УДК 681.513

В. Г. ЗОТОВ

Национальный аэрокосмический университет им Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СОБСТВЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНЫХ РЕКУРСИВНЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ФИЛЬТРОВ

Предложен подход оценки надежности собственной устойчивости синтезированных дискретных рекурсивных корректирующих фильтров минимального порядка для сложных динамических систем. Задача, сформулированная в терминах частотных характеристик, решается на основе известного частотного критерия робастной модальности. При действии ограниченных внутренних возмущений дискретный рекурсивный корректирующий фильтр может иметь семейство дискретных частотных характеристик, исследование которых приводит к задаче с интервальной неопределенностью. На примерах реальных дискретных корректирующих фильтров, синтезированных различными методами, делается заключение о надежности собственной устойчивости дискретных рекурсивных корректирующих фильтров по модифицированному годографу.

Ключевые слова: *ДРКФ – дискретный рекурсивный корректирующий фильтр, интервальная неопределенность, модифицированный годограф, устойчивость, надежность.*

Введение

В результате синтеза дискретных рекурсивных корректирующих фильтров (ДРКФ) минимального порядка для сложных динамических систем представляет интерес оценка их собственной устойчивости с точки зрения надежности. Поводом для этого может служить возможность изменения эксплуатационных характеристик вычислительных средств, на которых реализуется ДРКФ. В ряде случаев при проектировании системы управления необходимо чтобы ДРКФ был собственно устойчив независимо от изменения ошибок. При этом возможны ошибки в реализации коэффициентов ДРКФ. Данные ошибки снижают их эффективность, а в отдельных случаях могут привести к неустойчивости. Основные ошибки реализуемых ДРКФ определяются следующим:

– шум квантования аналого-цифрового преобразователя (АЦП) для входного сигнала;

– ошибки квантования коэффициентов ДРКФ за счет представления их конечным числом битов;

– ошибки переполнения при сложении или промежуточном суммировании частичных результатов в регистре ограниченной длины;

– ошибки округления результата до разрешенной длины слова.

Существуют различные методы устранения или минимизации этих ошибок [1]. К ним относятся различные схемные решения, масштабирование, использование в накопителе дополнительных защитных битов. Однако при изменении эксплуатационных характеристик предусмотренные методы могут иметь погрешности.

1. Постановка задачи

Целью работы является оценка собственной устойчивости ДРКФ, которая не должна меняться при наличии ограниченных внутренних возмущений. При этом заведомо известно, что исследуемые ДРКФ, полученные в результате автоматизированного синтеза, являются собственно устойчивыми. При действии внутренних возмущений коэффициенты реализуемого ДРКФ изменяются в результате ошибки округления и могут приводить к нарушению его собственной устойчивости и изменению управляющего воздействия на объект управления.

2. Основной материал

Для сохранения собственной устойчивости ДРКФ необходима устойчивость семейства его характеристических полиномов, образуемых при разбросе коэффициентов ДРКФ. В этом плане доказана теорема Харитонова [2] об асимптотической устойчивости семейства непрерывных систем. Однако для дискретных систем теорема Харитонова не работает. Многочисленные дискретные аналоги теоремы Харитонова [3, 4] оказались неконструктивными, поскольку требуют испытания большого числа полиномов. Прогрессивным направлением в исследовании устойчивости семейства дискретных систем оказался частотный критерий робастной устойчивости Цыпкина Я.З. – Поляка Б.Т. [5]. Вместо проверки устойчивости большого числа полиномов, Цыпкин Я.З. и Поляк Б.Т. предложили построение всего одной кривой модифицированного годографа, по которому можно судить об устойчивости семейства дискретных характеристических полиномов.

В работе [6] представлен синтез упомянутых ДРКФ минимального порядка для сложных динамических систем, которые можно оценить с точки зрения интервальной неопределенности. Рассмотрим синтезированный методом SSO1 [6] линейный ДРКФ с z – передаточной функцией

$$W(z)=\frac{\sum_{k=0}^{3} a_k' z^{-k}}{\sum_{k=0}^{3} a_k^0 z^{-k}},$$

где $a_0' = 325.82,\ a_1' = -59.815,\ a_2' = -90.342,$

$a_3' = -102.55,\quad a_0^0 = 1,\ a_1^0 = -0.0059815,$

$a_2^0 = -0.0090342,\ a_3^0 = -0.010255.$

Данный ДРКФ собственно устойчив и обеспечивает устойчивость сложной динамической системы с присоединенными осцилляторами в одном из ее каналов. Его характеристический полином запишем в виде

$$P^0(z) = a_0^0 - a_1^0 z^{-1} - a_2^0 z^{-2} - a_3^0 z^{-3}$$

и, умножив все члены полинома на z^3, приведем его к виду

$$P^0(z) = a_0^0 z^3 - a_1^0 z^2 - a_2^0 z - a_3^0\,, \tag{1}$$

где $a_0^0 = 1,\ a_1^0 = -0.0059815,\ a_2^0 = -0.0090342,$

$a_3^0 = -0.010255$.

В соответствии с [7] заданы неотрицательные веса $w_i,\ i=\overline{1,3}$ для коэффициентов характеристического полинома ДРКФ и амплитуды интервалов неопределенности в виде:

$$w_1 = 1,\ w_2 = 4,\ w_3 = 0.5 \text{ и } \delta = 0.05$$

соответственно. Возмущение коэффициентов номинального характеристического полинома $P^0(z)$ можно представить в виде системы неравенств

$$a_i^0 - \delta \underline{w_i} \le a_i \le a_i^0 + \delta \overline{w_i},\ i=\overline{1,3}, \tag{2}$$

где a_i^0 – коэффициенты номинального характеристического полинома;

w_i – неотрицательные веса для коэффициентов;

δ – амплитуда интервалов неопределенности.

Выражение (2) для разброса коэффициентов полинома эквивалентно неравенству

$$\left\| e - e^0 \right\|_\infty^w \le \delta, \tag{3}$$

где $\|\bullet\|_\infty^w$ – взвешенная норма с весами.

Подставляя значения a_i^0, δ и w_i в систему неравенств (2) получим

$$-0.0559815 \le a_1 \le 0.0440185,$$
$$-0.209034 \le a_2 \le 0.190966,$$
$$-0.035255 \le a_3 \le 0.014745.$$

Это эквивалентно рассмотрению многочленной семьи $P^0(a,z)$ – определенной содействующими интервалами

$$a_1 \in [-0.0559815,\ 0.0440185],$$
$$a_2 \in [-0.2090342,\ 0.190966],$$
$$a_3 \in [-0.035255,\ 0.014775].$$

Тогда допуски изменения коэффициентов будут иметь вид

$$\alpha_1 = 0.1,\ \alpha_2 = 0.4,\ \alpha_3 = 0.05. \tag{4}$$

Согласно [5] коэффициенты характеристического полинома $\alpha_k,\ k = 0,1,\dots,n,$ принадлежат множеству

$$\left(\sum_{k=0}^{n} \left| \frac{a_k - a_k^0}{\alpha_k} \right|^p \right)^{1/p} \le \gamma, \tag{5}$$

где a_k^0 – коэффициенты номинального (невозмущенного) характеристического полинома;

$\alpha_k > 0$ – заданные допуски изменения коэффициентов;

$1 \le p \le \infty$ – фиксированное число;

$\gamma > 0$ – параметр масштаба ограничений.

При $p = \infty$ ограничения (5) переходят в интервальные: $\left| a_k - a_k^0 \right| \le \gamma\alpha_k,\ k=\overline{0,n}.$ В соответствии с [5] запишем

$$1/p + 1/q = 1, \tag{6}$$

где p – показатель, характеризующий вид ограничений (4), а $1 \le q \le \infty$ – сопряженный ему показатель.

Из выражения (6) при $p=\infty,\ q=1$. Модифицированный годограф, учитывающий показатели ограничений и разброс коэффициентов характеристического полинома ДРКФ принимает вид

$$Z(\omega T) = X(\omega T) + jY(\omega T), \tag{7}$$

где $X(\omega T) = \dfrac{U_-^0(\omega T)}{S_p(\omega T)};\quad Y(\omega T) = \dfrac{V_-^0(\omega T)}{T_p(\omega T)};$

$$U_{-}^{0}(\omega T)=\sum_{k=0}^{n}a_k^0\cos k\omega T;$$

$$V_{-}^{0}(\omega T)=-\sum_{k=1}^{n}a_k^0\sin k\omega T;$$

$$S_p(T)=\left(\sum_{k=0}^{n}\left(\alpha_k\left|\cos k\omega T\right|\right)^q\right)^{1/q};$$

$$T_p(\omega T)=\left(\sum_{k=1}^{n}\left(\alpha_k\left|\sin k\omega T\right|\right)^q\right)^{1/q};$$

$U_{-}^{0}(\omega T)$, $V_{-}^{0}(\omega T)-$ реальная и мнимая части номинального характеристического полинома;

$S_p(\omega T)$, $T_p(\omega T)-$ реальная и мнимые части функции допусков.

Введем $\bar{\gamma}=\min\{|x(0)|,|x(\pi)|\}=$

$$=\left\{\frac{\left|\sum_{k=0}^{n}a_k^0\right|}{\left(\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\right)^{1/q}},\frac{\left|\sum_{k=0}^{n}a_k^0(-1)^k\right|}{\left(\sum_{k=1}^{n}\alpha_k\right)^{1/q}}\right\}. \tag{8}$$

Расчет дискретного модифицированного годографа характеристического полинома ДРКФ (7) в диапазоне частот $\omega=0\div\omega_s/2$ проведем со следующими значениями параметров : a_k^0, $k=\overline{0,n}$ из (1); α_k, $k=\overline{1,n}$ из (4); $n=3$, $\omega_s/2=62.8\,c^{-1}$. Подставляя значения a_k^0, α_k, q в выражение (8) получим $\bar{\gamma}=\min\{1.7722354, 1.8050863\}$ или $\bar{\gamma}=1.7722354$. Из анализа результатов расчета видно, что в соответствии с критерием Цыпкина – Поляка исследуемый ДРКФ собственно робастно устойчив, так как $\gamma<\bar{\gamma}$ и его модифицированный годограф при изменении частоты $\omega=0\div\omega_s/2$ не пересекает и не охватывает $\gamma-$ квадрата. Для сравнения аналогично исследованы ДРКФ, синтезированные методами SS0Q и SS0N [6] с дискретными передаточными функциями

$$W(z)=\frac{420.33-82.103z^{-1}-117.75z^{-2}-132.317z^{-3}}{1-0.0082103z^{-1}-0.011775z^{-2}-0.013231z^{-3}}$$

$$W(z)=\frac{253.92-47.649z^{-1}-74.523z^{-2}-85.442z^{-3}}{1-0.0047649z^{-1}-0.0074523z^{-2}-0.0085442z^{-3}}$$

соответственно. На рисунках 1-2 представлены модифицированные годографы исследуемых ДРКФ, удовлетворяющие требованиям критерия Цыпкина-Поляка

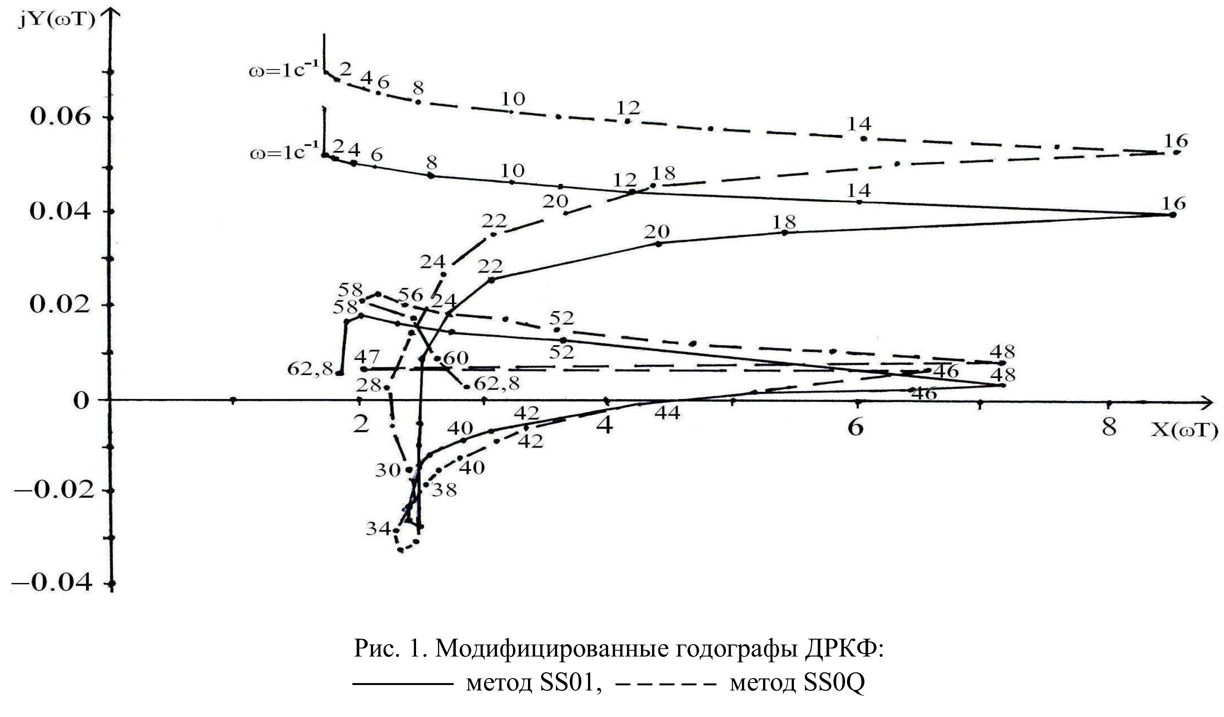

Рис. 1. Модифицированные годографы ДРКФ:
——— метод SS01, – – – – – метод SS0Q

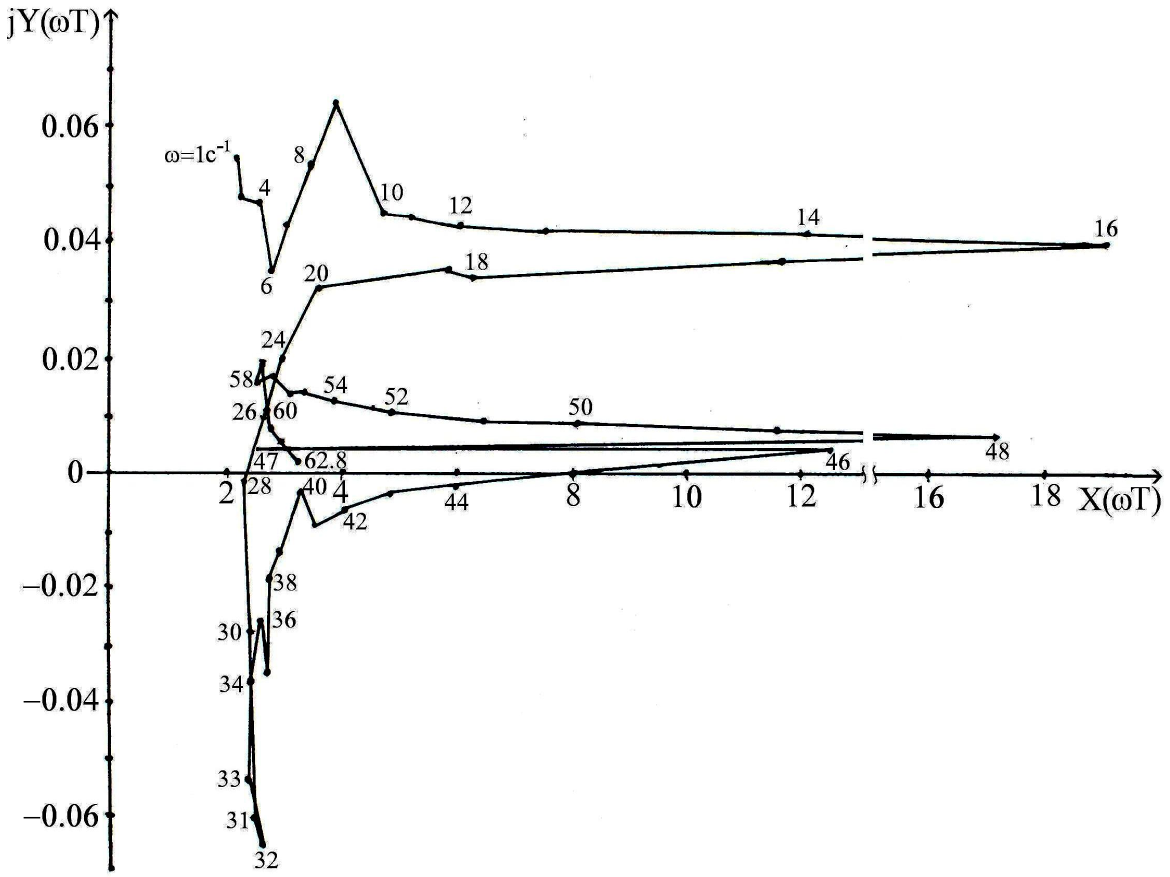

Рис. 2. Модифицированный годограф ДРКФ, метод SS0N

Отличительной особенностью полученных характеристик, является следующее:

1) несимметричность относительно реальной оси X(ωT) на комплексной плоскости;

2) модифицированные годографы, изображенные на рис. 1, незначительно отличаются амплитудой и сдвигом фаз на низких частотах $\varpi = 0 \div 30\ c^{-1}$ и почти совпадают на высоких частотах $\omega = 31 \div 62.8\ c^{-1}$;

3) модифицированный годограф, представленный на рис. 2, отличается от предыдущих на характерных частотах увеличенной амплитудой в 2 раза и меньшим опережением по фазе;

4) уменьшение или увеличение амплитуды интервальной неопределенности δ при прочих равных условиях приводит к расширению или сжатию модифицированного годографа соответственно.

Заключение

Анализ полученных характеристик позволяет сделать вывод о том, что с помощью предложенных в [6] методов автоматизированного синтеза с обучаемой внутренней моделью минимального порядка и использованием "скользящего окна" получаем робастно устойчивые ДРКФ. Данные ДРКФ обеспечивают устойчивость сложной динамической системы с присоединенными осцилляторами.

Предложенная методика оценки ДРКФ на порядок сокращает временные затраты на оценку и может быть эффективно использована при проектировании дискретных систем управления.

Рассмотрены примеры реализации предложенной оценки для синтезированных ДРКФ минимального порядка.

Литература

1. *Айчифер, Э. С. Цифровая обработка сигналов: практический подход [Текст] : пер. с англ. / Э. С. Айчифер, Б. У. Джервис. – 2-е издание. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2008. – 992 с.*

2. *Харитонов, В. Л. Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений [Текст] / В. Л. Харитонов //Дифференциальные уравнения. – 1978. – Т. 14, № 11. – С. 2008-2086.*

3. *Hollot, C. V. Some discret-time counterparts to Kharitonov's stability criterion for uncertain systems [Text] / C. V. Hollot, A. C. Bartlett //*

IEEE Trans. Automat. Contr. – 1986. – Vol. AC-31. – P. 355-356.

4. Cieslik, J. On possibilities of the extension of Kharitonov's stability fest for interval polynomials to the discrete-time case [Text] / J. Cieslik // IEEE Trans. Automat. Contr. – 1987. – Vol. AC-32. – P. 237-238.

5. Цыпкин, Я. З. Частотный критерий робастной модальности линейных дискретных систем [Текст] / Я. З. Цыпкин, Б. Т. Поляк // Автоматика и телемеханика. – 1990. – № 4. – С. 3-9.

6. Зотов, В. Г. Этапы машинного синтеза дискретных корректирующих фильтров [Текст] / В. Г. Зотов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. Сер. Информационно-управляющие системы. – 2010. – № 3/11 (45). – С. 26-40.

7. Vicino, A. Some results on robust Stability of discrete-time systems [Text] / A. Vicino // IEEE Automat. Contr. - 1988. – Vol. AC-33, № 9. – P. 844-867.

Поступила в редакцию 03.04.2014, рассмотрена на редколлегии 11.06.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедры Систем управления летательными аппаратами А. С. Кулик, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ ВЛАСНОЇ СТІЙКОСТІ ДИСКРЕТНИХ РЕКУРСИВНИХ КОРЕГУЮЧИХ ФІЛЬТРІВ

В. Г. Зотов

Запропоновано підхід оцінки надійності власної стійкості синтезованих дискретних рекурсивних корегуючих фільтрів мінімального порядку для складних динамічних систем. Задача, яку сформульовано в термінах частотних характеристик, вирішується на підставі відомого частотного критерія робастної модальності. При дії обмежених внутрішніх обурювань дискретний рекурсивний корегуючий фільтр може мати сімейство дискретних частотних характеристик, дослідження яких призводить до задачі з інтервальною невизначеністю. На прикладах реальних дискретних корегуючих фільтрів, які синтезовано різними методами, робиться висновок о надійності власної стійкості дискретних рекурсивних корегуючих фільтрів за модифікованим годографом.

Ключові слова: надійність, власна стійкість, дискретний рекурсивний корегуючий фільтр, інтервальна невизначеність.

ASSESSMENT OF RELIABILITY OF OWN STABILITY OF DISCRETE RECURSIVE CORRECTING FILTERS

V. G. Zotov

The approach of an assessment of reliability of own stability of the synthesized discrete recursive correcting filters of the minimum order for difficult dynamic systems is offered. The task formulated in terms of frequency criterion of a robustly modality. At action of limited interval indignation the discrete recursive correcting filter can have family of the discrete frequency characteristics which research leads to a task with interval uncertainty. On examples of the real discrete correcting filters synthesized by various methods, the conclusion about reliability of own stability of discrete recursive correcting filters on the modified hodograph becomes.

Key words: reliability, own stability, the discrete recursive correcting filter, interval uncertainty.

Зотов Владимир Густавович – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, Национальный аэрокосмический университет им Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.