УДК 681.518.54;004.3.001.4

А.С. ЕПИФАНОВ

Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия

ОЦЕНКА СЛОЖНОСТИ МАРШРУТОВ НА ОСНОВЕ СПЕКТРА ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

В работе содержатся результаты анализа сложности 69 трасс, на которых проводились все официальные этапы автомобильной гоночной серии «Формула-1» с 1950 по 2011г.г. Основным используемым математическим аппаратом является аппарат геометрических образов автоматов и специальный спектр динамических параметров рекуррентного определения последовательностей, предложенные и разработанные В.А.Твердохлебовым. Анализ свойств данных трасс сведен к анализу свойств геометрических кривых на плоскости, представляющих масштабированные карты реальных трасс, и рассматриваемых с автоматной интерпретацией, а также к анализу последовательностей кодов, соответствующих трассам.

Ключевые слова: *геометрический образ законов функционирования автомата, автодром, код маршрута, оценка сложности управления движением по известному маршруту.*

Введение

Одной из фундаментальных характеристик, влияющих в общем случае на затраты ресурсов для организации движения по данному маршруту заданного объекта управления, является сложность маршрута. Сложность управления движением по заданному маршруту существенно зависит от специфики маршрута, которая определяется на основе многих факторов: длины маршрута, графика движения, физических характеристик объекта движения, трассы, специальных знаков и сигналов, внешних условий среды и т.п. Кроме того, сложность управления зависит и от свойств органов управления и ограничений, накладываемых на процесс управления. Все наиболее существенные факторы возможно закодировать с помощью символов конечного алфавита и представить специфику маршрута в виде последовательности элементов из конечного множества.

Проблема оценки сложности представлена задачами для различных математических структур: алгоритмов, классов задач, конкретных процессов, конкретных реализаций алгоритмов и т.п. Существуют различные средства и критерии оценки сложности: NP классы задач, NP-полные классы задач, классы полиномиально разрешимых задач, оценки по наилучшему, наихудшему или среднему варианту решения задач, оценки по числу вхождений в процесс вычислений наиболее сложных операций и т.д.(см., например, [1]).

В данной статье исследуются оценки сложности конкретных процессов управления движением по известному маршруту. На основе использования аппарата геометрических образов законов функционирования конечных детерминированных автоматов, предложенного и разработанного В.А. Твердохлебовым (см., например, [5]), возможно рассмотрение геометрических кривых, представляющих собой масштабированные карты исследуемых трасс, с автоматной интерпретацией, т.е. как геометрических образов законов функционирования автоматов. По каждой кривой (представляющей трассу) осуществляется построение класса автоматов при различных значения мощности входного алфавита и различных способах доопределения функции переходов автомата. Построенные автоматы минимизируются и на основе числа состояний в минимальном автомате, сопоставленном трассе, проводится классификация трасс по сложности.

Кроме того, в данной работе приводятся результаты исследования числовых последовательностей кодов, представляющих специфику трасс, на основе использования специального спектра числовых параметров, предложенного и разработанного в работах [2 – 5]. Спектр $\Omega = <\Omega_0, \Omega_1, \ldots, \Omega_4>$ вводится как многоуровневая структура, в которой на каждом уровне представлены наборы характеристик использованных рекуррентных форм. На каждом последующем уровне спектра Ω (при увеличении номера уровня) представлены более тонкие и детальные характеристики, что позволяет проводить оценки сложности с выбором необходимого уровня точности.

На основе использования спектра Ω для анализа числовых последовательностей, представляющих специфику трасс, производится оценка сложности и классификация по сложности 69 трасс [7-9], на которых были проведены все официальные этапы мировой гоночной серии «Формула – 1» с 1950г. по 2011г. Также проведен анализ сложности некоторых планируемых к созданию и использованию в формуле-1 новых трасс (в частности трассы, планируемой к созданию в г.Сочи, Россия [7,9]).

1. Спектр динамических характеристик рекуррентного определения последовательностей

Для строгого представления свойств последовательности Твердохлебовым В.А. введен спектр динамических параметров (характеристик) последовательности [2-5], характеризующий последовательность по взаимосвязям (взаиморасположению) элементов в ней. Определим понятие спектра. Рассмотрим спектр для произвольных последовательностей.

Пусть $U=\{u_1,u_2,...,u_k\}$ - конечное множество и ξ последовательность элементов из множества U: $\xi=\langle u(1),u(2),...,u(t),...\rangle$. Спектр $\Omega(\xi)$ динамических характеристик последовательности $\xi\in U^*$ имеет иерархическую структуру, состоящую из уровней $\Omega(\xi)=(\Omega_0(\xi),\ \Omega_1(\xi),\ \Omega_2(\xi),\ \Omega_3(\xi),\ \Omega_4(\xi))$. Каждый конкретный вариант реализации (представление значениями параметров) любого уровня $\Omega_i(\xi)$ определяет разбиение множества U^* на подмножества по свойствам совпадения характеристик. Подмножества такого разбиения будем рассматривать как классы эквивалентности последовательностей. Введём следующие обозначения.

Для любой последовательности $\overline{\xi}\in U^\nu$, где U^ν - множество всех последовательностей длины ν элементов из множества U, наименьший порядок рекуррентной формы, определяющей последовательность $\overline{\xi}$, будем обозначать $m_0(\overline{\xi})$. Для любой последовательности $\overline{\xi}\in U^\nu$ и $m\in N^+$, где $1\le m\le m_0(\overline{\xi})$, наибольшую длину начального отрезка последовательности $\overline{\xi}$, определяемого рекуррентной формой порядка m , будем обозначать $d^m(\overline{\xi})$. Для любой последовательности $\overline{\xi}\in U^\nu$ и $m\in N^+$, где $1\le m\le\left|\overline{\xi}\right|-1$, число смен рекуррентных форм порядка m, требующихся при определении последовательности $\overline{\xi}$, будем обозначать $r^m(\overline{\xi})$. Для любой последовательности $\overline{\xi}\in U^\nu$ и $m\in N^+$, где $1\le m\le m_0(\overline{\xi})$ и j, где $1\le j\le r^m(\overline{\xi})$ длину j-го отрезка в определении последовательности $\overline{\xi}$ будем обозначать $d_j^m(\overline{\xi})$.

Используя введенные обозначения определим спектр параметров, характеризующих последовательность, как следующую структуру:

- $\Omega_0(\overline{\xi})=\left\langle m_0(\overline{\xi})\right\rangle$;
- $\Omega_1(\overline{\xi})=\left\langle d^1(\overline{\xi}),d^2(\overline{\xi}),...,d^\alpha(\overline{\xi})\right\rangle$;
- $\Omega_2(\overline{\xi})=\left\langle r^1(\overline{\xi}),r^2(\overline{\xi}),...,r^\alpha(\overline{\xi})\right\rangle$;
- $\Omega_3(\overline{\xi})=\left\langle \Omega_3^1(\overline{\xi}),\Omega_3^2(\overline{\xi}),...,\Omega_3^\alpha(\overline{\xi})\right\rangle$,

где $\alpha=m_0(\overline{\xi})$ и $\Omega_3^j(\overline{\xi})=\left\langle d_1^j(\overline{\xi}),d_2^j(\overline{\xi}),...,d_{n_j}^j(\overline{\xi})\right\rangle$

(n_j – номер последнего отрезка в определении последовательности $\overline{\xi}$ как последовательности отрезков, определяемых отдельными рекуррентными формами порядка j).

Четвёртый уровень $\Omega_4(\overline{\xi})$ спектра $\Omega(\overline{\xi})$ добавляет к характеристикам в предшествующих уровнях оценку сложности правил и вариантов использования правил. Формально $\Omega_4(\overline{\xi})=\Theta(\Omega_3(\overline{\xi}))$, где Θ - оператор замены в $\Omega_3(\overline{\xi})$ величин длин отрезков весами использованных рекуррентных форм для определения отрезков.

Рекуррентная форма $F(z_{t-m}, z_{t-m+1}, \dots, z_{t-1})=z_t$ порядка m определяет последовательность $\xi=\langle u(1),u(2),...,u(t),...\rangle$ если для любого t , m<t и $t\in N$, $F(u_{t-m}, u_{t-m+1}, \dots, u_{t-1})=u_t$. Рекуррентная форма F рассматривается как правило, определяющее последовательность ξ , сложность которого может быть выражена с помощью величин m_0 (наименьший порядок рекуррентной формы) и $n=|W|$, где W - множество значений переменных ξ_i. Простейшая формула, определяющая числовое значение оценки сложности использованной рекуррентной формы, имеет вид $\theta=\frac{m_0\cdot k}{n^{m_0-1}}$,где k – число знаков в последовательности, порожденных применением рекуррентной формы F.

2. Оценка сложности трасс гоночной серии «Формула - 1» на основе спектра динамических характеристик

В данной части статьи с использованием спектра динамических параметров осуществляется исследование свойств 69 гоночных трасс, на которых были проведены все официальные этапы автомобильной гоночной серии «Формула-1» с 1950 по 2011 г.г., а также трасс, планируемых к введению в эксплуатацию. Анализ свойств гоночных трасс проводится на основе исследования свойств геометрических кривых, представляющих собой масштабированные карты реальных трасс. Анализ трасс состоит в построении кодов трасс (которые также интерпретируются как соответствующие последовательности вторых координат точек геометрических образов автоматов). Для элементов множества, состоящего из 69 построенных числовых последовательностей кодов строятся спектры и на основе совпадения числовых показателей спектра множество разбивается на классы эквивалентных последовательностей. Кроме того, по каждой из 69 кривых осуществлено построение семейства автоматов (при различном числе входных сигналов автомата и различных способах доопределения функции переходов автоматов).

Построение числовых последовательностей кодов трасс при анализе сложности управления движением по трассе заданного объекта может быть реализовано различными способами и с разной степенью точности и полноты. В общем случае в коде должны быть представлены: геометрические свойства маршрута, физические свойства маршрута (задымленность, туман, тип покрытия, наличие на покрытии трассы веществ, влияющих на сцепление и др.), свойства объекта движения (например, способность набирать/снижать скорость с заданной интенсивностью), свойства органа управления объектом движения, свойства объектов сигнализации. В данной работе при проведении анализа свойств трасс рассматриваются только геометрические свойства маршрутов ввиду того, что за 60 лет происходили существенные изменения в техническом регламенте «Формулы-1», оказывающие принципиальное влияние на свойства объекта движения, свойства органа управления и характеристики средств сигнализации (десятки раз вводились и отменялись ряд ограничений на мощность двигателя, диаметр и ширину покрышек, геометрию и размеры задних и передних антикрыльев, использование систем помощи при торможении и ускорении болида и др.). Числовые последовательности кодов, в которых представлены геометрические свойства трасс, могут быть построены различными способами. В данной работе использованы два способа построения кодов. Первый способ предполагает выбор базиса стандартных участков движения и их кодирования, разбиение всего маршрута на стандартные участки и построение кода всего маршрута как числовой последовательности кодов стандартных участков. При этом используется существующая гоночная классификация стандартных участков движения (см., например, [10-12]), для которых (на конкретном интервале времени действия технических правил для болидов) на основе опытных данных определены конкретные значения характеристик, позволяющие проходить стандартный участок быстрейшим способом: скорость входа на стандартный участок, скорость выхода, передача, на которой необходимо входить в участок, передача, на которой необходимо выходить из участка, способ прохождения участка. На рис.1 приведены карты двух трасс: (a) - Brands Hatch (Кент, Великобритания, 14 гран-при) и (b) - Hockenheimring (Хокенхайм, Германия, 33 гран-при) с выбранным разбиением трасс на стандартные участки.

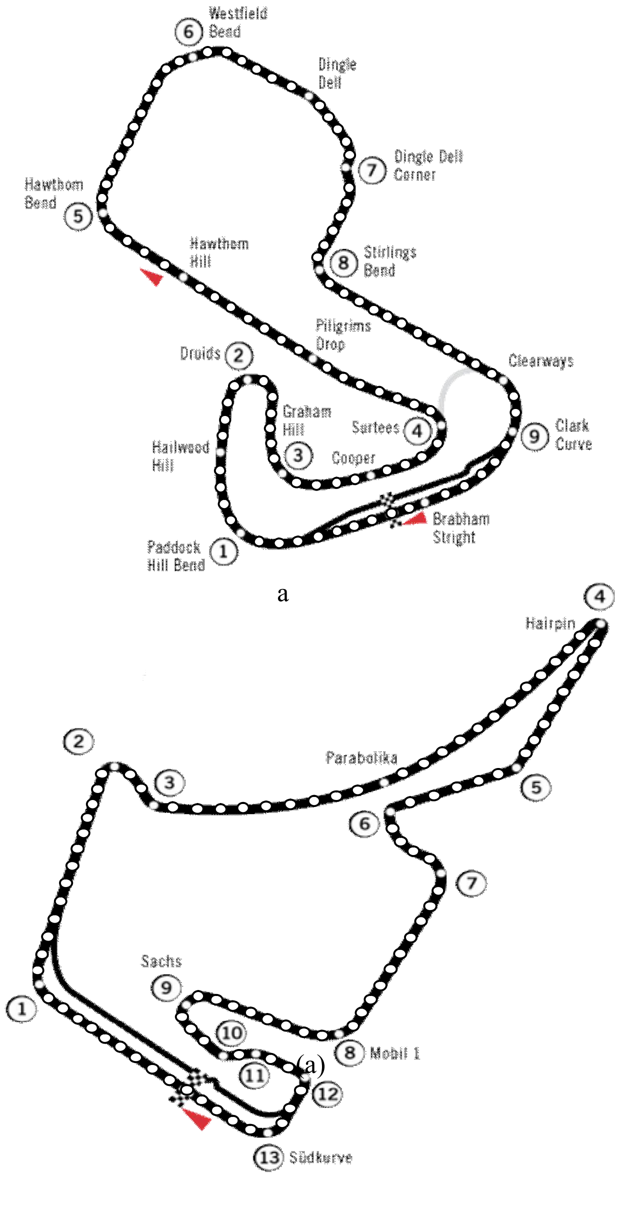

Рис. 1. Карты трасс:
а – Brands Hatch (Кент, Великобритания, 14 гран-при); (b – Hockenheimring (Хокенхайм, Германия, 33 гран-при) с выбранным разбиением трасс на стандартные участки

Построены числовые последовательности кодов всех 69 трасс и проведен их анализ с использованием спектра динамических параметров Ω. Вычислены значения показателей на четырех уровнях Ω_0 - Ω_3 спектра Ω и на основе полученных значений построены классы эквивалентных по сложности последовательностей и соответствующих им трасс. В качестве примера приведем значения показателей на первых двух уровнях Ω_0 и Ω_1 спектра Ω для последовательностей, кодирующих трассы, изображенные на рис.1. Показатели на нулевом уровне спектра: последовательность ξ_1, кодирующая трассу (a) Brands Hatch - $\Omega_0(\xi_1) = m_0(\xi_1) = 19$; последовательность ξ_2, кодирующая трассу (b) Hockenheimring - $\Omega_0(\xi_2) = m_0(\xi_2) = 21$. Значения показателей для ξ_1 и ξ_2 на уровнях Ω_1 - Ω_3 в явном виде не приводятся ввиду ограничений на объем статьи.

Второй, выбранный в данной статье, способ построения числовой последовательности кодов трассы основан на методе (предложенном и разработанным В.А.Твердохлебовым [5]) построения законов функционирования автомата по произвольной геометрической кривой и предполагает реализацию следующих этапов (действия, выполняемые в варианте главного квадранта,[5]):

1 этап. Заданная геометрическая фигура $\hat{O}'$ (возможно, но не обязательно) заменяется конгруэнтной фигурой Φ с более удобным её расположением относительно осей системы координат.

2 этап. Выбирается обход фигуры Φ, имеющий интерпретацию (или порождающий интерпретацию) как изменение свойств, характеристик, значений параметров моделируемого объекта, процесса, события и т.п. (в данной работе обход соответствует направлению движения по трассе).

3 этап. Выбирается прямая линия Z, которая параллельна оси ординат и имеет одну или несколько общих точек с фигурой Φ (касается или пересекает фигуру).

4 этап. Одна из общих точек a_1 линии Z и фигуры Φ выбирается начальной точкой обхода (в данной статье начальной выбирается точка, соответствующая старту в гонке).

5 этап. Строится сеть прямых линий, пересекающих фигуру Φ, по следующим правилам:

- фигура Φ пересекается u прямыми линиями (при выбранной величине u), параллельными оси ординат;

- фигуру Φ пересекает конечное число прямых, параллельных оси абсцисс и проходящих через точки пересечения фигуры Φ с построенными прямыми, параллельными оси ординат;

- точки в которых в фигуре Φ одновременно пересекаются прямые, параллельные оси ординат и прямые, параллельные оси абсцисс, обозначаются $a_1, a_2, \ldots, a_d$ в соответствии с порядком обхода фигуры Φ.

6 этап. Точки оси ординат, полученные пересечением прямых, параллельных оси абсцисс и проходящих через точки $a_1, a_2, \ldots, a_d$, обозначаются от начала системы координат символами $y_1, y_2, \ldots, y_l$, где $l \le d$, интерпретируемыми как выходные сигналы автомата.

Полученная последовательность точек $(i, pr_2(a_i))$, где $1 \le i \le d$, полагается базовой ломаной линией $\gamma_{\dot{A}}$, определяющей геометрический образ автомата (A, s_ε).

В результате использования данного метода по каждой трассе построены: семейство конечных детерминированных автоматов (при 5 различных значениях мощности входного алфавита и 4 способах доопределения функции переходов автоматов) и числовая последовательность. Множество последовательностей проанализировано с использованием спектра динамических характеристик, вычислены конкретные числовые показатели на уровнях Ω_0 - Ω_3 спектра Ω, построены классы эквивалентных по сложности последовательностей и соответствующих им трасс. Построенные автоматы минимизированы и на основе числа состояний в минимальном автомате, соответствующем трассе, проведена классификация трасс по сложности.

Краткие выводы

В статье проведен анализ сложности более 70 трасс «Формулы - 1» (трассы, на которых были проведены все официальные этапы с 1950г. по 2011г. и трассы, планируемые к построению и использованию в «Формуле-1»). Для проведения анализа трасс проведено кодирование трасс (двумя способами) и для получения конкретных оценок и классификации трасс по сложности использован специальный спектр динамических параметров рекуррентного определения последовательностей. По геометрическим кривым на плоскости, представляющим масштабированные карты трасс, построены и проанализированы классы автоматов (при различных числе входных сигналов автоматов и способах доопределения функции переходов).

Литература

1. Абрамов, С.А. Лекции о сложности алгоритмов. [Текст] / С.А. Абрамов. – М.: МЦНМО, 2009. – 252 с.

2. Филиппова, М.И. Оценка сложности управления движением по известному маршруту [Текст] / М.И. Филиппова, В.А. Твердохлебов // Информационно-вычислительные системы на железнодорожном транспорте. – 2007. – № 4. – С. 7 – 10.

3. Твердохлебов, В.А. Спектры числовых характеристик фазовых картин объектов диагностирования [Текст] / В.А. Твердохлебов // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2008. – № 5. – С. 148 – 155.

4. Твердохлебов, В.А. Спектры для геометрических образов автоматов и их связь с последовательностями и фигурами. [Текст] / В.А. Твердохлебов // Материалы IX Международного семинара "Дискретная математика и ее приложения". – М., 2007. – С. 409 – 412.

5. Твердохлебов, В.А. Геометрические образы законов функционирования автоматов [Текст] / В.А. Твердохлебов. – Саратов: Научная книга, 2008. – 183 с.

6. Епифанов, А.С. Анализ фазовых картин дискретных динамических систем. [Текст] / А.С. Епифанов. – Саратов: Научная книга, 2008. – 156 с.

7. Команда Мерседес [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.f1-live.ru. – 15.01.2012 г.

8. Vodafone McLaren Mercedes [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.mclaren.com/formula1. – 15.01.2012 г.

9. Трассы формулы 1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.formyla-1.ru. – 15.01.2012 г.

10. Богданов, О. Основы мастерства [Текст] / О. Богданов, Э.С. Цыганков. – М.: ДОСААФ СССР, 1986. – 60 с.

11. Цыганков, Э.С. Безопасное прохождение поворотов [Текст] / Э.С. Цыганков. – М.: Транспорт, 1993. – 220 с.

12. Цыганков, Э.С. Управление автомобилем в критических ситуациях [Текст] / Э.С. Цыганков. – Рипол Классик, 2006. – 59 с.

Поступила в редакцию 12.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Р.Б. Дунец, Национальный университет «Львовская политехника», Львов, Украина.

ОЦІНКА СКЛАДНОСТІ МАРШРУТІВ НА ОСНОВІ СПЕКТРУ ДИНАМІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

А.С. Епифанов

У роботі містяться результати аналізу складності 69 трас, на яких проводились усі офіційні етапи автомобільної гоночної серії „Формула-1" з 1950 по 2011 роки. Основним математичним апаратом, що був використаний, є апарат геометричних образів автоматів і спеціальний спектр динамічних параметрів рекурентного визначення послідовностей, запропоновані та розроблені В.А. Твердохлєбовим. Аналіз властивостей даних трас зведений до аналізу властивостей геометричних кривих на площині, які представляють масштабовані карти реальних трас, і розглянутих з автоматичною інтерпретацією, а також до аналізу послідовностей кодів, що відповідають трасам.

Ключові слова: геометричний образ законів функціонування автомата, автодром, код маршрута, оцінка складності управління рухом за відомим маршрутом.

ESTIMATION OF ROUTES COMPLEXITY BASED ON SPECTRUM DYNAMIC PARAMETERS

A.S. Epifanov

Paper contains results of the complexit analysis of 69 speedways, on which all official stages of an automobile racing series «Formula-1» in 1950-2011 years were spent. The basic used mathematical apparatus is the geometrical images of automatons and a special spectrum of dynamic parameters of recurrent definition of the sequences, offered and developed by V.A. Tverdokhlebov. The analysis of properties of the given speedways is reduced to the analysis of properties of geometrical curves on a plane, representing scaled card of real speedways, and considered with automaton interpretation, and also to the analysis of sequences of the codes, corresponding to speedways.

Key words: geometrical image of lows of functioning of state machine, an autodrome, a code of a route, an estimation of complexity of management of movement of set route.

Епифанов Антон Сергеевич – канд. физ.-мат. наук, младший научный сотрудник Института проблем точной механики и управления Российской Академии Наук, Саратов, Россия, e-mail: epifanovas@list.ru.