

УДК 621.3.049.77

О. М. ПАНАСКО

*Черкаський державний технологічний університет, Україна***ПОШУК ОДНАКОВИХ ФРАГМЕНТІВ ПРИ МІНІМІЗАЦІЇ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ В ОРТОГОНАЛЬНІЙ РЕАЛІЗАЦІЇ**

В представленій статті розглядається постановка задачі та реалізація методу мінімізації логічних функцій в ортогональній формі представлення. Особливістю методу є урахування однакових фрагментів в інформативних функціях логічної функції, яка мінімізується. Ортогональна форма представлення є багатоваріантною, що обумовлюється характером розподілу аргументів логічної функції на інформативну та базисну підмножини. Задача мінімізації в ортогональній формі полягає в знаходженні такого аналітичного представлення логічної функції, яке забезпечує найменшу складність реалізації функції з точки зору обраного параметру складності структурної реалізації. Отриманий метод забезпечує спрощення схемної реалізації логічної функції в ортогональній формі представлення, що виражається зменшенням середнього значення показника габаритної площі частини формування кон'юнкцій програмованої логічної матриці. Після застосування запропонованого методу мінімізації середнє значення інтегральних показників габаритної площі для повних множин логічних функцій від зазначеної кількості аргументів для ортогональної форми стало на 23,8% кращим порівняно з аналогічним показником в класичній формі представлення.

Ключові слова: логічні функції, ортогональна форма представлення, програмована логічна матриця, показники структурної складності, параметр габаритної площі, декомпозиція аргументів, інформативна підмножина, базисна підмножина, інтегральний показник структурної складності реалізації.

Вступ

Дослідження, які направлено на вдосконалення технічних компонентів комп'ютерних систем на основі оптимізації їх параметрів, завжди викликають великий інтерес. Протягом останнього часу науковцями досить активно вивчаються підходи, що ґрунтуються на нетрадиційних способах представлення логічних функцій (ЛФ) і обумовлюють нові можливості для розробників інтегральних мікросхем. В роботах [1-8] доведено високий потенціал так званих альтернативних форм представлення логічних функцій. В ряді робіт [4, 9] для реалізації однієї ЛФ одночасно розглядаються декілька форм представлення з метою обрання найкращого варіанту – оптимальної форми представлення, а також проведено дослідження структури повних множин логічних функцій $L(n)$, на основі яких виявлено важливі закономірності та чітку диференціацію повної множини логічних функцій на підмножини пріоритетів відповідно до різних можливих форм представлення ЛФ. Зазначені роботи свідчать про актуальність досліджень в напрямку структурної оптимізації технічних компонентів комп'ютерних систем на основі застосування альтернативних форм представлення логічних функцій.

На даний час в аспекті структурного вдосконалення технічних компонентів комп'ютерних систем

залишаються невирішеними досить широкий спектр актуальних і важливих питань, які пов'язані, зокрема, із дослідженням відомих та виявленням нових альтернативних способів представлення логічних функцій та розробкою методів мінімізації логічних функцій в нових формах представлення, їх комп'ютерної реалізації та дослідженні ефективності отриманих рішень.

Постановка задачі

В роботах [10-14] запропоновано відносно нову альтернативну форму представлення (ФП) логічних функцій – ортогональну ФП та проведено дослідження її конкурентоспроможності у порівнянні із традиційною класичною формою представлення ЛФ (КФП) та відомими альтернативними ФП – алгебраїчною (АФП) та Ріда-Мюллерівською (РМФП) формами представлення ЛФ.

Відмінною особливістю ортогональної форми представлення (ОРФП) є декомпозиція n вхідних аргументів логічної функції на інформативну X_Q та базисну X_Φ підмножини з потужностями k та $n-k$ відповідно. Ортогональна форма представлення є багатоваріантною, оскільки $k \in \overline{(0, n)}$. Класична форма представлення відповідає окремому її випадку при $k=0$. Аргументи X_Φ утворюють ортогональні

базисні функції, серед яких лише одна приймає значення відмінне від нульового на будь-якому наборі вхідних аргументів.

Аналітична форма представлення логічної функції в ОРФП має вигляд

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{i=0}^{2^{n-k}-1} Q_i \Phi_i, \quad (1)$$

де k – кількість інформативних аргументів підмножини X_Q ;

Q_i – інформативні функції, утворені аргументами X_Q ;

Φ_i – базисні функції, утворені аргументами X_Φ потужністю $n-k$.

Зазначена ортогональність надає перевагу новій формі представлення ЛФ у порівнянні з алгебраїчною та Ріда-Мюллерівською формами представлення. Вона полягає в простоті реалізації додавання кон'юнкцій в програмованих логічних матрицях на основі елементу OR, що сприяє впровадженню цієї форми представлення в широку інженерну практику.

Поява нової форми представлення ЛФ є важливим для науки і практики кроком в аспекті структурного вдосконалення технічних компонентів комп'ютерних систем і вимагає рішення нових, пов'язаних з нею задач, серед яких на даний час найбільш актуальними, насамперед, являються:

- розробка ефективних методів мінімізації ЛФ в альтернативних ФП;

- розробка ефективних схемотехнічних реалізацій логічних функцій в альтернативних формах представлення;

- розробка нової організації системи логічного проектування цифрових блоків з урахуванням наявності більш ефективних, ніж традиційна КФП, альтернативних ФП;

- пошук та оцінка ефективності нових, невідомих на даний момент форм представлення.

Метою даної роботи є формулювання постановки задачі та розробка методу мінімізації ЛФ в ортогональній формі представлення.

Мінімізація логічних функцій в ортогональній формі представлення

Виходячи з багатоваріантності ОРФП ЛФ, яка залежить від кількості інформативних аргументів k та розподілу аргументів між підмножинами X_Q та X_Φ , задача мінімізації в ОРФП полягає в знаходженні такого аналітичного представлення ЛФ, яке

забезпечує найменшу складність реалізації ЛФ з точки зору обраного параметру структурної складності реалізації, зокрема параметру габаритної площі S_S частини формування кон'юнкцій програмованої логічної матриці (ПЛМ).

Кількість розподілів аргументів між інформативними та базисними змінними при заданому k визначається за формулою $l = C_n^{n-k}$. Оскільки $k \in \overline{(0, n)}$, загальна кількість можливих реалізацій ЛФ в ОРФП від n обчислюється за формулою

$$V = \sum_{k=1}^{n-1} C_n^{n-k}, \quad (2)$$

де n – загальна кількість змінних ЛФ;

k – кількість змінних, що формують інформативні функції.

Розподіл вхідних аргументів множини X логічної функції на підмножини інформативних X_Q та базисних X_Φ аргументів зручно представляти у вигляді двійкового набору довжиною n , в якому нульове значення i -ої позиції набору відповідає приналежності вхідного аргументу x_i до підмножини X_Q , а одиничне значення позиції в наборі – приналежності підмножині X_Φ , як показано на рис. 1. Для зручності подальшого викладення суті методу мінімізації в ОРФП вводиться умовне позначення двійкового набору, що визначає розподіл аргументів логічної функції на підмножини X_Q та X_Φ , як вектор Warp.

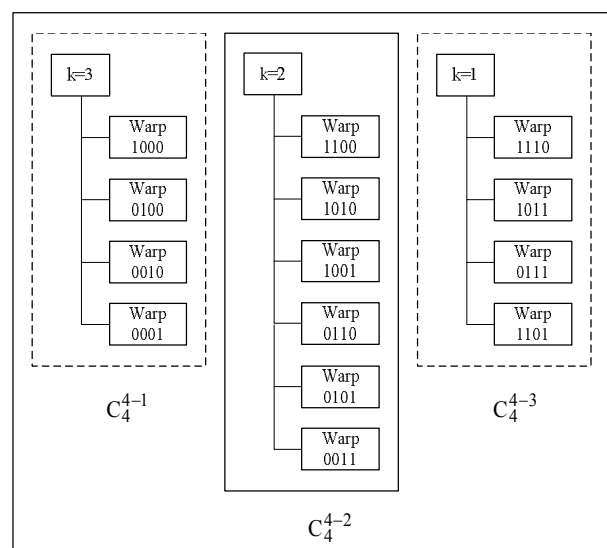


Рис. 1. Варіанти розподілу аргументів ЛФ в ОРФП для $n=4$

Виходячи з аналітичного представлення ЛФ в ОРФП (1), мінімізація ЛФ в ОРФП для заданого варіанту розподілу Warp включає в себе дві складові – мінімізацію інформативних функцій Q_i та мінімізацію базисних функцій Φ_i . В рамках кожного конкретного варіанту розподілу аргументів Warp задачу мінімізації логічної функції в ортогональній формі представлення треба вирішувати в два етапи, як показано на рис. 2.

Слід зазначити, що мінімізація базисних функцій є можливою при наявності необхідних для цього умов, зокрема, наявності однакових інформативних функцій при базисних функціях, що відрізняються між собою в одній позиції.

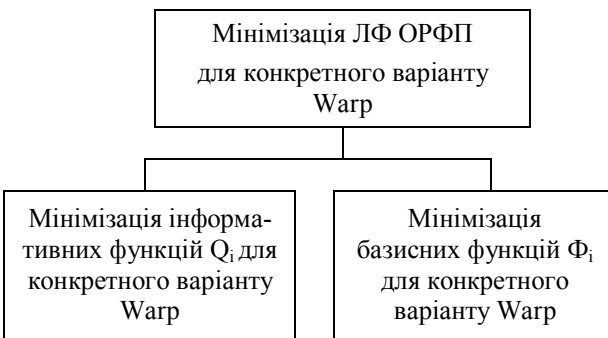


Рис. 2. Загальна концепція задачі мінімізації ЛФ в ОРФП

Для проведення мінімізації ЛФ в ортогональній ФП зручним є представлення логічної функції у вигляді інформативної Q-матриці (рис.3). Інформативна Q-матриця є узагальненням загальновідомої таблиці істинності логічної функції і дозволяє представляти ЛФ в ОРФП в залежності від різного розподілу аргументів та кількості інформативних аргументів k.

	Φ_0	Φ_1	...	$\Phi_{2^{n-k}-1}$
$X^{(0)}_{Q_i}$	$f_{Q_0}^{(0)}$	$f_{Q_1}^{(0)}$...	$f_{Q_{2^{n-k}-1}}^{(0)}$
$X^{(1)}_{Q_i}$	$f_{Q_0}^{(1)}$	$f_{Q_1}^{(1)}$...	$f_{Q_{2^{n-k}-1}}^{(1)}$
...
$X^{(2^k-1)}_{Q_i}$	$f_{Q_0}^{(2^k-1)}$	$f_{Q_1}^{(2^k-1)}$...	$f_{Q_{2^{n-k}-1}}^{(2^k-1)}$

Рис. 3. Інформативна Q-матриця

Стовпці Q-матриці утворено вихідними значеннями функцій Q_i , що відповідають базисним функціям Φ_i . Кожний рядок Q-матриці закріплено за конкретним двійковим набором змінних, що формують інформативні функції. Зазначений набір відповідає одному з доданків інформативних функцій Q_i у тому випадку, коли в позиції на перетині стовпця інформативної функції Q_i з конкретним рядком стоїть значення 1.

Вигляд доданку визначається порядковим номером рядка Q-матриці та розподілом аргументів між інформативними та базисними підмножинами X_Q та X_Φ . Інформативна Q-матриця є наочною і дозволяє спростити синтез логічних функцій в ОРФП.

Розроблений метод мінімізації ЛФ в ОРФП заснований на пошуку однакових фрагментів (ОФ) в інформативних функціях Q_i . Під однаковими фрагментами слід розуміти однакові кон'юнкції в запису ДНФ Q_i . Це дозволить реалізовувати однакові фрагменти, які одночасно входять до декількох функцій Q_i , всього однією ділянкою схеми.

Основні етапи методу мінімізації ЛФ в ортогональній формі представлення зводяться до наступних кроків. Для варіанту декомпозиції вхідних аргументів ЛФ, що відповідає $k \in (\overline{0, n})$, формується модель представлення ЛФ в ОРФП у вигляді інформативної Q-матриці.

Проводиться мінімізація кожної інформативної функції Q_i та формування множини можливих виразів Q_i , до яких відносяться не тільки тупикові диз'юнктивні нормальні форми (ДНФ), а і скорочені форми.

Для кожної інформативної функції Q_i обирається такий аналітичний вираз, щоб в сукупності всіх Q_i була якомога більша кількість однакових фрагментів. Такий вибір, як зазначено вище, дозволяє реалізовувати однакові фрагменти інформативних функцій, що присутні у декількох функціях Q_i , лише однією ділянкою схеми.

В результаті спрощується загальна схемна реалізація логічної функції, а значення параметру S_S ЛФ в ОРФП зменшується на величину $\Delta = 2 \cdot k \cdot (\ell - 1)$, де k – кількість інформативних змінних, ℓ – кількість однакових фрагментів інформативних функцій Q_i . Загальний алгоритм мінімізації ЛФ в ОРФП приведено на рис.4.

Для кількісного оцінювання якості мінімізації за запропонованим методом обчислено середні значення показників S_S ЛФ повних множин логічних функцій L(3), L(4) та L(5) в ОРФП з метою порівняння з аналогічними показниками для класичної форми представлення ЛФ (табл. 1).

Застосування методу мінімізації ЛФ в ортогональній формі представлення на основі однакових фрагментів дозволило покращити показники складності реалізації ЛФ при застосуванні ОРФП.

Таблиця 1
Порівняння показників $S_s L(n)$ після застосування запропонованого методу мінімізації

Множина $L(n)$	Значення показника середньої S_s ЛФ в ОРФП	Значення показника середньої S_s ЛФ в КФП	Зменшення складності реалізації в ОРФП відносно КФП, %
L(3)	11,3	13,8	19,5
L(4)	25,4	33,1	23,1
L(5)	47,3	66,2	28,5

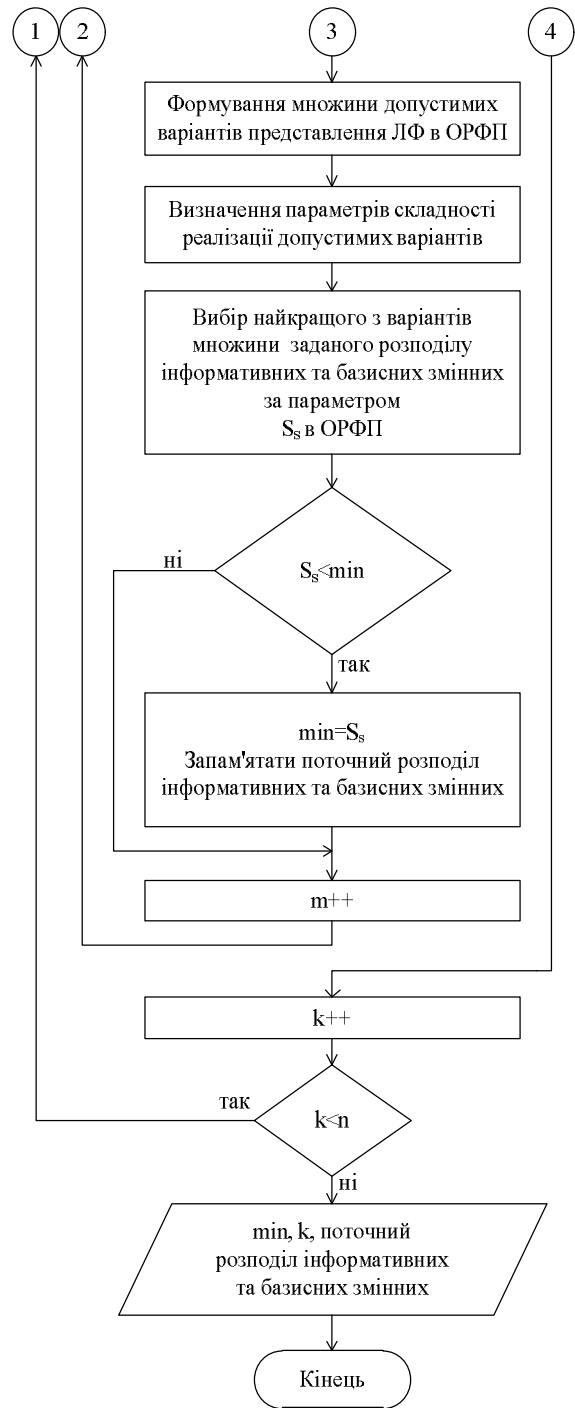
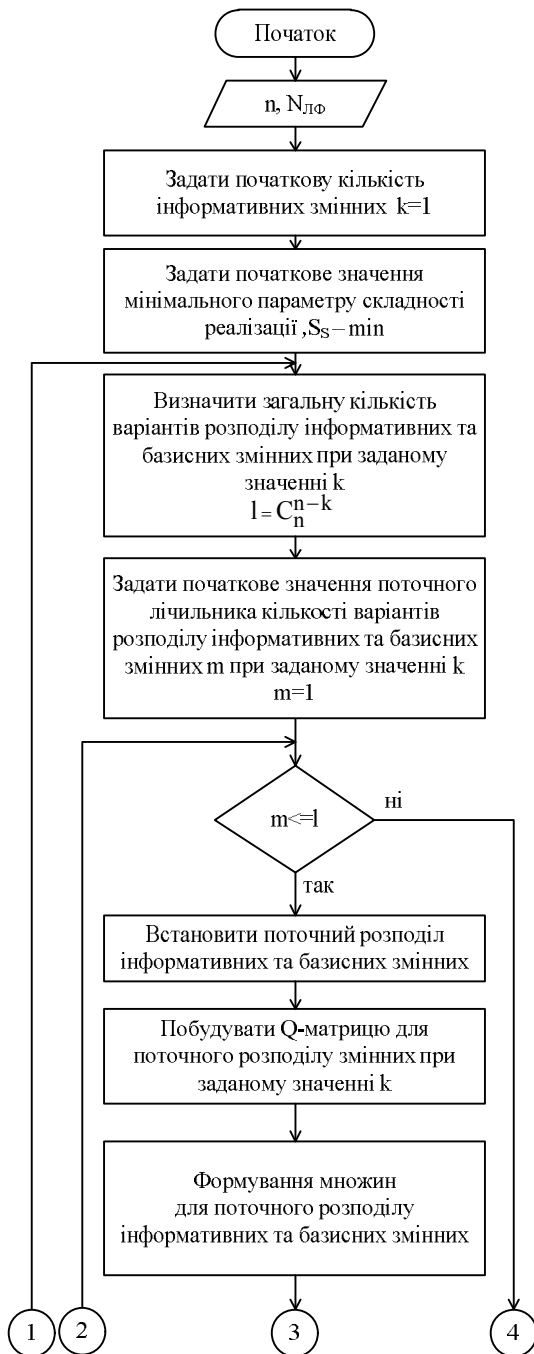


Рис. 4. Загальний алгоритм методу мінімізації ЛФ в ОРФП з урахуванням однакових фрагментів

Аналіз даних, представлених в табл. 1, демонструє ефективність запропонованого методу мінімізації ЛФ в ОРФП з урахуванням однакових фрагментів. Запропонований метод забезпечує спрощення схемної реалізації, що виражається зменшенням середнього значення показника S_s логічної функції в ОРФП для $L(n)$ при $n = \overline{3,5}$ на 23,8% порівняно з аналогічним показником в КФП.

Висновки

Сформульовано постановку задачі методу мінімізації логічної функції в ОРФП з використанням однакових фрагментів в інформативних функціях ЛФ в ОРФП, згідно якої для інформативних функцій потрібно обирати такі аналітичні представлення, які в своєму складі будуть мати якомога більше однакових частин.

Такий вибір дозволяє реалізувати однакові фрагменти інформативних функцій Q_i однією ділянкою комбінаційної схеми, внаслідок чого суттєво спрощується загальна схемна реалізація частини формування кон'юнкцій програмованої логічної матриці.

Це супроводжується зменшенням значення її показника структурної складності S_s . При кількості інформативних аргументів k для ℓ однакових фрагментів інформативних функцій Q_i зменшення S_s логічної функції складає $\Delta = 2 \cdot k \cdot (\ell - 1)$.

В роботі запропоновано зручний інструмент для мінімізації логічних функцій в ортогональній формі на основі узагальнення традиційної таблиці істинності логічної функції у вигляді Q -матриці. Вона дозволяє представляти логічну функцію в ортогональній формі багатьма варіантами в залежності від розподілу вхідних аргументів на інформативну та базисну підмножини, а також враховувати при мінімізації однакові фрагменти в різних інформативних функціях.

Література

1. Кочкарев, Ю. А. Взаимные преобразования классических и альтернативных представлений комбинационных схем цифровых автоматов [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева, Н. Л. Казаринова // Сб. науч. трудов НАН Украины. Институт проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова. – Вып. 3. – Львов, 1998. – С. 94–99.
2. Пантелеева, Н. Н. Анализ структуры множества логических функций в полиномиальном представлении [Текст] / Н. Н. Пантелеева // Сб. науч. трудов. Ин-т проблем моделирования в энергетике НАН Украины. – № 6. – Черкассы, 1998. – С. 122–130.
3. Kochkarev, J. A. Minimization of logic function in the optimized form of representation [Text] / J. A. Kochkarev, N. N. Panteleyeva, N. L. Kazarinova // ASC'98, Szczecin, 1998. – С. 8–12.
4. Кочкарев, Ю. А. Априорное определение оптимальной формы представления логических функций [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Н. Л. Казаринова, Н. Н. Пантелеева // Збірник наукових праць “Сучасні інформаційні та енергозберігаючі технології життєзабезпечення людини”. Спецвип. “Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах”. – Вип. 6. – К. : ФАДА, ЛТД, 1999. – С. 429–432.
5. Кочкарев, Ю. А. Динамика изменения мощности подмножеств логических функций, перспективных для альтернативных реализаций [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева // Электроника и связь. – 2001. – № 11. – С. 81–86.
6. Кочкарев, Ю. А. Оптимизация структуры программируемых логических матриц ПЛИМ на основе технологии Exchanged DATA Mining (EDM) [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Е. Н. Панаско // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2006. – № 2. – С. 7–10.
7. Классические и альтернативные минимальные формы логических функций. Каталог-справочник [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева, Н. Л. Казаринова, С. А. Шакурн. – Ч. : Черкасский институт управления, 1999. – 156 с.
8. Кочкарев, Ю. А. Статистическая оценка потерь от неоптимальности формы представления логических функций [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Е. Н. Панаско, Н. С. Кучерова // Збірник наукових праць Національного гірничого університету. – № 32. – Дніпропетровськ, 2009. – С. 171–177.
9. Кочкарьов, Ю. О. Оптимізація структури комбінаційних схем шляхом використання оптимальної форми представлення логічних функцій [Текст] / Ю. О. Кочкарьов, І. В. Синько, О. М. Панаско // Інформаційні і моделюючі технології ІМТ-2009: матеріали II міжнародної науково-технічної конференції (ІМТ-2009). – Черкаси, 2009. – С. 38–39.
10. Kochkarev, Y. A. Ortogonal forms of presentation of boolean functions in device blocks [Text] / Y. A. Kochkarev, I. I. Osipenkova, E. N. Panasko // Датчики, приборы и системы ДПС – 2009: материалы международной научно-технической конференции. – Ялта, 2009. – С. 39–42.
11. Кочкарев, Ю. А. Возможности реализации логических функций в ортогональной форме представления [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Е. Н. Панаско, И. В. Синько // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2011. – № 1. – С. 45–49.
12. Реализация логических функций в ортогональной форме – перспективное обобщение булевой алгебры [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Е. Н. Панаско, С. А. Гресько, С. В. Бурмистров // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – Вип. 4. – Черкаси : ЧДТУ, 2012. – С. 25–29.
13. Панаско, О. М. Поєднання класики та альтернатив при ортогональній реалізації логічних функцій [Текст] / О. М. Панаско // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – Вип. 3. – Черкаси : ЧДТУ, 2012. – С. 31–36.
14. Панаско, О. М. Визначення оптимального розподілу змінних в ортогональній формі представлення логічних функцій [Текст] / О. М. Панаско // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2013. – № 4 (63). – С. 103–108.

Поступила в редакцію 7.02.2014, рассмотрена на редколлегии 12.02.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. кафедри системного програмування В. М. Рудницький, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси.

ПОИСК ОДИНАКОВЫХ ФРАГМЕНТОВ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ОРТОГОНАЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Е. Н. Панаско

В представленной статье рассматривается постановка задачи и реализация метода минимизации логических функций в ортогональной форме представления. Особенностью метода является учет одинаковых фрагментов в информативных функциях логической функции, которая минимизируется. Ортогональная форма представления является многовариантной, что обусловливается характером распределения аргументов логической функции на информативное и базисное подмножества. Задача минимизации в ортогональной форме заключается в нахождении такого аналитического представления логической функции, которое обеспечивает наименьшую сложность реализации функции с точки зрения выбранного параметра сложности структурной реализации. Полученный метод обеспечивает упрощение схемной реализации логической функции в ортогональной форме представления, которое выражается уменьшением среднего значения показателя габаритной площади части формирования конъюнкций программируемой логической матрицы. После применения предложенного метода минимизации среднее значение интегральных показателей габаритной площади для полных множеств логических функций от указанного количества аргументов в ортогональной форме стало на 23,8% лучшим в сравнении с аналогичным показателем в классической форме представления.

Ключевые слова: логические функции, ортогональная форма представления, показатели структурной сложности, параметр габаритной площади, программируемая логическая матрица, декомпозиция аргументов, информативное подмножество, базисное подмножество, интегральный показатель структурной сложности реализации.

SEARCH OF IDENTICAL FRAGMENTS AT MINIMIZATION OF LOGICAL FUNCTIONS IN THE ORTHOGONAL IMPLEMENTATION

E. N. Panasko

In the presented article, the realization of boolean functions minimization method for the orthogonal form of presentation is raised. The feature of this method is an account of identical fragments in the informing functions of boolean function which is minimized. An orthogonal form of presentation is multiple, that is stipulated character of distributing of boolean function arguments on informing and base subsets. The task of minimization in an orthogonal form consists in finding of such analytical presentation of boolean function, which provides the least complication of function realization from point of select the parameter of complication of structural realization. The got method is provided by simplification of boolean function scheme realization in the orthogonal form of presentation which is expressed diminishing of mean value of overall area of programmable logical matrix. After application of the offered minimization method the mean value of integral indexes of overall area for the complete plurals of boolean functions from the current amount of arguments in the orthogonal form became on to 23,8% the best by comparison to an analogical index in the classic form of presentation.

Key words: logical functions, orthogonal representation form, programmed logic array, index of structural complexity, dimensional parameter space, decomposition arguments, informative subset, basic subset, integral indicator of the structural complexity of the implementation.

Панаско Олена Миколаївна – канд. техн. наук, доцент кафедри інформатики та інформаційної безпеки, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, Україна, e-mail: elena.pa26@mail.ru.