УДК 681.518.54;004.3.001.4

В.А. ТВЕРДОХЛЕБОВ

Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия

БИНАРНЫЕ ОТНОШЕНИЯ В ДИАГНОСТИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ СИСТЕМ

Содержится приложение бинарных отношений для построения моделей сложных человеко-машинных систем в работоспособном состоянии и при наличии в системах дефектов и определения дефектов в системах. Приведены простейшие формулы для действий с бинарными отношениями, определяющими причинно-следственные связи событий в процессе функционирования сложных человеко-машинных систем. Описаны геометрические образы законов функционирования автоматов, которые используются как модели сложных человеко-машинных систем. Приводится иллюстрация использования моделей и методов.

***Ключевые слова**: сложная человеко-машинная система, процесс функционирования, модель, комплекс причинно-следственных связей, метод, дефект, бинарное отношение, фильтр бинарного отношения.*

Введение

Теория бинарных отношений является разделом теоретической и прикладной математики. Первоначальное изложение этой теории О. Де Морганом, Ч. Пирсом, Г. Фреге было продолжено Е. Шредером, а затем Дж. Уайтхедом и Б. Расселом. Основы теории бинарных отношений содержатся в работах Ж. Реге [1] и В.В. Вагнера [2]. Аппарат теории использовался представителями научной школы В.М. Глушкова и их учениками. В частности, в работах [3-4] содержится интерпретация теории в области тестирования. Тесная связь теории бинарных отношений и теории графов способствует эффективности их приложений.

В данной работе аппарат теории бинарных отношений применяется к контролю и диагностированию сложных человеко-машинных систем (СЧМС) в двух направлениях:

- для построения модели СЧМС в форме комплекса причинно-следственных связей (КПС) событий, составляющего процесс функционирования СЧМС;
- для построения с заданными полнотой и точностью модели СЧМС с использованием бинарных отношений и их ограничений фильтрами, уточняющими фактические связи событий.

В построении модели СЧМС как на уровне КПС, так и на уровне более точных моделей используется метод, имеющий аналогию с диаграммами Тьюринга [5]. КПС и более точные модели строятся для работоспособных СЧМС и СЧМС при наличии в них рассматриваемых дефектов. Некоторые из используемых и принадлежащих автору результатов уже содержатся в разделах 1-3 работы [6]. Дефекты СЧМС представляются и рассматриваются в форме моделей, имеющих вид КПС и построенных на их основе структур из бинарных отношений и операций над бинарными отношениями.

1. СЧМС как объект диагностирования

СЧМС для рассмотрения представляется процессом ее функционирования, образованным взаимосвязями и взаимодействиями шести базовых процессов:

- командно-информационного управляющего и алгоритмического процесса (КП);
- процесса действия исполнителей – экипажей, диспетчеров, операторов и т.п. (ПДИ);
- процесса функционирования техники и оборудования (ПФ);
- процесса энергообеспечения (ПЭ);
- процесса обеспечения ресурсами – сырьем, комплектующими, пассажирами и т.п. (ПОР);
- процесса взаимодействий с внешней средой (ПВВС).

Также рассматриваются 57 вариантов взаимодействия базовых процессов в сочетаниях по два, по три, …, всех шести базовых процессов. Систематизированное построение КПС изложено в работе [7] и включает разработанные алгебру КПС и соответствующий язык формул, определяющих компоненты и КПС в целом. Это сделано на основе новой предложенной модели элементарных звеньев, компонент и КПС в целом, состоящих из группы причины (причина и условие 1 реализации причинно-следственной связи), группы следствия (следствие и условие 2 после реализации причинно-следственной связи) и ядра, определяющего с требуемыми полнотой и точностью связи группы причины и группы следствия. Для диагностирования СЧМС рассматриваются ошибки в КП, ошибочные действия в ПДИ, неисправности в ПФ, нарушения в ПЭ, неправильные ПОР, неблагоприятные ПВВС. Сочетание процессов новые свойства СЧМС, не сводящиеся к свойствам только базовых процессов.

2. Бинарные отношения и операции над бинарными отношениями

Математические структуры в форме бинарных отношений и операций над ними хорошо согласуются с описанием процессов функционирования СЧМС. Пусть

$$< w(1), w(2), \dots , w(c) >,$$

где $w(t) \in \mathop{\times}\limits_{i=1}^{k} W_i$ и $1 \le t \le c$, последовательность событий, представляющая процесс функционирования СЧМС. Связям непосредственно соседних событий w(t) и w(t+1), а также связям событий через известные (или неизвестные) события соответствуют отношения вида $(w(t), w(t+1)) \in \rho$ или $(w(t), w(t+r)) \in \sigma$. Эти отношения могут уточняться на основе сокращения бинарных отношений ρ и σ, заменой их на бинарные отношения $\rho' \subset \rho$ и $\sigma' \subset \sigma$, так как бинарные отношения – это множества пар, их которых можно исключать пары на основе получаемой контрольной и диагностической информации, логических выводов и статистических данных.

К используемыми нами операциями над бинарными отношениями вида $\rho \subset E \times E$ и $\sigma \subset E \times E$ относятся:

- операция умножения

$$\sigma \circ \rho = \{(e, e') : (\exists e'' \in E)\ (e, e'') \in \rho \ \&\ (e'', e') \in \sigma\};$$

- операция обращения

$$\rho^{-1} = \{(e, e') : (e', e) \in \rho\};$$

- операция среза ρ через элемент $e \in E$

$$\rho < e >= \{e' : (e, e') \in \rho\}.$$

Специфическими бинарными отношениями являются: тождественное бинарное отношение

$$\Delta_{E'} = \{(e, e) : e \in E' \ \&\ E' \subset E\}$$

и универсальное бинарное отношение

$$E \times E .$$

Пусть Ω – универсальное множество событий и процесс функционирования СЧМС представлен последовательностью из c событий < w(1), w(2), … , w(c) >. Очевидным утверждением является

$(w(t), w(t+1)) \in \rho_\Omega$, где $\rho_\Omega \subset \Omega \times \Omega$ и $1 \le t \le c$, с которого можно начинать построение модели процесса функционирования СЧМС.

Модель процесса функционирования СЧМС предлагается строить по уровням точности и полноты с применением следующей процедуры: последовательность отношений

$$\nu(t) = < (w^t(1), w^t(2)) \in \rho_1^t,\ (w^t(2), w^t(3)) \in \rho_2^t,$$

$$\dots, (w^t(c_t - 1), w^t(c_t)) \in \rho_{c_t - 1}^t >,\ t \in N^+,$$

на основе соответствующей моменту t контрольной и диагностической информации

$$u^t(1), u^t(2), \dots, u^t(c_t)$$

заменяется последовательностью отношений

$$\nu(t+1) = < (w^{t+1}(1), w^{t+1}(2)) \in \rho_1^{t+1},$$

$$(w^{t+1}(2), w^{t+1}(3)) \in \rho_2^{t+1}, \dots,$$

$$\dots, (w^{t+1}(c_{t+1} - 1), w^{t+1}(c_{t+1})) \in \rho_{c_{t+1}-1}^{t+1} >,$$

где для некоторого j , $1 \le j \le c_t$, информация $u^t(j)$ определяет отношение ρ_j^{t+1}, где $\rho_j^{t+1} \subset \rho_j^t$. Это означает , что последовательность $\nu(t+1)$ более точно определяет события и их причинно-следственные связи в процессе функционирования СЧМС, чем последовательность $\nu(t)$.

Преобразование бинарного отношения ρ_j^t на основе информации $u^t(j)$ в бинарное отношение ρ_j^{t+1} можно осуществить с использованием соответствующих фильтров вида:

$$\rho_j^{t+1} = \rho_j^t \circ \Delta_u^1,\ \rho_j^{t+1} = \Delta_u^2 \circ \rho_j^t,$$

$$\rho_j^{t+1} = \Delta_u^2 \circ \rho_j^t \circ \Delta_u^1,\ \rho_j^{t+1} = \rho_j^t \cap \sigma_u .$$

Кроме этого, преобразование бинарного отношения ρ_j^t на основе информации $u^t(j)$ в произведение бинарных отношений $\rho_{j1}^t \circ \rho_{j2}^t$ можно осуществлять, используя условие $\rho_{j2}^t \circ \rho_{j1}^t \subset \rho_j^t$, если информация $u^t(j)$ позволяет это сделать. Если один из сомножителей ρ_{j1}^t или ρ_{j2}^t определен на основе новой полученной информации $u^t(j)$, то для него вычисляется второй максимальный сомножитель по формулам:

$$\max \rho_{j1}^t = \{(w, w') : \rho_{j2}^t < w' > \subset \rho_j^t < w >\},$$

$$\max \rho_{j2}^t = \{(w', w'') : \left(\rho_{j1}^t\right)^{-1} < w' > \subset \left(\rho_j^t\right)^{-1} < w'' >\},$$

используя следующие формулы:

$$(\max \rho_{j2}^t) \circ \rho_{j1}^t \subset \rho_j^t \ \text{и}\ \rho_{j2}^t \circ (\max \rho_{j1}^t) \subset \rho_j^t .$$

Бинарные отношения являются множествами пар и к ним применимы теоретико-множественные операции. Это позволяет представить бинарные отношения как объединения более простых бинарных отношений и при наличии оснований исключать из бинарного отношения его части.

Если $\rho^t = \bigcup_i \sigma_i^t$, то $\rho^t \circ \rho^{t+1}$ и $\rho^t \circ \rho^{t-1}$ представимы как результаты операций $\cap$ и $\cup$ над частями бинарных отношений:

$$\rho_{t+1} \circ (\bigcup_i \sigma_i^t) = \bigcup_i (\rho_{t+1} \circ \sigma_i^t),$$

$$(\bigcup_i \sigma_i^t) \circ \rho^{t-1} = \bigcup_i (\sigma_i^t \circ \rho^{t-1}),$$

$$\rho_{t+1} \circ (\bigcap_i \sigma_i^t) \subset \bigcap_i (\rho_{t+1} \circ \sigma_i^t),$$

$$(\bigcap_i \sigma_i^t), \circ \rho^{t-1} \subset \bigcap_i (\sigma_i^t \circ \rho^{t-1}).$$

3. Геометрические образы законов функционирования автоматов

Законам функционирования автоматов, используемых как модели СЧМС, придадим числовую математическую форму. Для этого в работе [8] изложено геометрическое представление законов функционирования дискретных детерминированных автоматов с конечным или счетно-бесконечным множеством состояний. На основании этого мощные средства математических идеализаций (актуальная бесконечность, числовая непрерывность, бесконечно малая величина, предельный переход, суммирование бесконечных рядов, абстрактные пространства и т.д.) могут быть использованы при построении моделей СЧМС. Разработанным принципом явилось размещение дискретных структур на непрерывных геометрических кривых, как правило, заданных аналитически.

Законы функционирования автомата

$$A = (S, X, Y, \delta, \lambda),$$

где S – множество состояний, X – множество входных сигналов, Y – множество выходных сигналов, а $\delta: S \times X \to S$ – функция переходов и $\lambda: S \times X \to Y$ – функция выходов, функции δ и λ распространяются до функций вида: $\delta: S \times X^* \to S$ и $\lambda: S \times X^* \to Y$.

Наблюдаемое функционирование (наблюдаемое поведение) автомата A систематизируется в форме автоматного отображения:

$$\rho'_s = \bigcup_{p'x \in X^*} \{(p'x, \lambda(\delta(s, p'), x)\}.$$

Множество ρ'_s пар рассмотрим как точки на геометрической кривой и преобразуем в графики: символьный, целочисленный, с числовыми вещественными координатами. Для этого на множестве всех последовательностей X^* (на множестве всех слов в алфавите X) определим линейный порядок ω_1. В соответствии с этим порядком получаем линейно упорядоченные множества пар (ρ_s, ω_1) и (ρ'_s, ω_1). Дополняя эти множества линейными порядками ω_0 на Y^* и ω_2 на Y, получаем графики: $(\rho_s, \omega_1, \omega_0)$ и $(\rho'_s, \omega_1, \omega_2)$. Построенные графики размещены в системах координат с осью абсцисс (X^*, ω_1) и осями ординат соответственно (Y^*, ω_0) и (Y, ω_2).

Линейные порядки ω_0 и ω_2 выбираются на основе учитываемых свойств выходных сигналов, а линейный порядок ω_1 определяется условиями и ограничениями, предполагаемыми для взаиморасположения на оси абсцисс последовательностей входных сигналов. Основной вариант линейного порядка ω_1 определяется следующими правилами:

Правило 1. На множестве X вводится некоторый линейный порядок $\omega_1 (\prec_1)$

$$x_1 \prec_1 x_2 \prec_1 \ldots \prec_1 x_k.$$

Правило 2. Порядок ω_1 на X распространяется до линейного порядка на множестве X^*:

- для любых слов $p_1, p_2 \in X^*$ неодинаковой длины $(|p_1| \neq |p_2|)$

$$|p_1| < |p_2| \to p_1 \prec_1 p_2;$$

- для любых слов $p_1, p_2 \in X^*$, для которых $|p_1| = |p_2|$ и $p_1 \neq p_2$ их отношение по порядку ω_1 повторяет отношение ближайших слева несовпадающих букв в словах p_1 и p_2.

На рис. 1 и 2 геометрические образы автоматных отображений представлены ломаными линиями, в которых пары вида (входная последовательность, выходная последовательность) представлены только вершинами ломаных.

Теорема 2. Пусть $A = (S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$ – инициальный дискретный детерминированный автомат с конечным или счетно-бесконечным множеством состояний S, ω_1 - линейный порядок на X^* и $(\alpha_0, \alpha_l]$ – полуинтервал на оси ординат, где $l = |Y|$. Тогда для любых

- взаимно-однозначного отображения "в", определенного как $\varphi: N^+ \to R$, где для любых $n, n' \in N^+$ из $n < n'$ следует, что $\varphi(n) < \varphi(n')$;

- разбиения полуинтервала $(\alpha_0, \alpha_l]$ на l полуинтервалов $(\alpha_0, \alpha_1]$, $(\alpha_1, \alpha_2]$, ... ,$(\alpha_{l-1}, \alpha_l]$ и взаимнооднозначного отображения $\nu: Y \to (\alpha_{i-1}, \alpha_i]$, $1 \leq i \leq l$, пара чисел (j, β), где $j \in Pr_2\, \varphi$ и $\beta \in (\alpha_0, \alpha_l]$, однозначно определяет пару (p, y_i), для которой j – номер $p \in X^*$ по порядку ω_1 и $\beta \in (\alpha_{i-1}, \alpha_i]$.

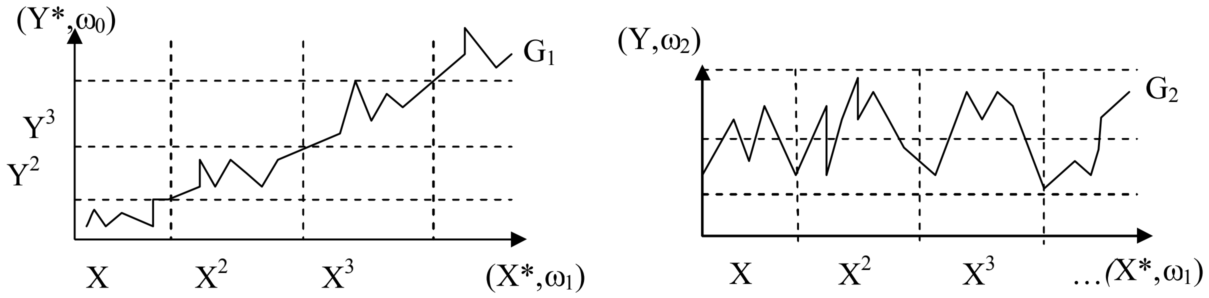

Рис. 1. Графики линейно упорядоченных автоматных отображений ρ_s и ρ'_s.

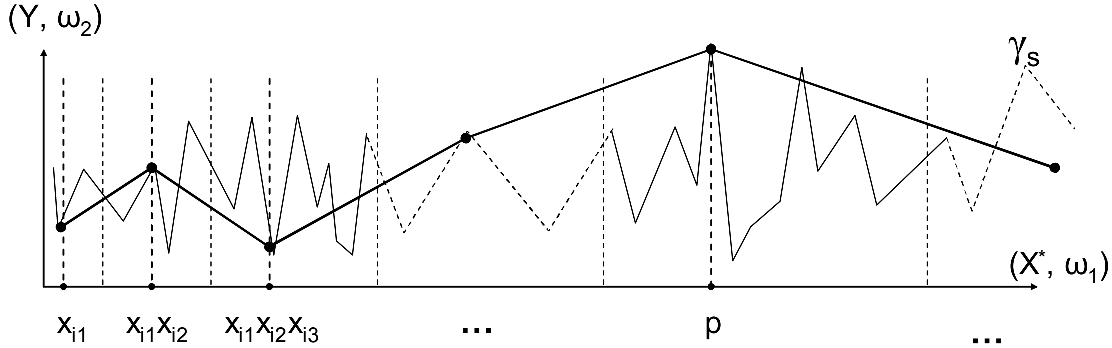

Рис. 2. Геометрический образ конкретного функционирования автомата как сечение геометрического образа γ_s по точкам, первые координаты которых являются префиксами прикладываемой входной последовательности.

Теорема 3. Любые:

- геометрическая кривая y=f(x);
- последовательность h точек $(x_{i_1}, f(x_{i_1})), (x_{i_2}, f(x_{i_2})), ..., (x_{i_j}, f(x_{i_j})), ...$,

где $x_{i_1} < x_{i_2} < ... < x_{i_j} < ...$;

- число $m \in N^+$ и разбиение последовательности h на подпоследовательности из m элементов каждая;
- полуинтервал $\Delta = (\alpha, \beta]$ на оси ординат, где

$$\min_{x \in \Delta} f(x) < \alpha < \beta \le \max_{x \in \Delta} f(x) ;$$

- разбиение полуинтервала Δ на конечное множество полуинтервалов вида $(\alpha_0, \alpha_1]$, $(\alpha_1, \alpha_2]$, ... ,$(\alpha_{l-1}, \alpha_l]$, где $l \in N^+$,

однозначно определяют геометрический образ законов функционирования дискретного детерминированного автомата с конечным или счетно-бесконечным множеством состояний, с m входными и l выходными сигналами.

Автоматное отображение является множеством пар, т.е. бинарным отношением. Геометрическое представление автоматного отображения можно рассматривать как новый, во многих случаях эффективный для приложений, способ задания бинарных отношений. Существенным является задание как геометрических кривых, так и выбранных на них точек для представления автоматных отображений с использованием аналитического задания.

Краткие выводы

Приведенные простейшие формулы для действий с бинарными отношениями, определяющими причинно-следственные связи событий в процессе функционирования СЧМС, позволяют существенно приблизиться к уровню модели СЧМС, на котором естественно и обоснованно процессы в СЧМС фрагментарно могут определяться алгебраическими, дифференциальными и интегральными, логическими уравнениями и отношениями.

При определении процесса функционирования СЧМС как последовательности событий, причинно-следственные связи которых представлены бинарными отношениями, необходимо соблюдать следующее условие каждое бинарное отношение ρ^t, входящее в определение процесса функционирования, как при первоначальном построении отношения, так и при всех последующих уточнениях отношения, должно содержать связь фактических событий. Это условие будет выполнено, если первоначальное отношение $\rho^t \subset \Omega \times \Omega$ впоследствии уточняется с сохранением в ρ^t всех пар событий, для исключения которых нет фактических данных или теоретических данных и оснований. При этом, в случае противоречия между фактически полученными данными и данными, определенными теоретически, требуется выяснить исправность средств получения контрольной и диагностической информации и полноту и точность информации, использованной при теоретических расчетах.

Литература

1. *Риге, Ж. Бинарные отношения, замыкания, соответствия Галуа [Текст] / Ж. Риге // Кибернетический сб. – 1963. – № 7. – С. 45 – 53.*
2. *Вагнер, В.В. Теория отношений и алгебра частичных отображений [Текст] / В.В. Вагнер // Сб. статей. Вып. 1. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. – 1965. – С. 3–17.*
3. *Твердохлебов, В.А. Контроль и диагноз сложных систем методами теории бинарных отношений [Текст] / В.А. Твердохлебов. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. – 1967. – 30 с.*
4. *Богомолов, А.М. Условия существования диагностических тестов [Текст] / А.М. Богомолов, В.А. Твердохлебов // Кибернетика. – 1968. – № 3. – С. 9 – 19.*
5. *Ман, Ф.К. Машины Тьюринга и вычислимые функции II. [Текст] / Ф.К. Ман // Сб. статей "Машины Тьюринга и рекурсивные функции". – М.: Мир, 1972. – С. 32 - 48.*
6. *Безопасность критических инфраструктур: математические и инженерные методы анализа и обеспечения [Текст] / Под. ред. В.С. Харченко. – Х.: Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского "ХАИ" , 2011. – 641 с.*
7. *Резчиков, А.Ф. Причинно-следственные модели производственных систем [Текст] / А.Ф. Резчиков, В.А. Твердохлебов. – Саратов: Научная книга, 2008. – 137 с.*
8. *Твердохлебов, В.А. Геометрические образы законов функционирования автоматов [Текст] / В.А. Твердохлебов. – Саратов: Научная книга, 2008. – 183 с.*

Поступила в редакцию 19.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Р.Б. Дунец, Национальный университет «Львовская политехника», Львов, Украина.

БІНАРНІ ВІДНОШЕННЯ В ДІАГНОСТУВАННІ СКЛАДНИХ ЛЮДИНО-МАШИННИХ СИСТЕМ

В.О. Твердохлєбов

В роботі представлено застосування бінарних відношень для побудови моделей складних людино-машинних систем в працездатному стані та за умови наявності в системах дефектів і для визначення дефектів в системах. Наведені прості формули для дій з бінарними відношеннями, що визначають причинно-наслідкові зв’язки подій в процесі функціонування складних людино-машинних систем. Робота містить опис геометричних образів законів функціонування автоматів, що використовуються як моделі складних людино-машинних систем. Проілюстровано застосування пропонованих методів та моделей.

Ключові слова: складна людино-машинна система, процес функціонування, модель, комплекс причинно-наслідкових зв’язків, метод, дефект, бінарне відношення, фільтр бінарного відношення.

BINARY RELATIONS IN DIAGNOSING OF COMPLEX MAN-MACHINE SYSTEMS

V.A. Tverdokhlebov

The application of binary relations for construction of models of complex human-machine systems in the state of operability under presence of defects and for defect detection is presented in the paper. The simple formulas for operations over the binary relations, which determine cause-and-effect relations of events during the functioning of complex human-machine systems are presented. Description of geometrical patterns for functioning laws of automatic machines, which are used as models of complex human-machine systems. The paper illustrates the usage of proposed methods and models.

Key words: complex human-machine system, functioning process, model, cause-effect complex, method, defect, the binary relation, the filter of the binary relation.

Твердохлебов Владимир Александрович – д-р техн. наук, профессор, главный научный сотрудник Института проблем точной механики и управления Российской Академии Наук, Саратов, Россия, e-mail: tverdokhlebovva@list.ru.