

УДК 519.248

С.В. ЩЕРБОВСЬКИХ

Національний університет «Львівська політехніка», Львів

## ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ НЕРІВНОМІРНОСТІ ПЕРЕРОЗПОДІЛУ НАВАНТАЖЕННЯ НА МІНІМАЛЬНУ МНОЖИНУ ПЕРЕТИНІВ ВІДНОВЛЮВАНОЇ СИСТЕМИ ІЗ РЕЗЕРВУВАННЯМ ЗА СХЕМОЮ 2-ІЗ-3

Застосовуючи відомі на сьогодні підходи не вдається ефективно врахувати нерівномірність перерозподілу навантаження на мінімальну множину перетинів системи із резервуванням за схемою 2-із-3. Для розв'язання поставленої проблеми застосовані динамічні дерева відмов, теорія графів та марковський аналіз. У роботі нерівномірність перерозподілу навантаження формалізовано динамічним деревом відмов, а характеристики перетинів визначені за розщепленою однорідною марковською моделлю. Одержані результати є основою для розроблення науково-обґрунтованих заходів щодо підвищення надійності досліджуваної системи.

**Ключові слова:** мінімальна множина перетинів, перерозподіл навантаження, модель надійності, система за схемою 2-із-3, динамічне дерево відмов, діаграма станів та переходів, марковська модель.

### Вступ

Розроблення рекомендацій щодо підвищення надійності ґрунтується на аналізі мінімальної множини перетинів. Під мінімальною множиною перетинів (від англ. «*minimal cut set*») у даній статті слід розуміти сукупність несумісних поєднань непрацездатності елементів, які призводять до непрацездатності усієї системи. Аналіз перетинів полягає у визначенні їх кількості, вмісту та ймовірнісних характеристик. Результатом такого аналізу є розроблення рекомендацій щодо підвищення надійності системи шляхом усунення у першу чергу тих перетинів, які становлять найбільшу частку у загальній ймовірності непрацездатності системи. Для досліджуваної у роботі системи із резервуванням за схемою 2-із-3 існує таке явище, що у результаті відмови одного із елементів, навантаження між рештою двома працездатними розподіляється нерівномірно. Застосовуючи відомі у літературі підходи адекватно врахувати вплив даного явища на ймовірнісні характеристики перетинів неможливо.

Таким чином, постає проблема розроблення математичної моделі надійності відновлюваної системи із резервуванням за схемою 2-із-3 для визначення характеристик перетинів, яка враховуватиме нерівномірність перерозподілу навантаження між елементами. Дана проблема характерна для електротехнічних систем, для яких важливим є урахування явищ перерозподілу навантаження.

У сучасній науковій літературі виділяємо такі напрями, пов'язані із вирішенням поставленої проблеми. Підходи для визначення мінімальної множи-

ни перетинів, які ґрунтуються на комбінаторній логіці [1], не здатні коректно врахувати динамічні явища, зокрема, перерозподіл навантаження. Для застосування динамічних дерев відмов [2] необхідно удосконалити їх математичний опис, щоб описати нерівномірність перерозподілу навантаження. Застосування марковських моделей потребує удосконалення методів їх автоматичної побудови [3], забезпечення врахування довільних розподілів та запам'ятовування передісторії за навантаженням [4].

### 1. Постановка задач дослідження

Сформувати динамічне дерево відмов системи із резервуванням за схемою 2-із-3, яке враховує нерівномірність перерозподілу навантаження.

Перетворити динамічне дерево відмов у модель станів і подій.

Перетворити модель станів та подій системи у марковську модель.

Визначити та проаналізувати мінімальну множину перетинів системи.

### 2. Динамічне дерево відмов системи

Система складена із трьох однакових генераторів, які підключені до спільної шини. Функція системи полягає у забезпеченні енергією споживачів, які підключені до цієї шини. Надійність системи формалізовано у вигляді дерева відмов, структура якого подана на рис. 1, а параметри у табл. 1. Непрацездатність усієї системи, яка позначена блоком «вершина подій 1», полягає у тому, що генератори не

забезпечують енергією споживачів. Вважаємо, що така непрацездатність критична (табл. 1, рядок 1), тобто після її настання відновлення системи до уваги вже не береться. Такий стан системи настає у випадку, якщо відбувається відмова будь-яких двох генераторів, що описано блоком «оператор 1». Тип цього блоку задано як операція відношення (табл. 1, рядок 2), а поріг спрацювання становить 2 (табл. 1, рядок 3). Непрацездатності генераторів, які позначені блоками «базова подія 1»–«базова подія 3», розподілені за законом Вейбулла із параметрами масштабу  $\alpha = 10\ 000$  год. та форми  $\beta = 1,3$ . (табл. 1, рядки 4–6, 8–10 та 12–14).

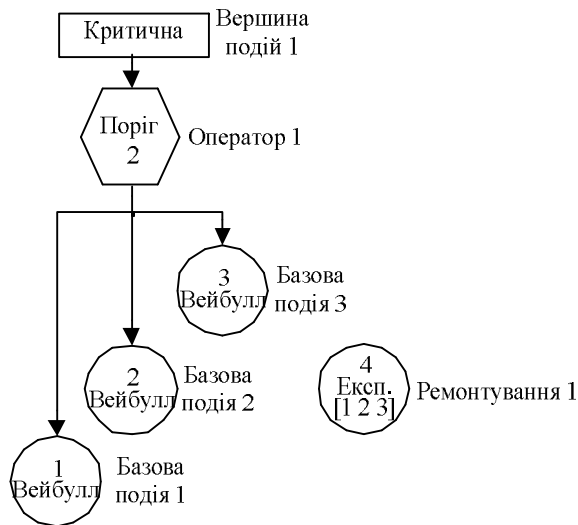


Рис. 1. Дерево відмов системи

Таблиця 1  
Параметри блоків дерева відмов системи

№	Назва блока	Назва параметра	Значення параметра
1	Верш. подій	Критичність	Так
2	Оператор 1	Тип	Відношення
3		Поріг	2
4	Базова подія 1	Порядковий номер	1
5		Тип розподілу	Вейбулл
6		Параметри розподілу	[10 000 1,3]
7		Функція масштаб.	Див. (1)
8	Базова подія 2	Порядковий номер	2
9		Тип розподілу	Вейбулл
10		Параметри розподілу	[10 000 1,3]
11		Функція масштаб.	Див. (2)
12	Базова подія 3	Порядковий номер	3
13		Тип розподілу	Вейбулл
14		Параметри розподілу	[10 000 1,3]
15		Функція масштаб.	Див. (3)
16	Ремонтвання 1	Порядковий номер	4
17		Тип розподілу	Експ.
18		Параметри розподілу	[0,025]
19		Множина відновл.	[1 2 3]

Поведінку системи за навантаженням задано на основі функцій масштабування. Така функція визначає взаємозв'язок коефіцієнта масштабування процесу зношування заданого елемента залежно від логічного стану (працездатність–непрацездатність) усіх елементів системи. Для даної моделі завдання функцій масштабування полягає у математичному описі нерівномірності перерозподілу навантаження. Функцію масштабування процесу зношування першого генератора задаємо так (табл. 1, рядок 7):

$$f_1(x) = \begin{cases} k_{11}, & \text{if } x_1x_2x_3, \\ k_{12} & \text{if } \overline{x_1x_2x_3}, \\ k_{13} & \text{if } x_1x_2\overline{x_3}, \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (1)$$

Якщо усі три генератори працездатні, то коефіцієнт масштабування становить  $k_{11} = 1$ . Якщо відбувається відмова другого генератора, то коефіцієнт масштабування зростає до  $k_{12} = 6$ , а якщо відмова третього —  $k_{13} = 7$ . Саме нерівність між собою коефіцієнтів масштабування  $k_{12}$  та  $k_{13}$  математично описує нерівномірність перерозподілу навантаження. Для усіх решти випадків вважаємо, що коефіцієнт масштабування дорівнює нулеві, оскільки генератор є непрацездатний або вимкнений.

Функцію масштабування процесу зношування другого та третього генераторів (табл. 1, рядки 11 та 15) задано за аналогією до функції масштабування першого:

$$f_2(x) = \begin{cases} k_{22}, & \text{if } x_1x_2x_3, \\ k_{21} & \text{if } \overline{x_1x_2x_3}, \\ k_{23} & \text{if } x_1x_2\overline{x_3}, \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (2)$$

де  $k_{22} = 1; k_{21} = 4; k_{23} = 4$ .

$$f_3(x) = \begin{cases} k_{33}, & \text{if } x_1x_2x_3, \\ k_{31} & \text{if } \overline{x_1x_2x_3}, \\ k_{32} & \text{if } x_1x_2\overline{x_3}, \\ 0, & \text{else.} \end{cases} \quad (3)$$

де  $k_{33} = 1; k_{31} = 6; k_{32} = 5$ .

Процес ремонтування генераторів, який задано блоком «ремонтвання 1», розподілений за експоненціальним законом із параметром  $\mu = 0,025$  год. (табл. 1, рядки 16–18). Такий процес здійснює відновлення усіх трьох генераторів, тому його множина відновлення містить значення 1, 2 та 3 (табл. 1, рядок 19). Функцію масштабування процесу ремонтування задавати в явному вигляді не треба, оскільки інформації про множину відновлення та про критичність вершини подій достатньо, щоб у подальшому сформувати таку функцію автоматично.

### 3. Модель станів та подій системи

На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов відновлюваної системи із резервуванням за схемою 2-із-3 складена модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких перебуває система, та подій, які у ній відбуваються, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Структура моделі станів та подій системи подана на рис. 2, а параметри моделі у табл. 2.

У моделі станів та подій процеси зношування генераторів позначено як P<sub>1</sub>–P<sub>3</sub>, а процес ремонтування — P<sub>4</sub>. Система може перебувати в семи станах, із яких чотири працездатні — S<sub>7</sub>–S<sub>5</sub>, S<sub>3</sub> та три непрацездатні — S<sub>4</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>1</sub>. У системі відбувається дванадцять подій, із яких сім є відмовами — T<sub>4</sub>, T<sub>5</sub>, T<sub>7</sub>, T<sub>8</sub>, T<sub>10</sub>, T<sub>11</sub>, три пошкодженнями — T<sub>1</sub>–T<sub>3</sub>, та три відновленнями — T<sub>6</sub>, T<sub>9</sub>, T<sub>12</sub>. У математичному описі станів у стовпцях s<sub>i,1</sub>–s<sub>i,4</sub> подано значення коефіцієнтів масштабування процесів P<sub>1</sub>–P<sub>4</sub>, а у стовпці y<sub>i</sub> — належність стану до працездатності.

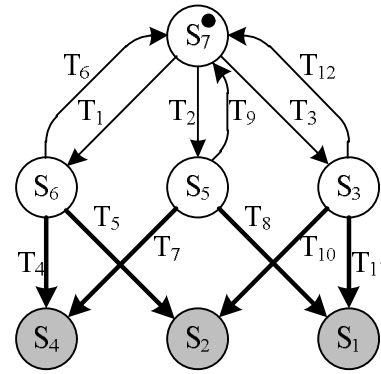


Рис. 2. Діаграма станів та переходів моделі станів та подій системи

У математичному описі подій у стовпці t<sub>k, f</sub> вказано процес, завершення якого призводить до виконання події, у стовпці t<sub>k, d</sub> — стан, в який переходить система у результаті виконання події, у стовпці t<sub>k, r</sub> — процеси, які перезапускаються внаслідок виконання події, а у стовпці z<sub>k</sub> — належність події до непрацездатності.

Таблиця 2

Параметри моделі станів та подій системи

№	Опис станів						Опис подій					
	Назва стану, S <sub>i</sub>	Графічний опис стану	Коефіцієнти масштабування				y <sub>i</sub>	Назва події, T <sub>k</sub>	t <sub>k, f</sub>	t <sub>k, d</sub>	t <sub>k, r</sub>	z <sub>k</sub>
			s <sub>i, 1</sub>	s <sub>i, 2</sub>	s <sub>i, 3</sub>	s <sub>i, 4</sub>						
1	S <sub>7</sub>		k <sub>11</sub>	k <sub>22</sub>	k <sub>33</sub>	0	1	T <sub>1</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>6</sub>	P <sub>1</sub>	0
2								T <sub>2</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>5</sub>	P <sub>2</sub>	0
3								T <sub>3</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>3</sub>	P <sub>3</sub>	0
4	S <sub>6</sub>		0	k <sub>21</sub>	k <sub>31</sub>	1	1	T <sub>4</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>4</sub>	P <sub>2</sub>	1
5								T <sub>5</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	1
6								T <sub>6</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>7</sub>	P <sub>4</sub>	0
7	S <sub>5</sub>		k <sub>12</sub>	0	k <sub>32</sub>	1	1	T <sub>7</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>4</sub>	P <sub>1</sub>	1
8								T <sub>8</sub>	P <sub>3</sub>	S <sub>1</sub>	P <sub>3</sub>	1
9								T <sub>9</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>7</sub>	P <sub>4</sub>	0
10	S <sub>4</sub>		0	0	0	0	0	—	—	—	—	—
11	S <sub>3</sub>		k <sub>13</sub>	k <sub>23</sub>	0	1	1	T <sub>10</sub>	P <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	P <sub>1</sub>	1
12								T <sub>11</sub>	P <sub>2</sub>	S <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	1
13								T <sub>12</sub>	P <sub>4</sub>	S <sub>7</sub>	P <sub>4</sub>	0
14	S <sub>2</sub>		0	0	0	0	0	—	—	—	—	—
15	S <sub>1</sub>		0	0	0	0	0	—	—	—	—	—

### 4. Марковська модель системи

Грунтуючись на моделі станів та подій сформована розщеплена однорідна марковська модель надійності відновлюваної системи із резервуванням за схемою 2-із-3. Звичайною або розщепленою однорідною марковською моделлю є множина матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами A, початкові ймовірності фаз p(0), а також зв'язок C функцій ймовірності фаз p(t) із характеристиками надійності системи y(t) залежно від часу t:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}(t) = \mathbf{A} \mathbf{p}(t),$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{p}(t).$$

Для формування марковської моделі системи розподіли для усіх чотирьох процесів, згідно із правилами [4], перетворені у розподіли фазового типу із параметрами: P<sub>1</sub> — {A<sub>1</sub>, p<sub>1</sub>(0), C<sub>1</sub>}, P<sub>2</sub> — {A<sub>2</sub>, p<sub>2</sub>(0), C<sub>2</sub>}, P<sub>3</sub> — {A<sub>3</sub>, p<sub>3</sub>(0), C<sub>3</sub>}, P<sub>4</sub> — {A<sub>4</sub>, p<sub>4</sub>(0), C<sub>4</sub>}.

Структура марковської моделі системи, яка містить 56 фаз та 108 переходів, подана на рис. 3, а її параметри у виразі (4):



значена для моменту часу 10 000 год. Перетини по-сортовані за зменшенням їх відносної ваги у загальній непрацездатності системи. Для зменшення ймовірності непрацездатності системи у першу чергу необхідно взяти заходів щодо підвищення надійності генераторів 1 та 3, які входять до перетину  $S_2$ , відносна вага якого становить 40,86 %.

### Висновки

Розроблено математичну модель надійності відновлюваної системи із резервуванням за схемою 2-із-3 для визначення мінімальної множини перетинів, яка забезпечила адекватне урахування нерівномірності перерозподілу навантаження між її елементами. Практична цінність результату полягає у тому, що за вказаною моделлю можна адекватно визначити характеристики перетинів системи та розробити науково-обґрунтовані рекомендації щодо підвищення надійності. Такі рекомендації ґрунтуються не лише на відомостях про розподіл випадкових процесів та топологію структури, а ще враховують надійнісну поведінку системи за навантаженням. Подальші дослідження скеровані на розроблення підходів щодо

урахування перерозподілу навантаження на мінімальну множину перетинів відновлюваної системи із ковзним резервуванням.

### Література

1. Wei-Chang, Y. A new algorithm for generating minimal cut sets in  $k$ -out-of- $n$  networks [Text] / Wei-Chang Yeh // Reliability Engineering & System Safety. – 2006. – Vol. 91, No 1. – P. 36–43.
2. Codetta-Raiteri, D. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power [Text] / D. Codetta-Raiteri // Reliability Engineering & System Safety. – 2011. – Vol. 96, No 5. – P. 534–544.
3. Haitao, Guo. Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented systems [Text] / Haitao Guo, Xianhui Yang // Reliability Engineering & System Safety. – 2008. – Vol. 93, No 6. – P. 829–837.
4. Щербовських, С. В. Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія [Текст] / С. В. Щербовських. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 296 с.

Надійшла до редакції 3.03.2013, розглянута на редколегії 26.03.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. кафедри комп'ютерних систем і мереж В.С. Харченко, Національний державний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕРАВНОМЕРНОСТИ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРУЗКИ НА МИНИМАЛЬНОЕ СЕКУЩЕЕ МНОЖЕСТВО ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ С РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ ПО СХЕМЕ 2-ИЗ-3

С. В. Щербовских

Применяя известные на сегодня подходы, не удается эффективно учесть влияние неравномерности перераспределения нагрузки на минимальное секущее множество системы с резервированием по схеме 2-из-3. Для решения поставленной проблемы применены динамические деревья отказов, теория графов и марковский анализ. В работе неравномерность перераспределения нагрузки математически описана динамическим деревом отказов, а характеристики сечений вычислены на основе расщепленной однородной марковской модели. Полученные результаты являются основой для разработки научно-обоснованных мероприятий по повышению надежности исследуемой системы.

**Ключевые слова:** минимальное секущее множество, перераспределение нагрузки, модель надежности, система по схеме 2-из-3, динамическое дерево отказов, граф состояний и переходов, марковская модель.

### DETERMINATION OF NON-UNIFORM LOAD-SHARING IMPACT ON MINIMAL CUT SET FOR REPAIRABLE 2-OUT-OF-3 SYSTEM

S.V. Shcherbovskykh

Applying well-known approaches, it's cannot effectively to take into account non-uniform load sharing impact on minimal cut set characteristics for 2-out-of-3 system. For solving such problem dynamic fault tree, graph theory and Markov analysis are used. In the paper non-uniform load-sharing is formalized by dynamic fault tree, and cut set characteristics are calculated by extended homogeneous Markov model. The results are the basis for scientific proved recommendation developing for reliability improving of treated system.

**Key words:** corrected cut set, load-sharing, reliability model, 2-out-of-3 system, dynamical fault tree, state and transition diagram, Markov model.

Щербовських Сергій Володимирович — канд. техн. наук, ст. наук. співр. науково-дослідної групи при кафедрі ТРП Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: shcherbov@polynet.lviv.ua.