

УДК 004.052: 62.50

В.А. КРАМАРЬ

Севастопольский национальный технический университет, Украина

ГАРАНТОСПОСОБНОСТЬ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

Рассматривается задача обеспечения гарантоспособности аэрокосмических систем в условиях упругих колебаний. Предлагается подход к построению точной динамической модели летательного аппарата как упругого звена в виде мероморфных передаточных функций и их разложений в ряды по тонам колебаний. Предложенная методика позволяет обоснованно упростить описание аэроупругих связей до элементарных консервативных звеньев или их совокупности на основании оценки влияния упрощений на запасы устойчивости контура стабилизации. Получены передаточные функции дополнительных динамических связей, вносимых упругими деформациями в контур стабилизации через гироскопические приборы и акселерометры.

Ключевые слова: гарантоспособность, аэрокосмические системы, упругие колебания, мероморфные передаточные функции

Введение

Учитывая особый статус задач анализа, синтеза и управления аэрокосмическими системами, развитие данной отрасли невозможно представить без использования современных методов и технологий, ориентированных на создание надежных и функциональных ракетно-космических систем [1]. Согласно [2], гарантоспособность систем (надежность в более широком смысле) – это способность предоставлять требуемые услуги, которым можно оправданно доверять. Это свойство является комплексным и состоит из следующих составляющих [2]: безотказность, готовность, достоверность, функциональная безопасность, целостность, живучесть и т.д.

Очевидно, что готовность, живучесть, функциональная безопасность и безотказность аэрокосмических систем во многом определяются способностью предотвратить переход объекта управления в потенциально опасное состояние [1], например, обеспечить функциональную безопасность летательного аппарата в условиях упругих колебаний. Все механические стержневые конструкции, в том числе и корпуса аэрокосмических систем, являются не абсолютно жесткими конструкциями, то есть осуществляют колебания [3]. Основной причиной, которая вызывает изгиб и колебания корпуса является управляющий момент, который создается рулевыми органами. Данное обстоятельство становится особо существенным для аэрокосмических систем с насосной подачей топлива, так как для них характерна тенденция создания конструкций с наименьшим весом. Это приводит к тому, что несущие баки имеют небольшую жесткость. С целью повышения дальности полета аэрокосмической системы, например, ракеты наиболее приемлемым решени-

ем является увеличение ее длины, что в свою очередь увеличивает гибкость корпуса [3]. Упругость конструкции корпуса ракеты оказывает неблагоприятное влияние на устойчивость и качество системы управления и, в свою очередь, на гарантоспособность системы в целом. Основная проблематика, связанная с развитием научных знаний в этой области, обусловлена отсутствием точных динамических моделей летательного аппарата как упругого звена в виде мероморфных передаточных функций и их разложений в ряды по тонам колебаний.

1. Постановка задачи

Вопросам исследования летательных аппаратов как упругих тел посвящено большое количество исследований. В работе [3] показано, каким образом колебания влияют на движение аэрокосмической системы. Например, под действием возмущающего момента M_3 ракета отклоняется на некоторый угол рыскания $+\psi$. Тогда автомат стабилизации, поворачивая рулевые органы $(+\delta_1)$, будет создавать управляющий момент M_8 , который должен компенсировать вредное действие возмущения (рис. 1).

Но корпус ракеты, как уже указывалось выше – не абсолютно жесткая конструкция, и под действием момента M_8 он прогнется, вследствие чего датчик угла рыскания, размещенный на гироскопической платформе зарегистрирует угол не ψ а $\psi + \Delta\psi_{\text{виг}}$ (рис. 2).

Переходные процессы в контуре стабилизации, происходящие под действием аэродинамических сил, сопровождаются упругими деформациями корпуса летательного аппарата, которые сказываются на сиг-

налах измерительных устройств [3]. Углы изгиба корпуса вносят дополнительную составляющую в сигналы гироскопов, а ускорения упругих колебаний проявляются в сигналах акселерометров.

При этом в контуре стабилизации возникают дополнительные обратные связи – упругие звенья, которые следует учитывать при анализе свойств контура.

При решении задачи анализа колебаний получают передаточную функцию ракеты как объекта регулирования с учетом осцилляторов.

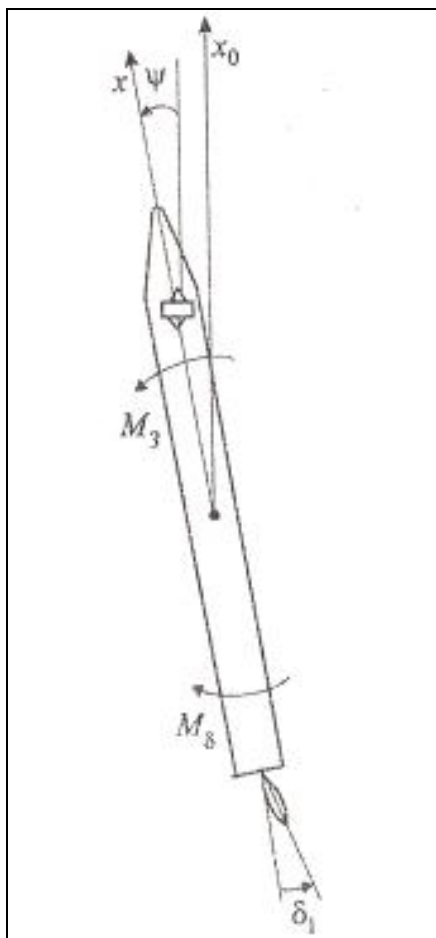


Рис. 1. Действие управляющего и возмущающего моментов на аэрокосмическую систему

Обычно удовлетворяются приближенными моделями явления в виде одного или нескольких колебательных звеньев, соответствующих основным тонам упругих колебаний. Вопрос о том, насколько точны подобные приближения модели, решается, в основном, экспериментальными средствами.

В настоящей статье рассматривается вопрос построения при определенных допущениях точной динамической модели упругого звена в виде мероморфных передаточных функций.

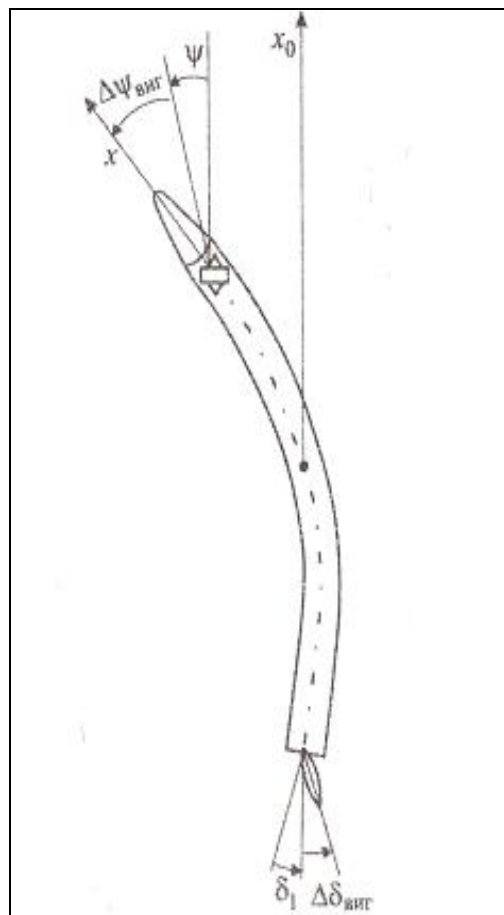


Рис. 2. Прогиб ракеты под действием управляющего момента

В настоящей статье рассматривается вопрос построения при определенных допущениях точной динамической модели упругого звена в виде мероморфных передаточных функций.

2. Модель учета колебаний при гарантоспособном управлении летательным аппаратом

Рассмотрим модель упругих колебаний с равномерным по длине корпуса распределением массы и средним по длине упруго – механическими характеристиками корпуса. При этих допущениях модель упругих колебаний летательного аппарата в системе координат, связанной с недеформированным корпусом, может быть получена [4] в виде дифференциального уравнения в частных производных для прогиба $Z(x, t)$

$$\frac{\partial^4 Z(x, t)}{\partial x^4} + k^4 \frac{\partial^2 Z(x, t)}{\partial t^2} = R(x, t) \quad (1)$$

граничных условий

$$Z''(0, t) = 0, \quad Z''(\ell, t) = 0,$$

$$Z'''(0, t) = 0, \quad Z'''(\ell, t) = 0,$$

а также начальных условий

$$Z(x, 0) = u(x), \quad \dot{Z}(x, 0) = v(x).$$

Собственные колебания упругого корпуса не учитываются, поскольку не сказываются на формировании дополнительных обратных связей.

В уравнении (1): $k^4 = \frac{\rho}{EJ}$ – упруго-механическая постоянная; ρ – погонная средняя массовая плотность аппарата; $\rho = \frac{m}{\ell}$ (m – масса, ℓ – длина аппарата); E – модуль Юнга; J – момент инерции сечения; $R(x, t)$ – функция распределения аэродинамических сил, которая принимается равной

$$R(x, t) = R^\beta(x)\beta(t) + R^\delta(x)\delta(t),$$

где $\beta(t)$, $\delta(t)$ – углы скольжения и отклонения руля соответственно и

$$R^\beta(x) = \frac{P^\beta(x)}{EJ},$$

$$R^\delta(x) = \frac{P^\delta(x)}{EJ},$$

$$P^\beta(x) = \Pi^\beta(x) - \frac{\rho}{m} Z^\beta - \frac{(x-x_c)}{J_y} M_y^\beta,$$

$$P^\delta(x) = \Pi^\delta(x) - \frac{\rho}{m} Z^\delta - \frac{(x-x_c)}{J_y} M_y^\delta.$$

$\Pi^\beta(x)$, $\Pi^\delta(x)$ – плотности распределения аэродинамических сил, обусловленных углами скольжения и отклонения руля соответственно.

$$\int_0^\ell \Pi^\beta(x) dx = Z^\beta = \frac{1}{2} C_Z^\beta \rho_b S V^2,$$

$$\int_0^\ell \Pi^\delta(x) dx = Z^\delta = \frac{1}{2} C_Z^\delta \rho_b S V^2,$$

где C_Z^β , C_Z^δ – коэффициенты аэродинамических сил, ρ_b – массовая плотность воздушного потока,

$M_y^\beta = \frac{1}{2} m_y^\beta \rho_b S V^2$, $M_y^\delta = \frac{1}{2} m_y^\delta \rho_b S V^2$, m_y^β , m_y^δ – коэффициенты аэродинамических моментов. Для функций $P^\beta(x)$, $P^\delta(x)$ имеют место [4] условия

$$\int_0^\ell P^\beta(x) dx = 0, \quad \int_0^\ell P^\delta(x) dx = 0,$$

$$\int_0^\ell x P^\beta(x) dx = 0, \quad \int_0^\ell x P^\delta(x) dx = 0.$$

Далее будут использоваться обозначения абсцисс характерных точек: «р», «*», «с», «Г» – руля, центра давления, центра масс, гироскопа соответственно.

3. Передаточные функции и частотные характеристики летательного аппарата как упругого звена

Применение преобразования Лапласа [4] к приведенной модели позволяет получить следующее представление для прогибов в изображениях

$$Z(x, s) = U^\beta(x, s)\beta(s) + U^\delta(x, s)\delta(s); \quad (2)$$

$$U^\beta(x, s) = \frac{1}{\alpha^3} \int_0^x R^\beta(x-\xi) k_4(\alpha\xi) d\xi + \int_0^\ell \frac{g(\xi, s)}{D(s)} R^\beta(\ell-\xi) d\xi; \quad (3)$$

$$U^\delta(x, s) = \frac{1}{\alpha^3} \int_0^x R^\delta(x-\xi) k_4(\alpha\xi) d\xi + \int_0^\ell \frac{g(\xi, s)}{D(s)} R^\delta(\ell-\xi) d\xi, \quad (4)$$

где (3), (4) – передаточные функции летательного аппарата как упругого звена.

В этих соотношениях:

$$D(s) = 16\alpha^4 [k^2(\alpha\ell) - k_2(\alpha\ell)k_4(\alpha\ell)],$$

$$g(\xi, s) = k_1(\alpha x) a(\xi, s) + k_2(\alpha x) b(\xi, s),$$

$$a(\xi, s) = 4\alpha [k_3(\alpha\ell)k_2(\alpha\xi) - k_4(\alpha\ell)k_1(\alpha\xi)],$$

$$b(\xi, s) = 4\alpha [k_3(\alpha\ell)k_1(\alpha\xi) - k_2(\alpha\ell)k_2(\alpha\xi)],$$

$$\alpha^4 = \frac{k^4 s^2}{4}, \quad k^4 = \frac{\rho}{EJ}, \quad k_1(x) = \text{ch}(x) \cos(x),$$

$$k_2(x) = \frac{1}{2} (\text{ch}(x) \sin(x) + \text{sh}(x) \cos(x)),$$

$$k_3(x) = \frac{1}{2} \text{sh}(x) \sin(x),$$

$$k_4(x) = \frac{1}{4} (\text{ch}(x) \sin(x) - \text{sh}(x) \cos(x)).$$

Соотношение (2) позволяет ввести передаточные функции относительно измеряемых переменных.

При наличии свободного гироскопа возникает дополнительный сигнал, поскольку он будет регистрировать угол изгиба корпуса аппарата. При малых колебаниях этот угол можно определить как $\mu(x, s) = \frac{\partial}{\partial x} Z(x, s) \Big|_{x=x_\Gamma}$, где x_Γ – абсцисса места крепления гироскопа.

Дифференцируя по x выражение для прогиба, найдем

$$\mu(x, s) = V^\beta(x, s)\beta(s) + V^\delta(x, s)\delta(s), \quad (5)$$

где
$$V^\beta(x, s) = \frac{\partial}{\partial x} U^\beta(x, s),$$

$$V^\delta(x, s) = \frac{\partial}{\partial x} U^\delta(x, s).$$

Дифференцируя выражения (3) и (4) найдем

$$V^\beta(x, s) = -\frac{1}{\alpha^2} \int_0^x R^\beta(x-\xi)k_3(\alpha\xi)d\xi + \int_0^\ell \frac{g_x(\xi, s)}{D(s)} R^\beta(\ell-\xi)d\xi; \quad (6)$$

$$V^\delta(x, s) = -\frac{1}{\alpha^2} \int_0^x R^\delta(x-\xi)k_3(\alpha\xi)d\xi + \int_0^\ell \frac{g_x(\xi, s)}{D(s)} R^\delta(\ell-\xi)d\xi, \quad (7)$$

где

$$g_x(\xi, s) = \frac{\partial}{\partial x} g(\xi, s) = -4\alpha k_4(\alpha x)a(\xi, s) + \alpha k_1(\alpha x)b(\xi, s). \quad (8)$$

Полученные передаточные функции летательного аппарата как упругого звена, представленные выражениями (3), (4) и (6), (7) являются мероморфными функциями.

Характеристическая функция $D(s)$ может быть представлена в виде

$$D(s) = 2k^8 \ell^4 s^4 \delta(s),$$

$$\delta(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(4n+4)!} c^{4n} s^{2n}, \quad c = \sqrt{2}k\ell,$$

где целая функция $\delta(s)$ имеет лишь чисто мнимые нули.

Передаточные функции $U^\beta(x, s)$, $U^\delta(x, s)$ могут быть представлены в виде:

$$U^\beta(x, s) = \frac{1}{\alpha^3} \int_0^x R^\beta(x-\xi)k_4(\alpha\xi)d\xi + \frac{1}{2k^4 \ell^4} \times \int_0^\ell \frac{\psi(\xi, s) R^\beta(\ell-\xi)d\xi}{\delta(s)},$$

$$U^\delta(x, s) = \frac{1}{\alpha^3} \int_0^x R^\delta(x-\xi)k_4(\alpha\xi)d\xi + \frac{1}{2k^4 \ell^4} \times \int_0^\ell \frac{\psi(\xi, s) R^\delta(\ell-\xi)d\xi}{\delta(s)},$$

где $\psi(s)$ – целая функция четных степеней s . Аналогичные представления имеют место и для функций $V^\beta(x, s)$, $V^\delta(x, s)$.

Полагая в выражениях для передаточных функций $s = j\omega$, будем иметь частотные характеристики упругого аппарата. Например, для частотной характеристики $U^\beta(x, j\omega) = U^\beta(x, \omega)$ из выражения (3) можно получить [4]

$$U^\beta(x, \omega) = \frac{1}{2k^3 \omega \sqrt{\omega}} \times \int_0^x R^\beta(x-\xi)(\text{sh}(k\sqrt{\omega}\xi) - \sin(k\sqrt{\omega}\xi))d\xi - \frac{1}{4k^3 \omega \sqrt{\omega}} \int_0^\ell \frac{r(\xi, \omega)}{\phi(k\ell\sqrt{\omega})} R^\beta(\ell-\xi)d\xi, \quad (9)$$

$$r(\xi, \omega) = (\sin(\lambda x) + \text{sh}(\lambda x))Y(\lambda, \xi) - (\cos(\lambda x) + \text{ch}(\lambda x))X(\lambda, \xi), \quad \lambda = k\sqrt{\omega},$$

функции $Y(\lambda, \xi)$, $X(\lambda, \xi)$ определены соотношениями:

$$Y(\lambda, \xi) = (\text{sh}(\lambda\xi) + \sin(\lambda\xi))(\text{sh}(\lambda\ell) + \sin(\lambda\ell)) + (\text{ch}(\lambda\xi) + \cos(\lambda\xi))(\cos(\lambda\ell) - \text{ch}(\lambda\ell)),$$

$$X(\lambda, \xi) = (\text{ch}(\lambda\xi) + \cos(\lambda\xi))(\sin(\lambda\ell) - \text{sh}(\lambda\ell)) + (\text{sh}(\lambda\xi) + \sin(\lambda\xi))(\text{ch}(\lambda\ell) - \cos(\lambda\ell)).$$

Аналогичное выражение с заменой $R^\beta(x)$ на $R^\delta(x)$ будем иметь для функции

$$U^\delta(x, j\omega) = U^\delta(x, \omega).$$

Аналогично для частотной характеристики

$$V^\beta(x, j\omega) = V^\beta(x, \omega)$$

имеет место соотношение (10) где

$$F(\xi, \omega) = (\text{ch}(\lambda x) + \cos(\lambda x))Y(\xi, \lambda) - (\text{sh}(\lambda x) - \sin(\lambda x))X(\xi, \lambda).$$

$$V^\beta(x, \omega) = -\frac{1}{2k^2 \omega} \times$$

$$\int_0^\infty R^\beta(x-\xi)(\text{ch}(k\sqrt{\omega}\xi) - \cos(k\sqrt{\omega}\xi))d\xi - \frac{2}{k^2 \omega} \int_0^\ell \frac{F(\xi, \omega)}{\phi(k\ell\sqrt{\omega})} R^\beta(\ell-\xi)d\xi, \quad (10)$$

Частотная характеристика

$$V^\delta(x, j\omega) = V^\delta(x, \omega)$$

следует из выражения (10) заменой функции $R^\beta(x)$ на функцию $R^\delta(x)$. Выражения (3), (4) и (6), (7) для передаточных функций, а также (9), (10) для частотных характеристик могут использоваться как исход-

ные для построения различных представлений передаточных функций и частотных характеристик при тех или иных моделях функций распределений сил $R^\beta(x)$, $R^\delta(x)$.

Полученные выражения достаточно сложны. Таким образом, для их использования представляет интерес их допустимые упрощения. Такие упрощения могут быть достигнуты с помощью аппарата разложения мероморфных функций на простейшие дроби.

Найдем для выбранных моделей распределения сил $R^\beta(x)$, $R^\delta(x)$ их разложения на простейшие дроби. Группируя полюсы парами $s = \pm j\omega_n$, будем иметь, например, для передаточной функции $U^\beta(x, s)$ представление

$$U^\beta(x, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_{1n}}{s - s_n} + \frac{\bar{A}_{1n}}{s - \bar{s}_n} \right),$$

$$s_n = j\omega_n, \quad \bar{s}_n = -j\omega_n,$$

где

$$A_{1n} = \lim_{s \rightarrow s_n} U^\beta(x, s) = \int_0^\ell \frac{g(\xi, s_n)}{D^{(1)}(s_n)} R^\beta(\ell - \xi) d\xi.$$

Полученному разложению можно придать вид

$$U^\beta(x, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\delta_n^\beta(x)}{s^2 + \omega_n^2},$$

где

$$\delta_n^\beta(x) = \frac{4X_n(x) \int_0^\ell X_n(x) R^\beta(x) dx}{k^4 \ell X_n^2(\ell)},$$

$$X_n(x) =$$

$$= (\operatorname{ch}(\mu_n \frac{x}{\ell}) + \cos(\mu_n \frac{x}{\ell}))(\sin(\mu_n) - \operatorname{sh}(\mu_n)) +$$

$$+ (\operatorname{sh}(\mu_n \frac{x}{\ell}) + \sin(\mu_n \frac{x}{\ell}))(\operatorname{ch}(\mu_n) - \cos(\mu_n)),$$

$$\omega_n = \frac{\mu_n^2}{k^2 \ell^2}, \quad 0 < \mu_1 < \mu_2 < \dots < \mu_n < \mu_{n+1} < \dots,$$

а μ_n , $n = 1, 2, \dots$ – нули функции $\phi(z)$.

Рассмотрим теперь передаточные функции для угла изгиба корпуса летательного аппарата. Выше они были определены выражениями (6), (7).

Разложение для передаточной функции (6) имеет вид

$$V^\beta(x, s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^\beta(x)}{s^2 + \omega_n^2}, \quad (11)$$

$$\gamma_n^\beta(x) = \frac{d}{dx} \delta_n^\beta(x) = \frac{4X'_n(x) \int_0^\ell X_n(x) R^\beta(x) dx}{k^4 \ell X_n^2(\ell)};$$

$$X'_n(x) =$$

$$= \frac{\mu_n}{\ell} [(\operatorname{sh}(\mu_n \frac{x}{\ell}) - \sin(\mu_n \frac{x}{\ell}))(\sin(\mu_n) - \operatorname{sh}(\mu_n)) +$$

$$+ (\operatorname{ch}(\mu_n \frac{x}{\ell}) + \cos(\mu_n \frac{x}{\ell}))(\operatorname{ch}(\mu_n) - \cos(\mu_n))].$$

Разложение для передаточной функции (7) следует из последних соотношений после замены $R^\beta(x)$ на $R^\delta(x)$.

Заключение

Рассмотрена задача обеспечения гарантоспособности аэрокосмических систем в условиях упругих колебаний. Применением преобразования Лапласа к анализу упругих колебаний корпуса летательного аппарата получены передаточные функции дополнительных динамических связей, вносимых упругими деформациями в контур стабилизации через гироскопические приборы и акселерометры как передаточных функций в классе мероморфных функций. Полученные передаточные функции справедливы при весьма существенных допущениях относительно упруго-механических свойств корпуса летательного аппарата, но предложенная методика анализа влияния аэроупругих связей на контур стабилизации справедлива в более общих случаях учета упруго-механических свойств. Этот результат позволяет обоснованно упростить описание аэроупругих связей до элементарных консервативных звеньев или их совокупности на основании оценки влияния упрощений на запасы устойчивости контура стабилизации.

В качестве основного направления дальнейших исследований необходимо оценить эффективность предлагаемого подхода к построению точной динамической модели летательного аппарата с точки зрения обеспечения гарантоспособности при его управлении.

Литература

1. Технологии высокой готовности для программно-технических комплексов космических систем [Текст] / В.С. Харченко, О.Н. Одаруценко, Б.М. Конорев и др. – Х.: ХАИ, 2010. – 372 с.
2. Харченко, В.С. Гарантоспособность и гарантоспособные системы: элементы методологии [Текст] / В.С. Харченко // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2006. – № 5 (17). – С. 7–19.
3. Александров, С.С. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. – Т.2: Автоматичне керування рухом літальних апаратів [Текст] / С.С. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнецов; За заг. ред. С.С. Александрова. – Х.: НТУ «ХПИ», 2006. – 528 с.

4. Работнов, Ю.Н. *Механика деформируемого твердого тела. [Текст] / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1979. – С. 207 – 213.*

5. Шабат, Б.В. *Введение в комплексный анализ. [Текст] / Б.В. Шабат. – М.: Лань. – 2004. – 577 с.*

Поступила в редакцию 1.03.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Хаханов, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина

ГАРАНТОЗДАТНІСТЬ АЕРОКОСМІЧНИХ СИСТЕМ В УМОВАХ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ

В.О. Крамар

Розглядається задача забезпечення гарантоздатності аерокосмічних систем в умовах пружних коливань. Пропонується підхід до побудови точної динамічної моделі літального апарата як пружного ланки у вигляді мероморфних передавальних функцій та їх розкладів у ряди по тонах коливань. Запропонована методика дозволяє обґрунтовано спростити опис аеропружних зв'язків до елементарних консервативних ланок або їх сукупності на підставі оцінки впливу спрощень на запаси стійкості контуру стабілізації. Отримано передавальні функції додаткових динамічних зв'язків, що вносяться пружними деформаціями в контур стабілізації через гіроскопічні прилади та акселерометри.

Ключові слова: гарантоздатність, аерокосмічні системи, пружні коливання, мероморфних передавальні функції.

DEPENDABILITY OF AEROSPACE SYSTEMS UNDER ELASTIC VIBRATIONS

V.A. Kramar

The solution of the problem of aerospace systems dependability ensuring under the elastic vibrations is considered. The proposed approach constructing an accurate dynamic model of the aircraft as an elastic link in the form of meromorphic transfer functions and their expansions in series of tones of vibrations. The proposed method allows to simplify the description of the aeroelastic reasonably ties to conservative elementary units or their combination on the basis of assessing the impact of simplification on the stability margins of the contour of stabilization. The transfer functions of the additional dynamic links elastic deformations introduced into the circuit through the stabilization of gyroscopic devices and accelerometers are obtained.

Key words: aerospace systems dependability, elastic vibrations, transfer meromorphic functions.

Крамарь Вадим Александрович – канд. техн. наук, доцент, проректор Севастопольского национального технического университета, Севастополь, Украина, e-mail: kramarv@mail.ru.