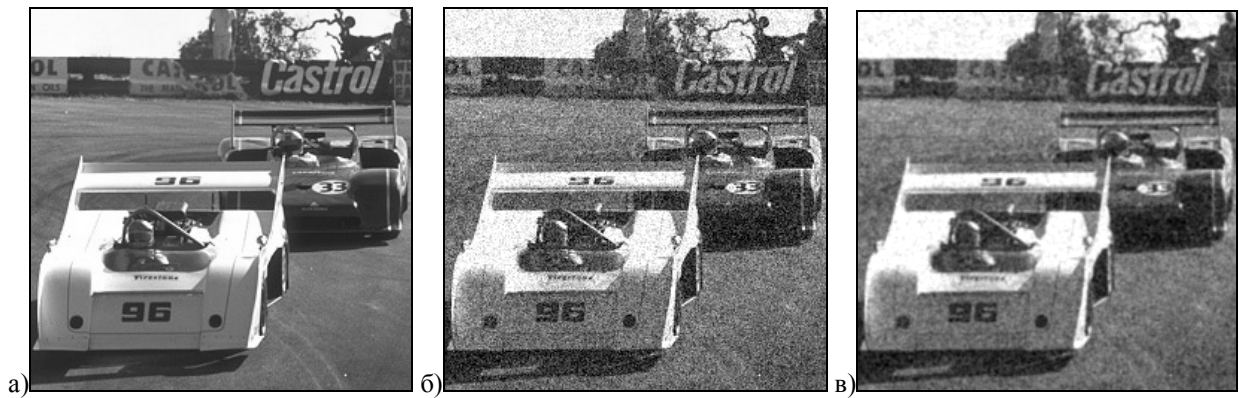


Рис. 7. Фільтрація фрагменту зображення «67\_21077» (розміром  $256 \times 256$  пікселів) бази BSDS300 [13, 14]: а) початкове зображення  $f$ ; б) зображення  $f_n$  з шумом  $\sigma_N=10\%$ ; в) фільтроване зображення  $g$ ,  $\sigma_{wRE} = 0.741$

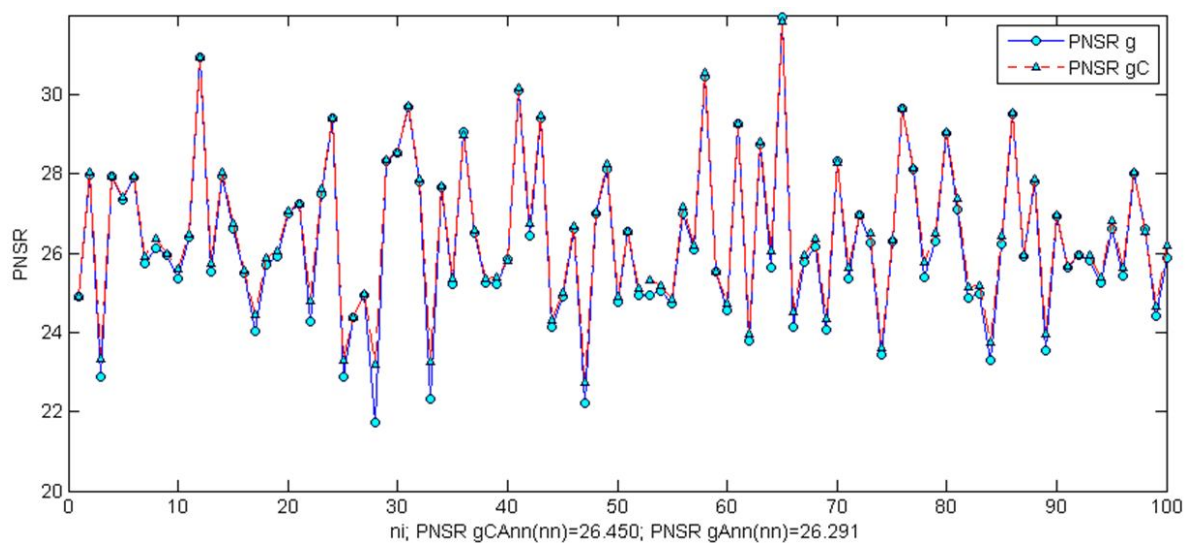


Рис. 8. Значення ПВСШ між зображеннями  $g$  та  $f$  для 100 зображень бази BSDS300 [13, 14] (рис. 4),  $\sigma_N=10\%$ ;  $P_{NSRg}$  – значення КСКП, отримані запропонованим методом;  $P_{NSRgC}$  – оптимальні ПВСШ;  $n_i$  – номер зображення

## Висновки

Розроблено математичну модель, спосіб і програмне забезпечення для автоматичного видалення гаусового шуму на цифрових зображеннях за допомогою оптимального фільтра Гауса. Створено математичну модель, яка передбачає обчислення параметрів шуму і корисного сигналу зображення, на основі яких визначаються параметри оптимального фільтра. Програмно реалізовано обчислення рівня гаусового шуму високоточним методом, який використовує фільтрацію зображень з ітеративним виділенням області інтересу.

Новизна роботи полягає у створенні математичної моделі, яка враховує зменшення рівня шуму та спотворення корисного сигналу, які виникають при фільтрації зображення. У запропонованій моделі корисний сигнал описано сумою синусоїд, амплітуди і періоди яких обчислено на основі енергетично-

го спектру зображення. Модель також враховує орієнтацію розподілу яскравості зображення, яка обчислюється через ексцентриситет енергетичного спектру. Оптимальне значення середнього квадратичного відхилення ядра фільтра Гауса отримано як значення, при якому мінімізується середнє квадратичне відхилення яскравості фільтрованого зображення від яскравості корисного сигналу.

Точність розробленого методу фільтрації перевірено при видаленні гаусового шуму на множині з 100 тестових зображень. Показано, що розроблений метод є квазіоптимальним, оскільки обчислені значення пікового відношення сигнал/шум (PNSR) менші за оптимальні на 0.138 дБ.

Розроблений метод автоматичної фільтрації гаусового шуму може використовуватися в графічних редакторах і в системах відеоспостереження. В перспективі точність методу можна підвищити за рахунок адаптивної локальної обробки контурів зобра-



ження, що дозволяє зберігати їх чіткість при одночасному видаленні шуму на однорідних ділянках.

### Література

1. Bovik, A.L. *The Essential Guide to Image Processing [Text]* / A. L. Bovik. – Elsevier Inc., 2009. – 853 p.
2. Gonzalez, R. *Digital image processing [Text]* / R. Gonzalez, R. Woods. – Prentice Hall, 2002. – 813 p.
3. Gonzalez, R. *Digital Image Processing using MATLAB [Text]* / R. Gonzalez, R. Woods, L. Eddins. – Prentice Hall, 2004. – 609 p.
4. Liu, X. *Single-Image Noise Level Estimation for Blind Denoising [Text]* / X. Liu, M. Tanaka, M. Okutomi // *IEEE Transactions on Image Processing*. – 2013. – Vol. 22, No. 12. – P. 5226- 5237.
5. Zoran, D. *Scale invariance and noise in natural images [Text]* / D. Zoran, Y. Weiss // *Proc. IEEE 12th Int. Conf. Comput. Vis.* – 2009. – P. 2209-2216.
6. Баловсяк, С. В. Автоматичне визначення рівня гаусового шуму на цифрових зображеннях методом виділених областей [Text] / С. В. Баловсяк, Х. С. Одайська // *Кибернетика и вычислительная техника*. – 2017. – Вып. 189. – С. 44-60.
7. *Automatic Estimation and Removal of Noise from a Single Image [Text]* / C. Liu, R. Szeliski, S. B. Kang, C. L. Zitnick, W. T. Freeman // *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. – 2008. – Vol. 30, No. 2. – P. 299-314.
8. *Основы цифровой обработки сигналов [Text]* / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 753 с.
9. *Mean and Median Frequency of EMG Signal to Determine Muscle Force based on Time-dependent Power Spectrum [Text]* / S. Thonhpanja, A. Phinyomark, P. Phukpattaranont, C. Limsakul // *Electronika IR Elektrotehnika*. – 2013. – Vol. 19, No. 3. – P. 51-56.
10. *Image Processing Place. Image Databases [Електронний ресурс]*. – Режим доступу : [http://www.imageprocessingplace.com/root\\_files\\_V3/image\\_databases.htm](http://www.imageprocessingplace.com/root_files_V3/image_databases.htm). – 29.08.2017 p.
11. Russ, J. C. *The Image Processing Handbook [Text]* / J. C. Russ. – Taylor and Francis Group, 2011. – 838 p.
12. Jahne, B. *Digital image processing[Text]* / B. Jahne. – Springer, 2005. – 583 p.
13. Fowlkes, C. *Local Figure/Ground Cues are Valid for Natural Images [Text]* / C. Fowlkes, D. Martin, J. Malik // *Journal of Vision*. – 2007. – Vol. 7 (8), No. 2. – P. 1-9.
14. *The Berkeley Segmentation Dataset and Benchmark. BSDS300 [Електронний ресурс]*. – Ре-

жим доступу: <https://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds>. – 29.08.2017 p.

### References

1. Bovik, A.L. *The Essential Guide to Image Processing*. Elsevier Inc., 2009. 853 p.
2. Gonzalez, R. *Digital image processing*. Prentice Hall, 2002. 813 p.
3. Gonzalez, R., Woods, R., Eddins, L. *Digital Image Processing using MATLAB*. Prentice Hall, 2004. 609 p.
4. Liu, X., Tanaka, M., Okutomi, M. *Single-Image Noise Level Estimation for Blind Denoising*. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, vol. 22, no. 12, pp. 5226- 5237.
5. Zoran, D., Weiss, Y. *Scale invariance and noise in natural images*. *Proc. IEEE 12th Int. Conf. Comput. Vis.* 2009, pp. 2209-2216.
6. Balovsyak, S.V., Odaiska, Kh.S. *Avtomatychne vyznachennya rivnya hausovoho shumu na tsyfrovyykh zobrazhennyakh metodom vydilyenykh oblastey [Automatic determination of level of Gaussian noise in digital images by method of the selected regions]*. *Cybernetics and Computer Engineering*, 2017, vol. 189, pp. 44-60.
7. Liu, C., Szeliski, R., Kang, S. B., Zitnick, C. L., Freeman, W. T. *Automatic Estimation and Removal of Noise from a Single Image*. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2008, vol. 30, no. 2, pp. 299-314.
8. Solonyna, A. Y., Ulakhovych D.A., Arbuzov, S.M., Solov'eva, E.B. *Osnovy tsyfrovoy obrabotky syhnalov*. [Fundamentals of digital signal processing] SPb., BKhV-Peterburh Publ., 2005. 753 p.
9. Thonhpanja, S., Phinyomark, A., Phukpattaranont, P., Limsakul, C. *Mean and Median Frequency of EMG Signal to Determine Muscle Force based on Time-dependent Power Spectrum*. *Electronika IR Elektrotehnika*, 2013, vol. 19, no. 3, pp.51-56.
10. *Image Processing Place. Image Databases*. Available at: [http://www.imageprocessingplace.com/root\\_files\\_V3/image\\_databases.htm](http://www.imageprocessingplace.com/root_files_V3/image_databases.htm) (accessed 29.08.2017).
11. Russ, J. C. *The Image Processing Handbook*. Taylor and Francis Group, 2011. 838 p.
12. Jahne, B. *Digital image processing*. Springer, 2005. 583 p.
13. Fowlkes, C., Martin, D., Malik, J. *Local Figure/Ground Cues are Valid for Natural Images*. *Journal of Vision*, 2007, vol. 7 (8), no. 2, pp. 1-9.
14. *The Berkeley Segmentation Dataset and Benchmark. BSDS300*. Available at: <https://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds> (accessed 29.08.2017).

Поступила в редакцію 4.09.2017, рассмотрена на редколлегии 14.09.2017

**АВТОМАТИЧЕСКОЕ УДАЛЕНИЕ ГАУССОВСКОГО ШУМА НА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ С ПОМОЩЬЮ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА ГАУССА***С. В. Баловсяк, Х. С. Одайская*

Разработана математическая модель, способ и программное обеспечение для автоматического удаления гауссовского шума на цифровых изображениях с помощью квазиоптимального фильтра Гаусса. Вычисление уровня гауссовского шума выполнено методом, который основан на фильтрации изображений и итеративном выделении области интереса. В качестве уровня шума использовано его среднее квадратичное отклонение. Полезный сигнал описан суммой синусоид, амплитуды и периоды которых вычислены на основе энергетического спектра начального изображения. Квазиоптимальное значение среднего квадратичного отклонения ядра фильтра Гаусса получено как значение, при котором минимизируется среднее квадратичное отклонение яркости фильтрованного изображения от яркости полезного сигнала. Точность разработанного метода фильтрации проверена при удалении гауссовского шума на множестве из 100 тестовых изображений.

**Ключевые слова:** цифровая обработка изображений, гауссовский шум, фильтр Гаусса, автоматическая фильтрация изображений, преобразование Фурье, свертка.

**AUTOMATIC REMOVAL OF GAUSSIAN NOISE IN DIGITAL IMAGES BY QUASIOPTIMAL GAUSS FILTER***S. V. Balovsyak, Kh. S. Odaiska*

A mathematical model, method and software are developed for the automatic removal of Gaussian noise in digital images by quasioptimal Gaussian filter. The calculation of Gaussian noise level is performed by a method which based on image filtering and iterative selection of region of interest. As the noise level its standard deviation is used.

The useful signal in the image is described by the sum of sinusoids. In the first model the brightness of the useful signal is described by one sinusoid, and in the second model by two mutually perpendicular sinusoids. The used models allow us to take into account distortions of useful signal that arise when filtering images to remove noise. The periods and amplitudes of the sinusoid of the useful signal are calculated based on the radial distribution for the power spectrum of the initial image. The orientation of the brightness of the initial image is expressed in terms of the eccentricity, which is calculated on the basis of the central discrete moments of its power spectrum, transformed in accordance with Parseval's theorem.

The parameters of the quasioptimal Gaussian filter are calculated on the basis of the four above-described parameters of the initial image: noise level, eccentricity of the image, period and amplitude of sinusoid of the useful signal. The quasioptimal value of the standard deviation of the Gaussian filter kernel is obtained as the value, at which the standard deviation of brightness of the filtered image from the brightness of useful signal is minimized. When calculating the quasioptimal kernel of the Gaussian filter, simultaneous reduction of the noise level and distortion of the useful signal that occur as a result of low-frequency filtering of the initial image are taken into account.

The accuracy of the developed filtering method was verified by removing of Gaussian noise on a set of 100 test images. To estimate the accuracy of the filtering of test images, the root mean square error between the brightness of the filtered and the initial images was used, as well as the peak signal-to-noise ratio for the filtered images. An analysis of the peak signal-to-noise ratio for test filtered images showed that the developed method for removing Gaussian noise is quasioptimal. Software implementation of the developed method of automatic removal of Gaussian noise in digital images is performed in the MATLAB system.

**Key words:** digital image processing, Gaussian noise, Gaussian filter, automatic image filtering, Fourier transform, convolution.

**Баловсяк Сергій Васильович** – канд. фіз.-мат. наук, доц., доцент каф. комп'ютерних систем та мереж, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна, e-mail: s.balovsyak@chnu.edu.ua.

**Одайська Христина Савелівна** – аспірант кафедри комп'ютерних систем та мереж, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна, e-mail: odaiska.kristina@gmail.com.

**Balovsyak Serhiy Vasiliyovich** – Ph.D., Assistant Professor of the Dept. of Computer Systems and Networks, Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine, e-mail: s.balovsyak@chnu.edu.ua.

**Odaiska Khrystina Saveliivna** – Ph.D.-student of the Department of Computer Systems and Networks, Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine, e-mail: odaiska.kristina@gmail.com.