УДК 621.3.049.77

О. М. ПАНАСКО

Черкаський державний технологічний університет, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ЗМІННИХ В ОРТОГОНАЛЬНІЙ ФОРМІ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ

В статті розглядається реалізація логічних функцій у відносно новій альтернативній формі представлення - ортогональній формі. Її відмінною особливістю є декомпозиція вхідних аргументів логічної функції на інформативну та базисну підмножини. Ортогональна форма представлення є багатоваріантною, оскільки зазначену декомпозицію можна проводити по-різному, в залежності від кількості аргументів, що відносяться до однієї чи іншої підмножини. В даній роботі проводиться аналіз залежності показників ефективності ортогональної форми представлення логічних функцій від декомпозиції аргументів на підмножини та дослідження можливості обумовленого розподілу аргументів логічної функції, зокрема, вибору кількості аргументів інформативної підмножини. Представлені результати демонструють залежність ефективності ортогональної форми представлення логічної функції від вибору конкретного значення кількості інформативних змінних логічної функції. Зростання потужності аргументів інформативної частини приводить до зменшення показників структурної складності реалізації логічних функцій.

Ключові слова: *логічні функції, ортогональна форма представлення, програмована логічна матриця, показники структурної складності, параметр габаритної площі, декомпозиція аргументів, інформативна підмножина, базисна підмножина, інтегральний показник структурної складності реалізації.*

Вступ

Широке впровадження обчислювальної техніки та систем управління в усі сфери людської діяльності, а також ускладнення задач, які розв'язуються цими системами, обумовлюють необхідність постійного пошуку шляхів вдосконалення технічних компонентів комп'ютерних систем. Покращення загальної якості відповідних об'єктів, наслідком якої є мініатюризація, зменшення енергоспоживання, збільшення швидкодії можливе на основі прогресу як в області технологій, так і шляхом оптимізації структур інтегральних мікросхем, як основної елементної бази технічних компонентів комп'ютерних систем. Оскільки, на думку більшості фахівців, можливості сучасної мікроелектроніки наближаються до своєї фізичної межі, іншою потенційною можливістю є структурна оптимізація мікросхем.

Структурна реалізація суттєво залежить від аналітичного представлення логічних функцій, як основних математичних моделей пристроїв сучасної техніки. Сукупність варіантів такого представлення логічної функції обумовлена, в першу чергу, формою представлення логічних функцій.

За останнє десятиріччя дослідження з теорії логічних функцій, що пов'язані з представленням функцій різними способами, достатньо інтенсивно розвиваються. Серед робіт, присвячених структурному вдосконаленню дискретних пристроїв, значне місце посідають роботи дослідників С. В. Яблонського, В. П. Сігорського, В. П. Тарасенка, П. М. Бібіла, А. Д. Закревського, А. А. Шалита, В. М. Супруна, Ю. О. Кочкарьова. Зазначеними науковцями обрано шлях нетрадиційних підходів до представлення та перетворення логічних функцій, до яких, зокрема, належать: концепція багатозначного алфавіту, кінечних предикатів, логічних шкал, інтерполяційних поліномів, спектрального представлення, концепція оптимальної форми представлення. Зазначені методи продемонстрували позитивний ефект в задачах аналізу та синтезу дискретних пристроїв.

В роботах [1-6] продемонстровано можливість представлення логічних функцій в альтернативних формах представлення (ФП), що є відмінними від традиційної класичної ФП (КФП). До множини зазначених альтернативних ФП відносяться алгебраїчна ФП (АФП) та Ріда-Мюлерівська ФП (РМФП). Характерною їх ознакою є поліноміальна сутність, що зводиться до представлення ЛФ у вигляді (1)

$$f(x_1, x_2, \ldots x_n) = \sum_{i=0}^{2^n-1} c_i s_i(x_i), \qquad (1)$$

де $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – логічна функція від n аргументів; $s_i(x_i)$ - відповідні базисні функції (див. нижче), що являють собою повну базисну систему, здатну представити будь-яку ЛФ у вигляді ряду, в якому кількість членів ряду не перевищує 2^n;
c_i - коефіцієнти, що відповідають тій чи іншій

альтернативній формі представлення.

В указаних формах існує різниця в способі додавання членів ряду. Зокрема, для алгебраїчної форми додавання здійснюється алгебраїчно з ваговими коефіцієнтами, а у випадку використання Ріда-Мюлерівської форми додавання ведеться по mod 2.

На сьогоднішній день обидві зазначені ФП досить глибоко досліджено на ефективність порівняно з відомою КФП ЛФ [1-3]. Результати досліджень повних множин ЛФ від n аргументів L(n) довели, що традиційна КФП далеко не завжди забезпечує мінімальність показників структурної складності реалізації логічних функцій. Цей факт сприяв пошуку нових альтернативних ФП, внаслідок чого множина альтернативних форм представлення розширилася за рахунок появи відносно нової ФП – ортогональної (ОРФП) [7].

Постановка задачі дослідження

Для ортогональної ФП характерною є декомпозиція вхідних аргументів ЛФ на інформативну X_Q та базисну X_Φ підмножини з потужностями k та n-k відповідно. Аргументи X_Φ утворюють ортогональні базисні функції, серед яких лише одна приймає значення, відмінне від нульового на будь-якому наборі вхідних аргументів. Аналітична форма представлення логічної функції в ОРФП має вигляд

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \bigvee_{i=0}^{2^{n-k}-1} Q_i \Phi_i, \qquad (2)$$

де k – кількість інформативних аргументів підмножини X_Q;

Q_i – інформативні функції, утворені аргументами X_Q;

Φ_i – базисні функції, утворені аргументами X_Φ потужністю n-k.

Інформативні функції виступають в ролі вагових коефіцієнтів для базисних функцій, на які накладається вимога взаємної ортогональності. Слід відзначити позитивні риси ОРФП логічних функцій.

Завдяки зазначеній ортогональності, нова форма представлення має перевагу у порівнянні з АФП та РМФП, яка полягає в простоті реалізації додавання кон'юнкцій в програмованих логічних матрицях на основі елементу OR. А це в свою чергу сприяє її впровадженню в широку інженерну практику. По-друге, ОРФП є багатоваріантною формою, що визначається кількістю інформативних аргументів та розподілом вхідних змінних логічної функції на підмножини X_Q та X_Φ. Частковий випадок ОРФП при k=0 відповідає загальновідомій класичній формі представлення.

Множина аргументів $x_1, x_2, ...x_n$ логічної функції в ОРФП розподіляється на дві підмножини – $Q_i(x_i)$ та $\Phi_i(x_i)$, причому слід зазначити, що це розбиття може бути здійснено по-різному – і за кількістю, і за номерами аргументів. Єдина вимога при цьому – вказані підмножини повинні не перетинатися. Припустимо, що для $Q_i(x_i)$ обрано k аргументів, тоді для $\Phi_i(x_i)$ залишається n-k аргументів. В представленому дослідженні нумерація аргументів при розподілі на інформативну та базисну частини враховуватись не буде. Для визначеності при подальшому викладенні припустимо, що для $Q_i(x_i)$ відведені $x_1, x_2, ...x_k$, а для - $\Phi_i(x_i) - x_{k+1}, x_{k+2}, ...x_{k+n}$.

Метою даної роботи є визначення обумовленого та раціонального вибору кількості аргументів інформативної підмножини x_i логічної функції в ортогональній формі представлення, тобто вибору величини k в рядах (2).

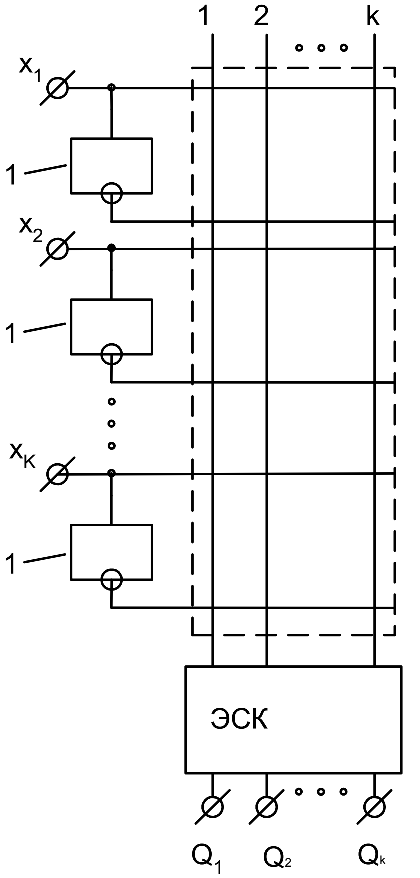
Визначення оптимального розподілу змінних в ортогональній формі представлення

Типова схема реалізації ЛФ в запропонованій ортогональній формі (ОРФП) представлена на рис. 1. Схема складається з 2 частин. В блоці формування кон'юнкцій логічної функції БФК-1 формуються інформативні ЛФ Q_i, гранична кількість яких становить 2^k. В загальному випадку для окремих ЛФ їх може бути значно менше – навіть одна Q_i. В БФК-2 формуються базисні функції Φ_i, кількість яких менше або рівна 2^{n-k}.

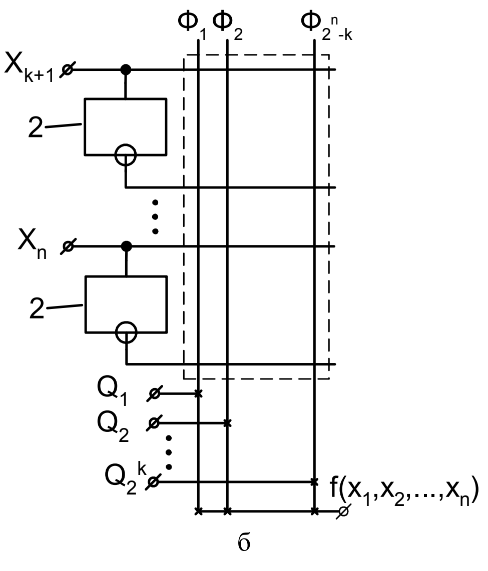
Блок БФК-1 являє собою класичну ПЛМ для випадків використання КФП при формуванні Q_i. Слід зазначити, що при використанні альтернативних ФП в БФК-1 відпадає необхідність в логічних інверторах 1, а також елементи додавання кон'юнкцій ЕСК повинні відповідати обраній ФП, як це було запропоновано в патенті [9]. Виходи БФК-2 після логічного множення на Q_i підключено до вихідного елементу АБО, на якому і формується ЛФ $f(x_1, x_2, ...x_n)$.

Для вирішення поставленої задачі необхідно визначити коло критеріїв оцінки структурної складності реалізації логічних функцій. В осередку виробників мікросхем розглядають, зокрема, наступні:

– кількість доданків в запису логічної функції;



а



б

Рис. 1. Типова схема реалізації ЛФ в ОРФП:
а - Блок формування кон'юнкцій інформативних функцій БФК-1;
б - Блок формування базисних функцій БФК-2

– кількість доданків в запису логічної функції, що являють собою фактичні кон'юнкції вхідних аргументів;

– кількість букв в запису логічної функції;

Габаритна площа частини формування кон'юнкцій програмованої логічної матриці (ПЛМ).

На думку автора найбільш доцільним критерієм в даному випадку є критерій габаритної площі. Для ортогональної форми представлення він визначається, виходячі з наявності двох конструктивних частин ПЛМ – БФК1 та БФК2 (3).

$$S_s(\text{ОРФП}) = S_s(Q) + S_s(\Phi), \tag{3}$$

де $S_s(Q)$ – сумарна площа ПЛМ в БФК-1, необхідна для реалізації інформативних ЛФ $Q_i(x)$;

$S_s(\Phi)$ – сумарна площа ПЛМ в БФК-2, необхідна для реалізації базисних ЛФ $\Phi_i(x)$.

Компонента $S_s(Q)$, в залежності від ФП, яка використовується в БФК-1, має вигляд:

– для КФП - $2k\sum Sad(Q)$;

– для АФП або РМФП - $k\sum S_{ad}(Q)$,

де $\sum S_{ad}(Q)$ - сумарна кількість різних доданків, необхідних для реалізації ЛФ $Q_i(x)$, тобто кількість вертикальних шин БФК-1.

Компонента $S_s(\Phi)$ являється фіксованою, якщо встановлено кількість аргументів k для $Q_i(x)$. Вона становить 2^{n-k} для будь-якої ЛФ при будь-якому n та k.

В якості об'єкта дослідження виступають сформовані на більш ранніх етапах бази даних повних множин логічних функцій L(n) ($2 \le n \le 5$) з показниками мінімальної складності реалізації MINFORM2, MINFORM3, MINFORM4, MINFORM5 [1]. В даній роботі доцільно використовувати інтегральний показник обраного критерію, що являє собою суму відповідних показників складності реалізації кожної ЛФ на повній множині логічних функцій L(n) (4):

$$Q_S = \sum_{i=0}^{2^{2^n}-1} S_s^{(i)}, \tag{4}$$

де n- кількість аргументів логічної функції;

Q_S - інтегральний показник габаритної площі повної множини логічних функцій L(n);

$S_s^{(i)}$ - значення параметру габаритної площі окремої логічної функції з повної множини L(n).

Для аналізу повної множини логічних функцій від n аргументів існує два можливих підходи. З одного боку можна розглядати параметри кожної окремо взятої логічної функції L(n). З іншого, в [8] експериментально було встановлено, що вся множина логічних функцій структурована на, так звані, групи релативності (ГР) логічних функцій, до яких відносяться ЛФ з однаковими показниками структурної складності реалізації. В даному випадку об'єкт дослідження доцільно інтерпретувати саме як сукупність ГР ЛФ, оскільки їх загальна кількість набагато менша за кількість окремих ЛФ в L(n). Зокрема, для L(3) кількість ГР становить 22 у порівнянні з загальною кількістю ЛФ – 256, а для L(4) 65536 логічних функцій утворюють всього 402 групи релативності.

Залежність показника ефективності ОРФП від різних співвідношень між кількістю інформативних та базисних змінних демонструє графік на рис.2. На ньому відображено стан аналізу множини L(3) за 22 групами релативності при кількості інформативних змінних логічної функції k=1 та k=2. При порівнянні двох варіантів розподілу аргументів виявлено, що кращі показники структурної реалізації габаритної площі S_s належать випадку, коли кількість інформативних змінних більша, тобто k=2.

При порівнянні ОРФП логічних функцій з традиційною КФП, приходимо до висновку, що навіть при збільшенні кількості базисних змінних X_{Φ}, коли показники ефективності ОРФП знижуються, все ж таки показники залишаються переважно кращими порівняно з КФП. Про це свідчать значення інтегральних показників габаритної площі для КФП та ОРФП при різній кількості інформативних змінних (табл. 1).

При порівнянні двох варіантів кількостей інформативних змінних – k=1 та k=2 при реалізації логічної функції в ОРФП для L(3) виявлено, що кращі показники структурної реалізації габаритної площі S_s належать випадку, коли кількість інформативних змінних більша. Це відповідає загальній кількості ЛФ в множині L(3) для k=1 – 152 та для k=2 – 172 (табл. 2).

Таблиця 1

Значення інтегральних показників S_s за ГР L(3) для КФП та ОРФП при різних значеннях інформативних змінних

Номер групи релятивності	Номер представника групи	Показник S_s для КФП	Показник S_s для ОРФП (k=1)	Показник S_s для ОРФП (k=2)
0	0	0	0	0
1	1	6	6	6
2	3	6	4	6
3	6	12	10	10
4	7	12	10	10
5	15	6	8	2
6	22	18	16	16
7	23	18	14	16
8	24	12	12	12
9	25	12	10	12
10	27	12	14	12
11	30	18	16	16
12	31	12	14	8
13	60	12	8	12
14	61	18	14	16
15	63	12	12	8
16	105	24	20	20
17	107	24	20	20
18	111	18	18	12
19	126	18	20	20
20	127	18	18	12
21	255	0	16	4
Значення інтегрального показника S_s		**3540**	**3272**	**3024**

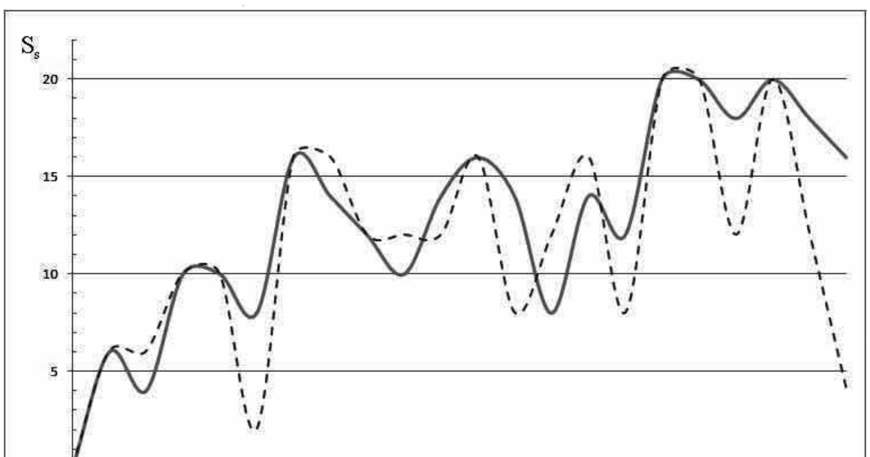


Рис. 2. Залежність показника структурної складності S_s від кількості базисних змінних для L(3)

Таблиця 2

Потужності підмножин пріоритетів ОРФП та КФП в залежності від кількості інформативних змінних для L(3)

n=3	Абсолютний та відносний вміст підмножин L(3)		
	КФП	ОРФП	КФП-ОРФП
k=1	59 (23%)	152 (59,4%)	45 (17,6%)
k=2	5 (2%)	172 (67%)	79 (31%)

В таблиці 3 представлено значення інтегральних показників габаритної площі логічних функцій при їх реалізації в КФП та ОРФП з урахуванням різної кількості інформативних змінних логічної функції, які отримано при аналізі повної множини логічних функцій L(4).

Таблиця 3

Значення інтегральних показників S_s множини L(4) для КФП та ОРФП в залежності від кількості інформативних змінних ЛФ

Кількість інформативних змінних k	Значення інтегрального показника ОРФП для показника структурної складності S_s	Значення інтегрального показника КФП для показника структурної складності S_s
k=1	2310072	2167176
k=2	1742032	
k=3	1271900	

Таблиця 4

Потужності підмножин пріоритетів ОРФП та КФП в залежності від кількості інформативних змінних для L(4)

n=4	Абсолютний та відносний вміст підмножин L(4)		
	КФП	ОРФП	КФП-ОРФП
k=1	36537 (55,8%)	16414 (25%)	12584 (19,2%)
k=2	625 (1%)	55614 (85%)	9296 (14%)
k=3	1368 (2,1%)	62963 (96%)	1204 (1,9%)

Результати, наведені на рис. 2 та в табл. 1-4, дозволяють стверджувати, що ефективність реалізації ОРФП в значній мірі залежить від обраної кількості інформативних змінних ЛФ k при декомпозиції вхідних аргументів логічної функції. Експериментально встановлено, що збільшення k в даному випадку призводить до зменшення показників структурної складності реалізації ЛФ в ОРФП за параметром S_s, але узагальнення цього явища потребує подальших досліджень.

Висновки

Проведено дослідження впливу характеру розподілу вхідних змінних логічної функції при її реалізації в ортогональній формі представлення на ефективність реалізації логічної функції в ОРФП з точки зору габаритної площі частини формування кон'юнкцій програмованої логічної матриці.

На основі отриманих результатів дослідження видно, що величина k відіграє помітну роль для ефективності ОРФП. Так, зі збільшенням кількості змінних, які формують інформативні функції Q_i, кількість ЛФ, що мають кращі показники реалізації, зростають.

Література

1. *Классические и альтернативные минимальные формы логических функций [Текст] / Каталог-справочник / Ю.А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева, Н. Л. Казаринова, С. А. Шакун. – Ч.: Черкасский институт управления, 1999. – 156 с.*
2. *Кочкарев, Ю. А. Статистическая оценка потерь от неоптимальности формы представления логических функций [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Е. Н. Панаско, Н. С. Кучерова // Збірник наукових праць Національного гірничого університету. – Дніпропетровськ, 2009. – № 32. – С. 171-177.*
3. *Kochkarev, J. A. Minimization of logic function in the optimized form of representation [Text] / J. A. Kochkarev, N. N. Panteleyva, N. L. Kazarinova // ASC'98, Szczecin, 1998. – C. 8–12.*
4. *Пантелеева, Н. Н. Анализ структуры множества логических функций в полиномиальном представлении [Текст] / Н. Н. Пантелеева // Сб. науч. трудов. Ин–т проблем моделирования в энергетике НАН Украины. – Черкассы. – 1998.– № 6. – С. 122 – 130.*
5. *Казаринова, Н. Л. Алгебраическая форма представления логических функций как вариант минимизации площади программируемых логических матриц [Текст] / Н. Л. Казаринова // Сб. науч. трудов. Ин–т проблем моделирования в энергетике НАН Украины. –Черкассы. – 1998.– № 6. – С. 114 – 122.*

6. Кочкарев, Ю. А. Альтернативные модели биомолекулярных вычислений на основе изоморфизма логических и кусочно–постоянных функций [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева, Н. Л. Казаринова // Электроника и связь. – 1999. – № 6, Т. 1.
– С. 217 – 221.

7. Кочкарев, Ю. А. Возможности реализации логических функций в ортогональной форме представления [Текст] / Ю. А. Кочкарев, Е. Н. Панаско, И. В. Синько // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2011. – № 1. – С. 45–49.

8. Кочкарьов, Ю. О. Оптимізація структури комбінаційних схем шляхом використання оптимальної форми представлення логічних функцій [Текст] / Ю. О. Кочкарьов, І. В. Синько, О. М. Панаско // Інформаційні і моделюючі технології ІМТ-2009: матеріали ІІ міжнародної науково-технічної конференції (ІМТ-2009). – Черкаси. – 2009. – С. 38-39.

9. Пат. 10201, Україна, МПК (2005) G06F7/544. Програмована логічна матриця [Текст] / Ю. О. Кочкарьов, О. М. Панаско, С. О. Шакун; заявник Черкаський державний технологічний університет. - № u200502059; заявл. 05.03.05; опубл. 15.11.05. Бюл.№11. 3 с.: іл.

Поступила в редакцию 6.12.2013, рассмотрена на редколлегии 11.12.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. кафедри системного програмування В. М. Рудницький, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В ОРТОГОНАЛЬНОЙ ФОРМЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Е. Н. Панаско

В статье рассматривается реализация логических функций в относительно новой альтернативной форме представления - ортогональной форме. Ее отличительной особенностью является декомпозиция входных аргументов логической функции на информативное и базисное подмножества. Ортогональная форма представления является многовариантной, поскольку указанную декомпозицию можно проводить по-разному, в зависимости от количества аргументов, относящихся к тому или иному подмножеству. В данной работе проводится анализ зависимости показателей эффективности ортогональной формы представления логических функций от декомпозиции аргументов на подмножества и исследование возможности обусловленного распределения аргументов логической функции, в частности, выбора количества аргументов информативного подмножества. Представленные результаты демонстрируют зависимость эффективности ортогональной формы представления логической функции от выбора конкретного значения количества информативных переменных логической функции. Рост мощности аргументов информативной части приводит к уменьшению показателей структурной сложности реализации логических функций.

Ключевые слова: логические функции, ортогональная форма представления, показатели структурной сложности, параметр габаритной площади, программированная логическая матрица, декомпозиция аргументов, информативное подмножество, базисное подмножество, интегральный показатель структурной сложности реализации.

DETERMINING THE OPTIMAL DISTRIBUTION OF THE VARIABLES IN THE ORTHOGONAL REPRESENTATION FORM OF LOGIC FUNCTIONS

E. N. Panasko

The article discusses the implementation of logic functions in a relatively new alternative form of representation - the orthogonal form. Its distinguishing feature is the the input arguments decomposition of logic functions on a basic and informative subsets. An orthogonal presentation form is multivariate because such decomposition may be performed differently depending on the number of parameters relating to a particular subset. In this paper, we analyze the dependence of orthogonal presentation form parametres of logic functions and arguments decomposition into subsets. We also research opportunities due to the distribution of the arguments of logic function, in particular, the choice of the arguments number in informative subsets. The presented results demonstrate the dependence of the orthogonal presentation form efficiency on the choice of values for the informative variables number of logic function. Increase in the power of the arguments informative indicators reduces the structural complexity of implementing logic functions.

Key words: logical functions, orthogonal representation form, programmed logic array, index of structural complexity, dimensional parameter space, decomposition arguments, informative subset, basic subset, integral indicator of the structural complexity of the implementation.

Панаско Олена Миколаївна – канд. техн. наук, доцент кафедри інформатики та інформаційної безпеки, Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, Україна, e-mail: lena.pa@mail.ru.