

УДК 621.372; 616.12-073.7

Н. О. ТУЛЯКОВА, А. Н. ТРОФИМЧУК, А. Е. СТРИЖАК***Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства
НАН Украины*****АЛГОРИТМЫ МИРИАДНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ**

Рассмотрены алгоритмы мириадной фильтрации в скользящем окне данных. Получены оценки эффективности для набора элементарных сигналов в условиях различного уровня гауссова шума и возможно-го наличия импульсных помех. Проанализированы свойства мириадных фильтров и других нелинейных фильтров на основе робастных оценок при различных значениях параметров. Даны рекомендации по выбору наиболее эффективных фильтров в зависимости от вида сигнала и характеристик помех. Показано, что при изменении параметра K свойства мириадного фильтра изменяются от нелинейных, обеспечивающих наилучшее качество обработки скачка функции и устранение выбросов, до линейных свойств, при которых достигается максимальная при фиксированном размере окна степень подавления шума. Полученные оценки качества для комплексной модели одномерного процесса, включающей фрагменты различных сигналов, служат основанием для разработки адаптивных фильтров.

Ключевые слова: робастные оценки максимума правдоподобия, алгоритмы мириадной фильтрации, нелинейные устойчивые фильтры, оценки эффективности.

Введение

Для многих практических ситуаций необходимость выбора методов нелинейной устойчивой фильтрации на основе робастных оценок обусловлена задачей обеспечения приемлемого качества обработки в условиях ограниченного объема априорной информации о модели изменения сигнала и свойствах помех, при негауссовом характере помех, их нестационарности и возможном наличии выбросов. Кроме того, для обработки процессов, содержащих скачки и другие особые точки, может оказаться целесообразным применение только нелинейных фильтров данного класса [1].

Динамические и статистические свойства нелинейных устойчивых фильтров могут зависеть не только от размера апертуры, но и от других параметров, увеличивающих число степеней свободы фильтров. Варьируя эти параметры можно изменять свойства нелинейного фильтра в зависимости от приоритета требований по сохранению определенных видов сигналов и обеспечению высокой степени подавления шума [1, 2]. Адаптация параметров фильтров к свойствам сигнала и помех позволяет достичь приемлемого компромисса противоречивых требований вторичной обработки и высоких показателей качества фильтрации.

Среди нелинейных фильтров, использующих устойчивые (робастные) оценки, мириадный фильтр характеризуется высокой нелинейностью свойств и рядом достоинств: оценкой моды функции плотности распределения вероятностей (ПРВ), изменчиво-

стью свойств в зависимости от параметра K , высокой эффективностью подавления негауссовых помех, описываемых ПРВ с “тяжелыми” и “очень тяжелыми” хвостами. При нелинейных свойствах ($K \rightarrow 0$) мириадный фильтр имеет высокую робастность: устраняет импульсный шум, определяет моду ПРВ, сохраняет скачки, а при линейных ($K \rightarrow \infty$) – обеспечивает высокую степень подавления гауссовых помех [2, 3].

Существует несколько алгоритмов вычисления мириады выборки [2-6], среди которых рассмотрим наиболее эффективные, имеющие быструю реализацию [5, 6]. Исследование эффективности мириадных и других нелинейных фильтров для различных сигналов и условий помех представляет практическую ценность в целях обоснования свойств фильтров и разработки адаптивных методов.

1. Робастные M-оценки

M-оценка – обобщенная оценка максимума правдоподобия (МП), определяется решением экстремальной задачи вида

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Theta} \sum_{i=1}^N \rho(x_i, \theta), \quad (1)$$

где $\theta \in \Theta$ – оцениваемый по выборке $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ параметр, принадлежащий множеству параметров распределения Θ ;

N – объем выборки;

ρ – функция, определенная на области $R \times \Theta$;

x_i – элемент выборки, описываемой функцией

ПРВ $f(x_1, x_2, \dots, x_N; \theta)$.

Метод МП заключается в том, что в качестве оценки $\hat{\theta}$ берется значение, при котором функция правдоподобия $L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_N) = \prod_{i=1}^N f(x_i; \theta)$ или ее логарифм достигает максимума. Это значение является функцией выборки $\hat{\theta} = \Gamma(x_1, \dots, x_N)$ и называется наиболее правдоподобной оценкой параметра распределения θ . Оценка параметра $\hat{\theta}$ находится решением уравнения $\partial \rho / \partial \theta = 0$. Оценки МП имеют замечательные свойства: при общих условиях они состоятельны, асимптотически нормально распределены и имеют среди таких оценок наибольшую эффективность.

Рассмотрим оценку МП местоположения функции ПРВ $f(x; \theta) = f(x - \theta)$ некоторой случайной величины x . Если элементы выборки $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$ принадлежат генеральной совокупности, описываемой гауссовой ПРВ

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp[-(x - \theta)^2 / (2\sigma^2)],$$

где θ – математическое ожидание, σ^2 – дисперсия случайной величины, то логарифм функции правдоподобия имеет вид

$$L(\theta) = -\sum_{i=1}^N (x_i - \theta)^2 / (2\sigma^2) - N \ln \sqrt{2\pi\sigma}.$$

Тогда поиск максимума функции правдоподобия эквивалентен задаче минимизации суммы $\sum_{i=1}^N (x_i - \theta)^2$, решением которой является оптимальная оценка МП, представляющая собой выборочное среднее $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^N x_i / N$.

Для экспоненциальной функции ПРВ $f(x; \theta) = \alpha / 2 \exp(-\alpha |x - \theta|)$, где $\alpha > 0$ – параметр распределения, логарифм функции правдоподобия имеет вид $L(\theta) = -\alpha \sum_{i=1}^N |x_i - \theta| + N \ln \alpha - N \ln 2$.

В данном случае оценка МП $\hat{\theta}$ минимизирует сумму $\sum_{i=1}^N |x_i - \theta|$ и является медианой выборки $\hat{\theta} = \text{med}\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, где $\text{med}\{\cdot\}$ – возвращает центральный элемент упорядоченного вектора $(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)})$ значений случайной величины.

Таким образом, если в (1) используется функция $\rho(x, \theta) = (x - \theta)^2$, то оценкой МП будет выборочное среднее (mean); если $\rho(x, \theta) = |x - \theta|$ – медиана (median). Робастность М-оценки определяется выбором вида функции потерь $\rho(x, \theta)$. Поиск минимума суммы $\sum_{i=1}^N \rho(x_i, \theta)$ для нахождения оптимальной М-оценки сводится к решению урав-

нения $\sum_{i=1}^N \psi(x_i, \theta) = 0$, где $\psi(x, \theta) = \partial \rho(x, \theta) / \partial \theta$.

Помимо медианы к робастным М-оценкам относятся мириада (myriad) и меридиана (meridian) выборки $\{x_i\}_{i=1}^N$, определяющие глобальный минимум по параметру θ функции потерь вида $\rho(x) = \log \{\sigma^p + |x_i - \theta|^p\}$, $\sigma > 0$, $0 < p \leq 2$; где значение $p = 2$ соответствует мириаде, $p = 1$ – меридиане. Мириадная и меридианная оценки $\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \left[\sum_{i=1}^N \log \{\sigma^p + |x_i - \theta|^p\} \right]$ оптимальны для ПРВ, относящихся к семейству распределений Коши, используемых в радиотехнике для описания импульсного шума. В частности, мириадна оптимальна для ПРВ Коши $f(x; \theta) = K / [\pi(K^2 + (x - \theta))]$, где $K > 0$ – параметр масштабирования [2-5].

2. Алгоритмы мириадной фильтрации

Рассмотрим выборку значений случайной величины $\{x_i\}_{i=1}^N$ и множество весов фильтра $\{w_i\}_{i=1}^N$.

Взвешенная мириадная оценка определяется как

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &\triangleq \text{myriad}(x_1 \circ w_1, x_2 \circ w_2, \dots, x_N \circ w_N; K) = \\ &= \arg \min_{\beta} \prod_{i=1}^N [K^2 + w_i (x_i - \beta)^2] = \\ &= \arg \min_{\beta} \sum_{i=1}^N \log [K^2 + w_i (x_i - \beta)^2], \quad (2) \end{aligned}$$

где $x_i \circ w_i$ – весовая операция, $w_i \geq 0$, $i=1, \dots, N$;

N – размер окна фильтра;

K – вещественный параметр, называемый параметром линейности, $K > 0$.

Предложенный в [5] алгоритм поиска мириады использует простой метод Гаусса при решении системы линейных уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов функции регрессии, аппроксимируемой полиномом второго порядка. Таким образом вычисление мириадной оценки сводится к поиску минимума мириадной функции потерь параболического вида, обеспечивающей наименьшую сумму квадратов отклонений $\sum_{i=1}^N (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2)^2$ от эмпирических данных $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$; где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты регрессии. Описываемый алгоритм состоит из следующих этапов:

1) сортируются отсчеты (x_1, x_2, \dots, x_N) в пределах окна фильтра: $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(N)}$;

2) вычисляются значения мириадной функции потерь для каждого отсчета x_i в пределах окна: $y_i = \sum_{j=1}^N \log [K^2 + w_j (x_j - x_i)^2]$;

3) устраняются выбросы в пределах окна: $\forall_{i=1, \dots, N} |x_{(i)}| < \varepsilon$, в результате формируется усе-

ченный вектор $(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N_1)})$, где N_1 – новый размер окна, при этом из множества значений функции $\{y_i\}_{i=1}^N$ устраняются соответствующие элементы y_i , т.е. получаем множество $\{y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(N_1)}\}$.

Порог ε подбирается эмпирически [5];

4) методом наименьших квадратов находятся коэффициенты a_0, a_1, a_2 квадратичной функции регрессии $f_{\text{mytapp}}(\beta) = a_0 + a_1\beta + a_2\beta^2$. Для решения данной задачи формируются матрицы **S** и **T**, удовлетворяющие уравнению

$$\begin{bmatrix} S_0 & S_1 & S_2 \\ S_1 & S_2 & S_3 \\ S_2 & S_3 & S_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \\ T_2 \end{bmatrix},$$

где $S_i = \sum_{j=1}^N x_j^i$, $i=0, 1, \dots, 2m$; $T_k = \sum_{j=1}^N x_j^k y_j$, $k=0, 1, \dots, m$, m – порядок полинома ($m=2$).

5) координата вершины параболы полагается оценкой мириады выборки $\hat{\beta} = -a_1/2a_2$. Найденная таким образом оценка должна принадлежать интервалу $x_{(1)} \leq \hat{\beta} \leq x_{(N)}$. Если данное условие не выполняется, т.е. $\hat{\beta} < x_{(1)}$ или $\hat{\beta} > x_{(N)}$, то выбирается отсчет x_i , соответствующий минимальному значению y_{\min} : $\hat{\beta} \equiv x_{(i)} \mid y_{\min} = \min(y_1, y_2, \dots, y_N)$.

Достоинствами описанного алгоритма поиска мириады являются неиспользование итераций, простота реализации и получение оценок, наиболее близких в смысле минимума среднеквадратической ошибки к оптимальным [5].

Рассмотрим относительно простой и эффективный алгоритм поиска мириады, использующий численный метод Ньютона для нахождения глобального минимума мириадной функции потерь [6].

Метод Ньютона осуществляет поиск корня уравнения $f(\beta, K, \mathbf{x}) = \partial y(K, \beta, \mathbf{x}) / \partial \beta = 0$, где

$y(K, \beta, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \ln [K^2 + (x_i - \beta)^2]$ – мириадная функция потерь. Этапы алгоритма получения оценки мириады следующие:

1) определяется точка начального приближения $\beta_0 \in (x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)})$ как $\beta_0 = x_{(j_{\min})}$, где $x_{(j_{\min})}$ – порядковая статистика, при которой значение функции $y(K, \beta_0, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \ln [K^2 + (x_i - \beta_0)^2]$ минимально;

2) выполняются итерации для нахождения оценки мириады: $\beta_{n+1} = \beta_n - f(\beta, K, \mathbf{x}) / f'(\beta, K, \mathbf{x})$, где $f(\beta, K, \mathbf{x}) = \partial y(K, \beta, \mathbf{x}) / \partial \beta =$

$$= -2 \sum_{i=1}^N [x_i - \beta_n] / [K^2 + (x_i - \beta_n)^2],$$

$f'(\beta, K, \mathbf{x}) = \partial^2 y(K, \beta, \mathbf{x}) / \partial \beta^2 =$
 $= 2 \sum_{i=1}^N [K^2 - (x_i - \beta_n)^2] / [K^2 + (x_i - \beta_n)^2]^2$ – соответственно первая и вторая производные мириадной функции потерь; n – шаг итераций. Итерации продолжаются до тех пор, пока не выполнится условие $|\beta_{n+1} - \beta_n| \leq \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ – точность нахождения корня. Рекомендуется [6] выбирать $\varepsilon \leq 0,01\sigma$, где σ – среднеквадратическое отклонение (СКО) данных;

3) на каждом шаге итераций следует проверять условие $f'(\beta_n, K, \mathbf{x}) > 0$, невыполнение которого означает, что точка начального приближения β_0 на первом этапе алгоритма была выбрана неправильно. В этом случае в качестве новой точки начального приближения выбирается один из отсчетов: $x_{(j_{\min-1})}$ либо $x_{(j_{\min+1})}$, для которого выполнится условие $f(x_{(j_{\min\pm 1})}, K, \mathbf{x}) \cdot f(x_{(j_{\min})}, K, \mathbf{x}) < 0$, что означает смену знака производной и наличие корня соответственно на интервале $[x_{(j_{\min-1})}, x_{(j_{\min})}]$ либо $[x_{(j_{\min})}, x_{(j_{\min+1})}]$. В случае выбора новой точки β_0 следует вновь запустить итерационный процесс уточнения корня;

4) для контроля правильности нахождения мириады выборки $\{x_i\}_{i=1}^N$ необходимо проверить условие $y(K, \hat{\beta}, \mathbf{x}) \leq y(K, \beta_0, \mathbf{x})$, если оно не выполнится, то в качестве оценки мириады $\hat{\beta}$ берется β_0 .

Достоинствами данного алгоритма являются относительная простота реализации, сходимость в практических условиях [6].

3. Алгоритмы нелинейной фильтрации в скользящем окне данных

Для сравнения свойств алгоритмов нелинейной устойчивой фильтрации рассмотрим типичные представители робастных оценок, использующие более простые вычислительные операции и соответственно имеющие более высокое быстродействие в сравнении с мириадными фильтрами, использующими математические методы, в общем случае не характеризующиеся вычислительной устойчивостью.

Выходной сигнал медианного фильтра (Med – median) описывается как

$$y^{\text{Med}}(i) = \text{med}\{x(i - [N-1]/2), x(i - [N-1]/2 + 1), \dots, x(i), \dots, x(i + [N-1]/2 - 1), x(i + [N-1]/2)\}, \quad (3)$$

где i – индекс центрального отсчета скользящего окна данных;

N – размер окна.

Медианным фильтром эффективно подавляются помехи, описываемые ПРВ с "тяжелыми хвоста-

ми", сохраняются точки скачка и излома функции [1, 7-9]. К недостаткам фильтра относится то, что наряду с выбросами им устраняются "мелкие детали", длительность которых не превышает половины окна, а также невысокая эффективность подавления шума на линейно изменяющихся участках, уменьшающаяся с ростом крутизны сигнала [7, 8].

Из класса устойчивых L-оценок [1] наиболее часто используется α -урезанный фильтр (α -trim – α -trimmed filter), описываемый выражением

$$y^{\alpha\text{-trim}}(i) = \sum_{j=[\alpha N]+1}^{N-[\alpha N]} x_{(j)} / (N - 2 \cdot [\alpha N]), \quad (4)$$

где $[\alpha N]$ – параметр урезания, определяющий число отбрасываемых в пределах апертуры фильтра порядковых статистик, $\alpha \leq 0,5$;

$x_{(j)}$ – порядковые статистики выборки элементов в пределах окна, $x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(j)} \leq \dots \leq x_{(N)}$.

Данный нелинейный фильтр характеризуется робастностью – способностью устранять выбросы, определяемой параметром $[\alpha N]$, и высокой эффективностью подавления шума на линейных участках. К его достоинствам также относятся высокие динамические и статистические свойства в области полиномиальных сигналов. Недостаток данного фильтра – большие динамические ошибки при обработке скачка функции [1, 7, 8].

К алгоритмам получения устойчивых оценок сигнала по выборкам отсчетов в пределах скользящего окна относится широкий класс гибридных медианных фильтров, использующих линейные субапертуры с конечной импульсной характеристикой (КИХ), выходные сигналы которых определяются как медианный элемент множества выходных значений КИХ-субапертур. Данные фильтры разработаны, исходя из цели одновременного использования достоинств как линейных КИХ-операций, так и нелинейных (медианной) оценок и обеспечения высокой степени подавления помех в области скачка, тогда как медианный фильтр при возрастании дисперсии шума утрачивает данное свойство [8].

Среди алгоритмов класса КИХ-гибридных медианных рассмотрим нелинейный фильтр на порядковых статистиках (OSFmh – Order Statistic FIR median hybrid filter, FIR – finite impulse response), в котором, как и в мириадном фильтре, можно изменять степень нелинейности свойств посредством выбора параметра нелинейности p [9]:

$$y^{\text{OSFmh}}(i) = \sum_{m=1}^M c_m x_{(m)},$$

$$x = \{\hat{x}_{\text{fw}}^1(i), \hat{x}_{\text{fw}}^0(i), x(i), \hat{x}_{\text{bw}}^0(i), \hat{x}_{\text{bw}}^1(i)\}, \quad (5)$$

где M – размер отсортированного множества x , включающего центральный элемент скользящего окна и выходные значения КИХ-субапертур, $M=5$;

c_m – весовые коэффициенты, $\sum_{m=1}^M c_m = 1$;

$$\hat{x}_{\text{fw}}^0(i) = \sum_{j=1}^k x(i-j)/k, \quad \hat{x}_{\text{bw}}^0(i) = \sum_{j=1}^k x(i+j)/k,$$

$$\hat{x}_{\text{fw}}^1(i) = \sum_{j=1}^k h_j x(i-j), \quad \hat{x}_{\text{bw}}^1(i) = \sum_{j=1}^k h_j x(i+j) -$$

выходные значения КИХ-субапертур 0-го и 1-го порядков, экстраполирующие выходной сигнал $y(i)$ по k предыдущим (fw (forward) – "прогнозирование вперед") и k последующим (bw (backward) – "прогнозирование назад") значениям сигнала в окне фильтра;

$h_j = (4k - 6j + 2)/(k(k-1))$ – коэффициенты экстраполяции, $j=1, \dots, k$;

Оптимальные весовые коэффициенты определяются по формуле $c_m(p) = c'_m(p) / \sum_{j=1}^M c'_j(p)$,

$$c'_m(p) = \begin{cases} \xi = 2p \{ (M+1)/2 - |(M+1)/2 - m | \} + \\ + 4p + M(1-2p) - 3, & \text{если } \xi > 0, \\ 0, & \text{если } \xi \leq 0; \end{cases}$$

$p \in [0; 1]$; при $p=0$ весовые коэффициенты $c_m=1/M$, что соответствует операции усреднения; при $p=1$ $c_{(M+1)/2}=1$, а все остальные коэффициенты $c_m=0$ – имеем нелинейную медианную оценку.

Особенностью данного нелинейного фильтра при $p=1$ является полное сохранение в отсутствие шума сигналов вида пик, скачок, излом [8].

С целью улучшения динамических свойств в области полиномиальных сигналов предложено для взвешенного КИХ-гибридного медианного фильтра заменить медианную операцию α -урезанием (Fah – FIR α -trimmed hybrid filter) [9]. Сигнал на выходе данного нелинейного фильтра описывается как

$$y^{\text{Fah}}(i) = \sum_{j=[\alpha N]+1}^{N-[\alpha N]} x_{(j)} / (N - 2[\alpha N]),$$

$$x = \{\hat{x}_{\text{fw}}^1(i), 2 \diamond \hat{x}_{\text{fw}}^0(i), x(i), 2 \diamond \hat{x}_{\text{bw}}^0(i), \hat{x}_{\text{bw}}^1(i)\}, \quad (6)$$

где $x_{(j)}$ – упорядоченные элементы множества x ;

\diamond – оператор дублирования соответствующего элемента заданное весом количество раз (в данном случае дважды).

Данный нелинейный фильтр сглаживает скачок, однако имеет лучшие динамические свойства в сравнении с α -урезанным фильтром [8].

Алгоритм мириадного фильтра (Myr – myriad) в скользящем окне описывается как

$$y^{\text{Myr}}(i) = \text{myriad}\{x(i - N_1), \dots, x(i), \dots, x(i + N_2); K\}, \quad (7)$$

где N – размер скользящего окна данных; при четном N значение $N_1=N/2$, $N_2=N_1-1$, при нечетном – $N_1=N_2=(N-1)/2$;

K – вещественный параметр, $K > 0$.

Для алгоритма мириадного фильтра [6] необходимо получать оценки СКО данных, для чего бу-

дем использовать робастный (устойчивый к выбросам) статистический параметр – абсолютное медианное отклонение (MAD – median absolute deviation) [1], вычисляемое по формуле

$$\hat{\sigma}_{\text{MAD}}(i) = k \operatorname{med} \{ |x_j - \operatorname{med} \{x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(N)}\}| \},$$

$$j = i - (N-1)/2, \dots, i + (N-1)/2, \quad (8)$$

где коэффициент k выбирается с учетом вида ПРВ помехи, для гауссовой ПРВ $k \approx 1,483$ [1].

4. Анализ результатов исследования

Для исследования свойств нелинейных фильтров применялась комплексная модель одномерного сигнала, включающая фрагменты различного вида элементарных сигналов (рис.1).

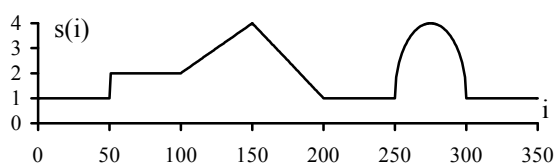


Рис. 1. Комплексная модель одномерного сигнала

Модель помехи: представлена как $p(i) = n_a(i) + n_n(i)$, где $n_a(i)$ – аддитивный шум, описываемый гауссовой ПРВ с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_a^2 ; $n_n(i)$ – импульсные помехи, с вероятностью P_n принимающие значения $n_n > 3\sigma_a$.

В качестве критерия эффективности использовался показатель среднеквадратической ошибки, вычисляемый по формуле

$$\chi_{i_1-i_2} = \sum_{i=i_1}^{i_2} [y^f(i) - s(i)]^2 / [i_2 - i_1 + 1], \quad (10)$$

где $y^f(i)$ – i -й отсчет сигнала на выходе фильтра;

$s(i)$ – тестовый сигнал в отсутствие шума;

i_1, i_2 – индексы отсчетов, задающие интервал оценки эффективности.

Для устойчивости результатов выполнялось статистическое усреднение оценок эффективности для большого числа реализаций N_R входного сигнала с помехой.

Проанализируем эффективность нелинейных фильтров при различных значениях апертуры ($N=5, 9, 13$) и параметров: $[\alpha N]$ для α -урезанного фильтра (4), p для КИХ-гибридного фильтра на порядковых статистиках (5) и K для мириадного фильтра (7).

Как показывают результаты компьютерного моделирования (табл.1), в широком диапазоне изменения дисперсии шума мириадный фильтр, использующий численный метод Ньютона (Mug^1) [6], при нелинейных свойствах ($K=0,2$) оптимальный для обработки скачка функции (отсчеты 40-60), тогда как мириадный фильтр на основе метода наименьших квадратов (Mug^2) [5] для данного сигнала неэф-

фективный. Для всех других фрагментов комплексного сигнала алгоритм Mug^2 в сравнении с Mug^1 имеет лишь незначительное преимущество по эффективности в области параболы (отсчеты 265-285).

При линейных свойствах ($K=10$) мириадный фильтр (7) обеспечивает предельно достижимую степень подавления шума на линейных участках сигнала (отсчеты 10-40, 110-140) – в N раз. Вследствие влияния динамических ошибок при низком – среднем уровне шума в области параболы для мириадного фильтра целесообразен выбор промежуточного значения параметра K и среднего размера апертуры $N=9$. В отсутствие выбросов при линейных свойствах ($K=10$) мириадные фильтры обеспечивают самую высокую степень подавления шума на линейных участках сигнала, а при воздействии импульсных помех преимущество уже имеет робастный α -урезанный фильтр (4). Это означает, что робастность (способность устранять выбросы) мириадного фильтра ухудшается при увеличении параметра K . К недостаткам мириадных фильтров можно отнести большие ошибки в области точки соединения "плоского" участка и параболы (отсчеты 240-260). Для этого участка наиболее эффективен медианный фильтр (3), а при возрастании дисперсии шума – КИХ-гибридный фильтр на порядковых статистиках (5) с нелинейными свойствами ($p=1$).

Анализ количественных оценок эффективности (табл. 1) также показывает различие свойств КИХ-гибридного фильтра на основе порядковых статистик (5) в зависимости от выбора параметра нелинейности p . Так, при линейных свойствах ($p \rightarrow 0$) данный фильтр в диапазоне низкого – среднего уровня шума имеет лучшие динамические и статистические свойства в области пика и параболы, однако вносит большие ошибки при обработке скачка. При нелинейных свойствах ($p \rightarrow 1$) им хорошо сохраняется скачок и подавляется шум в его окрестностях. По робастности, способности устранять выбросы, данный нелинейный фильтр уступает мириадному при $K \rightarrow 0$, медианному и α -урезанному фильтрам.

КИХ гибридный α -урезанный фильтр (6) с параметрами $N=13, [\alpha N]=1$, обеспечивая практически такую же степень подавления шума на линейных участках, что и стандартный α -урезанный фильтр (4) с параметрами $N=13, [\alpha N]=3$, имеет лучшие динамические свойства в области параболы и пика, однако при воздействии импульсных помех характеризуется невысокой робастностью. В условиях неблизкой к нулю вероятности выбросов для обработки сигналов, описываемых линейными и гладкими функциями, рекомендуется применять робастный α -урезанный фильтр.

Таблица 1

Оценки эффективности нелинейных фильтров по критерию среднеквадратической ошибки, $\times 10^{-5}$

| Тип фильтра | χ_t | χ_{10-40} | χ_{40-60} | χ_{90-110} | $\chi_{110-140}$ | $\chi_{140-160}$ | $\chi_{240-260}$ | $\chi_{265-285}$ |
|--|------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1) низкий уровень шума: $\sigma_a^2=0,001$; $N_R=200$; | | | | | | | | |
| Исходный | 100 | 102 | 102 | 98 | 95 | 99 | 96 | 99 |
| Med9 | 49 | 17 | 39 | 42 | 57 | 152 | 68 | 47 |
| α -trim9(2) | 292 | 13 | 1960 | 24 | 19 | 116 | 1226 | 26 |
| α -trim13(3) | 472 | 9 | 2799 | 30 | 13 | 297 | 2128 | 50 |
| F α h13(1) | 385 | 10 | 2413 | 24 | 15 | 114 | 1743 | 22 |
| OSFmh13(0) | 342 | 15 | 2188 | 18 | 15 | 50 | 1535 | 19 |
| OSFmh13(0,4) | 180 | 13 | 1173 | 23 | 23 | 50 | 715 | 25 |
| OSFmh13(1) | 47 | 15 | 32 | 32 | 41 | 62 | 138 | 61 |
| Myr ¹ 5(0.2) | 57 | 20 | 32 | 25 | 22 | 42 | 281 | 22 |
| Myr ¹ 5(1) | 183 | 20 | 1281 | 24 | 19 | 41 | 713 | 21 |
| Myr ¹ 5(10) | 278 | 19 | 1919 | 24 | 21 | 42 | 1181 | 23 |
| Myr ¹ 9(0.2) | 482 | 11 | 30 | 28 | 14 | 121 | 3733 | 32 |
| Myr ¹ 9(1) | 354 | 11 | 2475 | 30 | 11 | 121 | 1457 | 40 |
| Myr ¹ 9(10) | 623 | 11 | 3516 | 28 | 10 | 122 | 3126 | 41 |
| Myr ² 9(0.2) | 544 | 11 | 1148 | 28 | 21 | 128 | 3675 | 36 |
| Myr ² 9(1) | 371 | 11 | 2782 | 29 | 11 | 125 | 1432 | 46 |
| Myr ² 9(10) | 619 | 11 | 3473 | 29 | 11 | 124 | 3111 | 43 |
| 2) средний уровень шума: $\sigma_a^2=0,01$; $N_R=200$; | | | | | | | | |
| Исходный | 998 | 1023 | 1025 | 978 | 950 | 986 | 958 | 992 |
| Med9 | 278 | 174 | 392 | 217 | 235 | 360 | 536 | 222 |
| α -trim9(2) | 442 | 129 | 2197 | 145 | 151 | 262 | 1486 | 159 |
| α -trim13(3) | 608 | 95 | 3050 | 123 | 107 | 433 | 2437 | 181 |
| F α h13(1) | 505 | 95 | 2607 | 140 | 135 | 254 | 1937 | 132 |
| OSFmh13(0) | 475 | 144 | 2313 | 165 | 153 | 186 | 1668 | 153 |
| OSFmh13(0,4) | 350 | 140 | 1435 | 164 | 216 | 254 | 930 | 194 |
| OSFmh13(1) | 298 | 143 | 335 | 276 | 383 | 409 | 509 | 288 |
| Myr ¹ 5(0.2) | 292 | 218 | 276 | 220 | 237 | 266 | 749 | 213 |
| Myr ¹ 5(1) | 364 | 207 | 1467 | 196 | 195 | 233 | 897 | 208 |
| Myr ¹ 5(10) | 460 | 198 | 2098 | 217 | 205 | 226 | 1368 | 197 |
| Myr ¹ 9(0.2) | 592 | 124 | 177 | 149 | 146 | 294 | 3650 | 169 |
| Myr ¹ 9(1) | 465 | 115 | 2580 | 130 | 123 | 222 | 1638 | 139 |
| Myr ¹ 9(10) | 723 | 108 | 3631 | 136 | 108 | 224 | 3183 | 152 |
| Myr ² 9(0.2) | 543 | 127 | 1284 | 164 | 164 | 272 | 2802 | 163 |
| Myr ² 9(1) | 496 | 109 | 2851 | 128 | 106 | 220 | 1772 | 136 |
| Myr ² 9(10) | 725 | 115 | 3614 | 124 | 113 | 224 | 3262 | 140 |
| 3) высокий уровень шума: $\sigma_a^2=0,03$; $N_R=200$; | | | | | | | | |
| Исходный | 2994 | 3068 | 3074 | 2933 | 2849 | 2958 | 2873 | 2975 |
| Med9 | 707 | 522 | 1177 | 554 | 566 | 701 | 1309 | 567 |
| α -trim9(2) | 740 | 387 | 2631 | 395 | 423 | 542 | 1943 | 427 |
| α -trim13(3) | 853 | 284 | 3446 | 289 | 292 | 663 | 2926 | 399 |
| F α h13(1) | 736 | 286 | 2950 | 356 | 343 | 497 | 2276 | 331 |
| F α h15(1) | 785 | 260 | 3242 | 310 | 299 | 503 | 2620 | 404 |
| OSFmh13(0) | 770 | 431 | 2593 | 485 | 459 | 486 | 1968 | 451 |
| OSFmh13(0,4) | 680 | 419 | 1883 | 436 | 538 | 615 | 1343 | 517 |
| OSFmh13(1) | 766 | 429 | 947 | 672 | 870 | 928 | 1252 | 685 |
| Myr ¹ 9(0.2) | 882 | 436 | 805 | 475 | 483 | 694 | 3436 | 516 |
| Myr ¹ 9(1) | 714 | 347 | 2865 | 353 | 371 | 440 | 2006 | 369 |
| Myr ¹ 9(10) | 946 | 324 | 3852 | 376 | 323 | 442 | 3360 | 392 |
| Myr ² 9(0.2) | 818 | 430 | 1782 | 491 | 495 | 594 | 2664 | 483 |

Окончание табл. 1

| Тип фильтра | χ_t | χ_{10-40} | χ_{40-60} | χ_{90-110} | $\chi_{110-140}$ | $\chi_{140-160}$ | $\chi_{240-260}$ | $\chi_{265-285}$ |
|---|------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Myr ² 9(1) | 753 | 333 | 3086 | 355 | 321 | 442 | 2242 | 357 |
| Myr ² 9(10) | 949 | 344 | 3843 | 339 | 340 | 440 | 3517 | 350 |
| Myr ¹ 13(0.2) | 1097 | 286 | 863 | 402 | 393 | 787 | 5644 | 472 |
| Myr ¹ 13(1) | 815 | 232 | 3995 | 240 | 232 | 613 | 2625 | 368 |
| Myr ¹ 13(10) | 1348 | 231 | 5353 | 315 | 228 | 580 | 6257 | 395 |
| 4) высокий уровень шума и импульсные помехи: $\sigma_a^2=0,03$; $P_n=0,03$; $n_n=1$; $N_R=500$. | | | | | | | | |
| Исходный | 5975 | 6116 | 5614 | 5765 | 5907 | 6211 | 6114 | 6033 |
| Med9 | 857 | 589 | 1604 | 648 | 643 | 736 | 1903 | 615 |
| α -trim9(2) | 844 | 437 | 2803 | 472 | 488 | 594 | 2317 | 463 |
| α -trim13(3) | 969 | 314 | 3776 | 398 | 344 | 606 | 3538 | 361 |
| Fah13(1) | 1028 | 523 | 3294 | 644 | 615 | 657 | 2810 | 488 |
| OSFmh13(0) | 1296 | 1036 | 3115 | 969 | 970 | 1022 | 2422 | 903 |
| OSFmh13(0,4) | 1048 | 695 | 2361 | 773 | 867 | 834 | 1989 | 775 |
| OSFmh13(1) | 1104 | 689 | 1517 | 932 | 1107 | 1133 | 2025 | 900 |
| Myr ¹ 9(0.2) | 1016 | 468 | 1261 | 530 | 488 | 682 | 4121 | 551 |
| Myr ¹ 9(1) | 920 | 521 | 3199 | 496 | 513 | 573 | 2398 | 502 |
| Myr ¹ 9(10) | 1374 | 745 | 4286 | 841 | 789 | 761 | 3970 | 649 |
| Myr ¹ 13(0.2) | 1206 | 338 | 1571 | 418 | 447 | 816 | 6037 | 475 |
| Myr ¹ 13(1) | 1001 | 344 | 4197 | 435 | 387 | 550 | 3308 | 359 |
| Myr ¹ 13(10) | 1653 | 509 | 5696 | 500 | 645 | 522 | 6771 | 449 |

Выводы

1. Алгоритм мириадного фильтра [6] при нелинейных свойствах (малых значениях параметра K) является оптимальным для обработки скачка в широком диапазоне изменения дисперсии шума и при возможном наличии выбросов. При линейных свойствах (больших значениях K) мириадные фильтры обеспечивают наибольшую степень подавления шума на участках линейного поведения сигнала. При воздействии импульсных помех робастность мириадных фильтров зависит от параметра K : чем больше степень нелинейности свойств (меньше K), тем лучше устраняются выбросы.

2. Для обработки сигналов, содержащих скачки, предпочтительней применение алгоритма поиска мириады выборки на основе метода Ньютона [6].

3. Свойства нелинейных фильтров противоречивы в зависимости от типа сигнала. Фильтры с большой степенью нелинейности свойств (мириадный при $K \rightarrow 0$, КИХ-гибридный на порядковых статистиках при $p \rightarrow 1$, медианный) хорошо сохраняют скачок и подавляют шум в его окрестностях. Фильтры с линейными свойствами (мириадный при $K \rightarrow \infty$, КИХ-гибридный на порядковых статистиках при $p \rightarrow 0$, α -урезанные) обеспечивают высокое качество обработки сигналов, описываемых линейными и параболическими функциями. При этом степень подавления шума мириадным фильтром стремится к $1/N$, где N – размер окна, КИХ-гибридные фильтры, использующие α -урезание и другие операции на

порядковых статистиках, имеют небольшое преимущество по динамическим свойствам при обработке треугольных и полиномиальных сигналов, а α -урезанный фильтр лучше устраняет выбросы. Следует принимать во внимание также то, что нелинейные фильтры на порядковых статистиках, в отличие от мириадного фильтра, используют устойчивые вычисления и с учетом применения простых КИХ-операций к частям множества имеют более высокое быстродействие.

4. Вследствие различия свойств мириадного фильтра в зависимости от параметра K , КИХ-гибридного фильтра на порядковых статистиках в зависимости от параметра p для обеспечения высоких показателей качества фильтрации следует использовать адаптацию данных параметров к свойствам обрабатываемого в пределах окна сигнала.

Литература

1. Astola, J. *Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering [Text]* / J. Astola, P. Kuosmanen. – USA : CRC Press LLC, 1997. – 276 p.
2. Gonzalez, J. G. *Statistically-Efficient Filtering in Impulsive Environments: Weighted Myriad Filters [Text]* / J. G. Gonzalez, G. R. Arce // *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*. – 2002. – Vol. 1, № 1. – P. 4–20.
3. Kalluri, S. *Robust frequency-selective filtering using weighted myriad filters admitting real-valued weights [Text]* / S. Kalluri, G. R. Arce // *Proc. of the IEEE Trans. on Signal Processing*. – 2001. – Vol. 49. – P. 2721–2733.

4. Kalluri, S. Fast algorithms for weighted myriad computation by fixed point search [Text] / S. Kalluri, G. R. Arce // Proc. of the IEEE Trans. on Signal Processing. – 2000. – Vol. 48. – P. 159–171.

5. Pander, T. Impulsive Noise Filtering In Bio-medical Signals With Application of New Myriad Filter [Text] / T. Pander // Biosignal' 2010: Proc. of the Int. Conf. – 2010. – P. 94–101.

6. Абрамов, С. К. Алгоритм реализации мирядной фильтрации [Текст] / С. К. Абрамов // Авиационно-космическая техника и технология : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского "ХАИ". – Вып. 21. – X., 2000. – С. 143–147.

7. Лукин, В. В. Динамические и статистические свойства алгоритмов нелинейной фильтрации

одномерных информационных сигналов [Текст] / В. В. Лукин // Авиационная и ракетно-космическая техника : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского "ХАИ". – Вып. 7. – X., 1998. – С. 134–141.

8. Лукин, В. В. Анализ свойств алгоритмов нелинейной фильтрации одномерных информационных сигналов [Текст] / В. В. Лукин, Н. О. Тулякова, М. О. Дорожук // Авіаційно-космічна техніка та технологія : зб. наук. пр. Нац. аерокосм. ун-ту ім. М. Є. Жуковського "ХАІ". – Вып. 12. – X., 1999. – С. 109–113.

9. Weighted FMH filters [Text] / J. Neejarvi, A. Varri, S. Fotopoulos, Y. Neuvo // Signal Processing. – 1993. – Vol. 31. – P. 181–190.

Поступила в редакцію 2.10.2014, рассмотрена на редколлегии 18.11.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. приема, передачи и обработки сигналов В. В. Лукин, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

АЛГОРИТМИ МІРЯДНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

Н. О. Тулякова, О. М. Трофимчук, О. Є. Стрижак

Розглянуто алгоритми мірядної фільтрації в ковзному вікні даних. Отримано оцінки ефективності для набору елементарних сигналів в умовах різного рівня гаусова шуму і можливої наявності імпульсних завад. Проаналізовано властивості мірядних фільтрів та інших нелінійних фільтрів на основі робастних оцінок при різних значеннях параметрів. Дано рекомендації щодо вибору найбільш ефективних фільтрів залежно від виду сигналу і характеристик завад. Показано, що при зміні параметру K властивості мірядного фільтру змінюються від нелінійних, що забезпечують найкращу якість обробки стрибка функції і вилучення викидів, до лінійних властивостей, при яких досягається максимальна при фіксованому розмірі вікна ступінь придушення шуму. Отримані оцінки якості для комплексної моделі одновимірного процесу, що містить фрагменти різних сигналів, слугують підґрунтям для розробки адаптивних фільтрів.

Ключові слова: робастні оцінки максимуму правдоподібності, алгоритми мірядної фільтрації, нелінійні стійкі фільтри, оцінки ефективності.

ALGORITHMS OF MYRIAD FILTERING

N. O. Tulyakova, A. N. Trofimchuk, A. Ye. Strizhak

Algorithms of myriad filtering in scanning window are considered. Efficiency estimates for a set of elementary signals in conditions of different level of Gaussian noise and possible presence of impulse noise are obtained. Properties of myriad filters and other nonlinear filters based on robust estimators for different parameter values are analyzed. Recommendations on selection of the most filters depending on signal and noise characteristics are given. It is shown that variation of the parameter K for the myriad filter changes from essentially nonlinear that provides the best processing in the neighborhood of step edge and impulse rejection to linear that ensures maximal efficiency of noise suppression for a given size of scanning window. Quality estimates for complex model of 1D process that includes different fragments are obtained and they serve the basis for design of adaptive filters.

Key words: robust maximum likelihood estimates, algorithms of myriad filtering, nonlinear robust filters, efficiency estimates.

Тулякова Наталя Олегівна – канд. техн. наук, ст. науч. сотр. отдела информационно-коммуникационных технологий, Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Киев, e-mail: natashatu@ukr.net.

Трофимчук Александр Николаевич – д-р техн. наук, проф., зам. директора по научной работе, Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Киев, e-mail: itelua@kv.ukrtel.net.

Стрижак Александр Евгеньевич – канд. техн. наук, вед. науч. сотр., Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАН Украины, Киев, e-mail: sae953@gmail.com.