

УДК 621.317.7.089.6

Р.В. КОЧАН

Національний університет «Львівська політехніка», Україна

ДОСЛІДЖЕННЯ ІНТЕГРАЛЬНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ СИГМА-ДЕЛЬТА МОДУЛЯТОРА ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ

Розроблено імітаційну модель однобітного сигма-дельта модулятора третього порядку, яка дозволяє досліджувати вплив параметрів компонентів модулятора на його інтегральну нелінійність. З допомогою розробленої моделі проведено дослідження впливу нелінійності кожного з інтеграторів на форму функції інтегральної нелінійності модулятора в цілому. Отримані результати дозволили визначити напругу, при якій інтегральна нелінійність модулятора приймає максимальне значення, та визначити параметри інтеграторів, які на нього впливають.

Ключові слова: *сигма-дельта модулятор, інтегральна нелінійність, аналого-цифровий перетворювач.*

Вступ

Широке розповсюдження засобів обчислювальної техніки та алгоритмів цифрового опрацювання сигналів призвели до того, що аналого-цифрові перетворювачі (АЦП) стали необхідним компонентом практично всіх вимірювальних систем. В системах вимірювання електричних величин власне метрологічні характеристики АЦП визначають характеристики системи в цілому, тому покращення параметрів АЦП є актуальною задачею. Нішу прецизійних АЦП напруги постійного струму займають перетворювачі на базі сигма-дельта модулятора (СДМ) [1, 2]. Їх високу точність забезпечують структурно-алгоритмічні методи – встановлення нуля та калібрування, що дозволяє усунути вплив на результат перетворення адитивної та мультиплікативної складових похибки перетворення. Тоді похибка результату перетворення визначається в основному похибками джерела напруги калібрування, комутуючого пристрою і невиключеною похибкою АЦП, в якому домінуючою є похибка зумовлена нелінійністю його функції перетворення (ФП).

Хоча похибкою нелінійності зазвичай нехтують, а для багатьох АЦП її не нормують, вона обмежує потенційно досяжну точність. Наприклад, для 24-х розрядного АЦП типу AD7714 [3] похибка нелінійності досягає 15 ppm., що відповідає лише 16-му розряду. Отже молодші 8 розрядів результату перетворення є априорі неточними, а з точки зору традиційної метрології – надлишковими. Тому для підвищення точності перетворення АЦП понад 15 ppm. (0,0015%) слід коригувати нелінійну складову похибки перетворення. Складність її корекції полягає у тому, що параметри функції, які її описують

залежать від режиму роботи АЦП, тому однократне визначення функції нелінійної складової похибки з метою подальшого коригування не дозволяє підвищити точність перетворення.

В [4, 5] запропоновано ряд методів, які дозволяють визначати інтегральну нелінійність ФП АЦП у тестових точках з високою точністю. При цьому кількість тестових точок може сягати від однієї до декількох десятків, в залежності від складності тестової схеми. Для корекції нелінійної складової похибки перетворення необхідно на базі отриманих значень нелінійності в тестових точках побудувати коригуючу функцію та враховувати поправку на кожен результат перетворення. Вибір виду коригуючої функції вимагає дослідження її характеру. Оскільки нелінійна складова ФП СДМ визначається нелінійністю ФП інтегратора кола прямого поширення сигналу [6], для цілеспрямованого вибору виду функції, призначеної для корекції нелінійної складової похибки АЦП, необхідно дослідити вплив параметрів інтеграторів на характер нелінійності СДМ та АЦП в цілому. У даній роботі досліджено однобітний СДМ третього порядку.

Виключно експериментальні дослідження впливу параметрів інтеграторів на нелінійну складову ФП СДМ не можуть бути достатньо інформативними через вплив похибки взірцевого обладнання, та складність формування інтеграторів з наперед заданою з високою точністю нелінійною ФП.

Тому пропонується провести дослідження шляхом обчислювального експерименту.

Опубліковані результати досліджень нелінійності ФП СДМ [7, 8], передбачають синхронну зміну параметрів інтеграторів, що цілком не характерно для СДМ високого порядку, оскільки кожен з

інтеграторів є незалежним компонентом. Тому доцільно провести дослідження впливу як кожного окремого інтегратора на ФП СДМ, так і їхньої комбінації з несинхронними параметрами.

1. Модель СДМ третього порядку

Структуру однобітного СДМ третього порядку зображено на рис. 1. Вона складається з кола прямо-

го поширення сигналу і кола зворотного поширення сигналу. Коло прямого поширення сигналу містить три суматори – \otimes , три інтегратори – \int та синхронний компаратор SC (який складається з генератора тактових імпульсів G, асинхронного компаратора та синхронного D-тригера ТТ). Коло зворотного поширення сигналу складається з однобітного цифро-аналогового перетворювача DAC, який керується вихідним кодом СДМ.

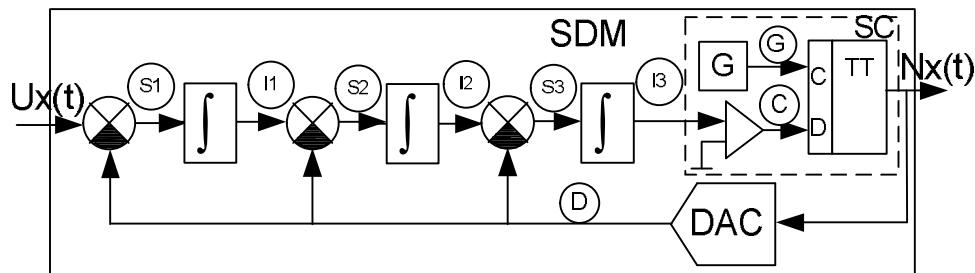


Рис. 1. Структура СДМ третього порядку

Характерні точки СДМ позначено на рис. 1, а залежності напруг у цих точках від часу t є компонентними рівняннями імітаційної моделі такого СДМ. Топологічне рівняння лінійної моделі цього СДМ можна описати системою рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{S1}(t) = U_X(t) - U_D(t); \\ U_{I1}(t) = \frac{1}{\tau_1} \int_0^t U_{S1}(t) dt; \\ U_{S2}(t) = U_{I1}(t) - U_D(t); \\ U_{I2}(t) = \frac{1}{\tau_2} \int_0^t U_{S2}(t) dt; \\ U_{S3}(t) = U_{I2}(t) - U_D(t); \\ U_{I3}(t) = \frac{1}{\tau_3} \int_0^t U_{S3}(t) dt; \\ U_C(t) = \begin{cases} 1, & U_{I2}(t) > 0; \\ 0, & U_{I2}(t) \leq 0; \end{cases} \\ U_G(t) = \begin{cases} 1, & t \in [k \times T, (k+0,5) \times T]; \\ 0, & t \in ((k+0,5) \times T, (k+1) \times T); \end{cases} \\ N_X(t) = \begin{cases} U_C(t), & (U_G(t) = 1) \wedge (U_G(t - \Delta t) = 0); \\ N_X(t - \Delta t); \end{cases} \\ U_D(t) = \begin{cases} E, & N_X(t) = 1; \\ -E, & N_X(t) = 0; \end{cases} \end{array} \right. \quad (1)$$

де U_X – вхідна напруга; N_X – послідовність вихідних імпульсів, які відповідають напрузі U_X ; $U_{S1}, U_{S2}, U_{S3}, U_{I1}, U_{I2}, U_{I3}, U_C, U_G, U_D$ – напруги у відповідних точках схеми СДМ; τ_1, τ_2, τ_3 – постійні

часу інтеграторів; T – період генератора тактових імпульсів; k – ціле число; $\Delta t \rightarrow 0$ – крок часу моделювання; E – напруга ЦАП зворотного зв'язку.

Оскільки вихідний сигнал СДМ є синхронним та дискретним, код АЦП n можна розрахувати

$$n = \sum_{i=1}^{l+M} N_X(i \times T), \quad (2)$$

де $M = 2^K$ – максимальне число квантів АЦП, яке визначається його розрядністю K ; t_1 – час, необхідний інтеграторам для “входження” в робочий режим (закінчення перехідного процесу формування періодичного вихідного сигналу, пов'язаного з перезарядом початкового значення заряду конденсатора); $l = \frac{t_1}{T}$ – кількість відліків за час t_1 , які не враховуються для закінчення зазначеного перехідного процесу.

Вхідна напруга АЦП за результатами перетворення розраховується згідно з

$$U'_X = 2 \times E \left(\frac{n}{M} - 0,5 \right).$$

Основними параметрами, які зумовлюють нелінійність інтегратора, є обмежена смуга пропускання та обмежений коефіцієнт підсилення його підсилювача [9, 10]. Вагомий вплив цих факторів зумовлений тим, що частота роботи інтегратора відповідає частоті генератора тактових імпульсів, яка, наприклад, для АЦП типу AD7714 становить 1 або 2,5 МГц. Дослідження [5...8] показали, що вплив обмеженої смуги пропускання на СДМ є нехтучо малим, тому доцільно досліджувати лише вплив на нелінійність ФП СДМ обмеження на високій частоті коефіцієнта підсилення підсилювача інтегратора.

Вказаний вплив пропонується врахувати як лінійну зміну постійної часу інтегрування виразу (1) від значення вихідної напруги інтегратора, що після інтегрування забезпечить апроксимацію ФП інтегратора фрагментом параболи

$$\tau_i = \tau_{0i} \times (1 + s \times k_\tau \times U_{li}'); s = \begin{cases} -1, U_{li}' > 0 \\ +1, U_{li}' < 0 \end{cases}; i = \overline{1,3}, \quad (3)$$

де τ_{0i} – “початкове” значення постійної часу інтегрування відповідного інтегратора; s – множник, який забезпечує симетричні зміни значення сталої часу інтегрування для від’ємних та додатних напруг; k_τ – відносна зміна постійної часу інтегрування в діапазоні можливих вихідних напруг інтегратора; U_{li}' – вихідна напруга інтегратора на попередньому кроці інтегрування.

Розроблена імітаційна модель орієнтована на аналіз у часовій області і реалізує принцип асинхронного інкрементного моделювання зі сталим кроком дискретизації.

Робочий діапазон СДМ визначається напругою ЦАП зворотного зв’язку, частотою генератора тактових імпульсів, а також сталими часу інтеграторів. В [11] запропоновано методику розрахунку параметрів СДМ, які працюють у заданому наперед діапазоні вхідних напруг.

3. Апробація моделі СДМ

Верифікація розробленої імітаційної моделі проведена шляхом аналізу параметрів лінійної імітаційної моделі СДМ та моделі СДМ, що враховує нелінійність інтеграторів. ФП лінійного СДМ є ступінчатою функцією, яку можна лінеаризувати відрізком прямої, що проходить через початок координат, а похибка лінеаризації не перевищує одиниці молодшого розряду.

Нелінійність ФП лінеаризованої моделі дорівнює нулю по всьому діапазону перетворення.

Для лінійної моделі СДМ знято часові залеж-

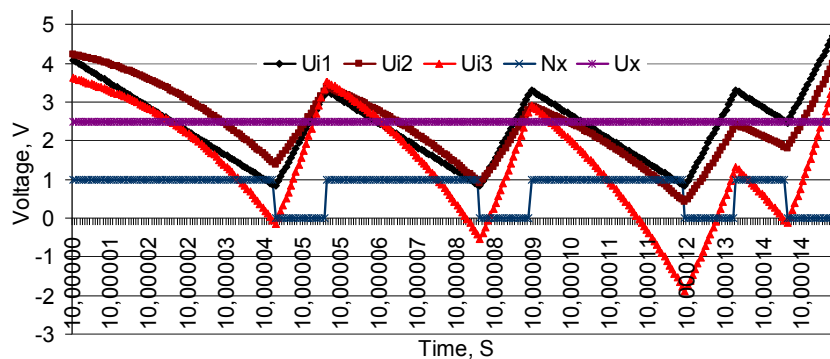
ності сигналів СДМ для вхідної напруг 0 та U_{XMAX} для декількох можливих варіантів СДМ. Ці залежності за формою відповідають сигналам у відповідних точках СДМ, що описані у [12, 13, 14]. Максимальне значення вихідних напруг інтеграторів не перевищує значення напруги ЦАП зворотного зв’язку, отже СДМ працює в лінійному режимі, а значення параметрів є коректними. Отже розроблену лінійну імітаційну модель СДМ можна вважати адекватною.

Сигнали одного з досліджених варіантів СДМ представлено на рис. 2.

Вплив нелінійності інтегратора на його вихідний сигнал для інтеграторів задається виразом (3). Внаслідок її дії вихідні сигнали СДМ є дещо спотвореними, порівняно з сигналами представленими на рис. 2 для відповідних вхідних напруг, тому неможливо перевірити дію нелінійності інтегратора шляхом знаходження різниці між відповідними сигналами в однакові моменти часу. Приклад вихідних сигналів СДМ для випадку $U_X = U_{XMAX} = 2,5V$ представлено на рис. 3. Як видно, ці графіки суттєво відрізняються від відповідного варіанту рис. 2.

Нелінійність ФП першого інтегратора можна виявити шляхом побудови уявного відрізка прямої через дві крайні точки відрізка ламаної, яка описує вихідний сигнал інтегратора та розрахунку різниці між цим уявним відрізком та сигналом інтегратора. Графік нелінійності отриманий таким шляхом представлений на рис. 4. Він представляє собою фрагмент параболи, отже моделювання нелінійності першого інтегратора проводиться коректно.

Виявити нелінійність ФП другого та третього інтеграторів таким самим чином неможливо, оскільки їхні вихідні сигнали і в лінійному режимі описується нелінійними функціями з невідомими параметрами, тому пропонується дослідити вплив нелінійності інтеграторів на статистичні параметри вихідного сигналу модулятора. Для цього необхідно порівняти вихідні сигнали СДМ з лінійними і нелінійними інтеграторами, та виявити різницю.



$$U_X = U_{XMAX} = 2,5V$$

Рис. 2. Сигнали лінійного СДМ

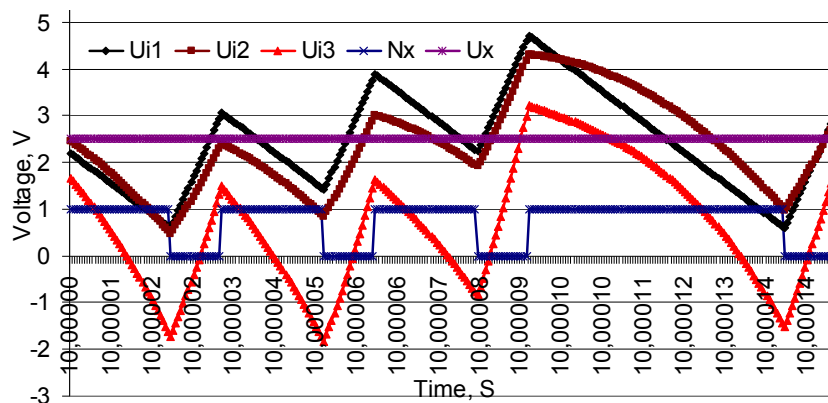


Рис. 3. Сигнали нелінійного СДМ для випадку $U_X = 2,5\text{В}$; $U_{X\text{MAX}} = 2,5\text{В}$

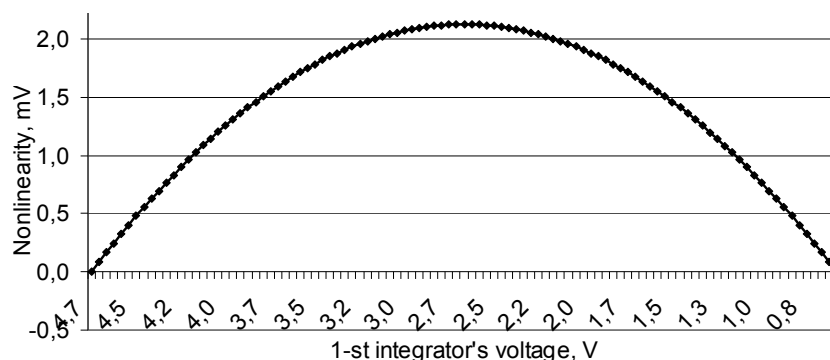


Рис. 4. Нелінійність першого інтегратора

По різниці вихідних сигналів лінійного та нелінійного СДМ було побудовано гістограму з трьома стовпчиками: «-1», «0», та «+1». Стовпчик «0» відповідає випадку коли сигнал співпадає для двох модуляторів, а стовпчики «-1» та «+1» відповідають випадкам, коли вихідні сигнали двох СДМ не співпадають. Отримані гістограми для значення нелінійності інтегратора 0,1 % та для п'яти СДМ з різними діапазонами робочого діапазону. Для нелінійного першого інтегратора від 62 % до 86 % вихідної послідовності лінійного СДМ співпадає з вихідною послідовністю СДМ з нелінійним першим модулятором, тобто нелінійність першого інтегратора на рівні 0,1 % спотворює від 14 % до 38 % вихідних кодів СДМ.

Дослідження гістограми різниці вихідного коду лінійного СДМ та СДМ з нелінійним другим інтегратором для варіантів СДМ описаних вище, та для ідентичного рівня нелінійності показали, що нелінійність другого модулятора на рівні 0,1 % спотворює лише від 6 % до 28 % вихідних кодів СДМ. Тобто рівень спотворень вихідних кодів модулятора від дії нелінійності другого інтегратора є в 1,4...2,3 разів нижчим порівняно з дією нелінійності першого інтегратора. Це може бути пояснено тим, що шлях спотворень в колі прямого поширення сигналу при нелінійному першому інтеграторі є довшим, порівняно з нелінійним другим інтегратором.

Дослідження спотворень спричинених дією нелінійності третього інтегратора, виконані за аналогічною методикою, показали, що рівень спотворень вихідного коду складає 5...27 %. Цей рівень спотворень є дещо нижчим ніж рівень спотворень при нелінійному другому інтеграторі, оскільки шлях спотворень в колі прямого поширення сигналу є ще коротшим.

4. Дослідження впливу інтеграторів на нелінійність СДМ

Аналіз впливу нелінійності інтегратора на нелінійність ФП СДМ проводиться шляхом знаходження абсолютної похибки, приведеної до входу перетворювача, при дії нелінійності на перший інтегратор. Дослідження проводилися для СДМ з діапазонами

$$U_{X\text{MAX}} = 2,5\text{В}; U_{X\text{MAX}} = 3,0\text{В};$$

$$U_{X\text{MAX}} = 3,5\text{В}; U_{X\text{MAX}} = 4,0\text{В} \text{ та } U_{X\text{MAX}} = 4,5\text{В}.$$

Рівень нелінійності інтегратора для кожного модулятора вибирався 0,1 % та 0,3 %.

На рис. 5 представлено нелінійність СДМ для вказаних діапазонів при нелінійності першого інтегратора 0,1 %. Як видно з графіків:

- функція нелінійності є непарною, отже дослідження можна проводити на одній полярності;

- максимальний рівень нелінійності ФП СДМ є обернено пропорційним його діапазону, або прямо пропорційним розмаху вихідного сигналу першого інтегратора;

- нелінійність ФП СДМ має значну випадкову складову, яка може пояснюватися великим кроком зміни вхідної напруги.

На рис. 6 представлено нелінійність ФП СДМ для однієї полярності вхідного сигналу для діапазонів:

$$U_{XMAX} = 2,5V \text{ – найвища крива;}$$

$$U_{XMAX} = 3,0V; U_{XMAX} = 3,5V; U_{XMAX} = 4,0V$$

$$\text{та } U_{XMAX} = 4,5V \text{ – найнижча крива.}$$

Крок зміни вхідної напруги 0,01 В. Подальше зменшення кроку недоцільне, оскільки не веде до підвищення точності через вплив похибки дискретності АЦП.

Отримані криві підтверджують висновок, що максимум нелінійності ФП СДМ є обернено пропорційним його діапазону. З вигляду отриманих кривих можна зробити висновок, що вони мають детермінований характер, а отже при корекції нелінійної складової похибки перетворення її вплив можна суттєво зменшити.

На рис. 7 представлено нелінійність ФП СДМ для тих самих варіантів, що і представлені на рис. 8,

але для випадку втричі більшої нелінійності першого інтегратора, тобто 0,3 %. Як видно, вигляд кривих не змінився, лише, приблизно, втричі зросла їх амплітуда, та зменшився вплив похибки дискретності АЦП.

На рис. 8 у подвійному логарифмічному масштабі представлено залежність максимальної похибки нелінійності СДМ від нелінійності інтегратора для модулаторів представлених на рис. 6.

Діапазон зміни нелінійності інтегратора від 0,01% до 10%.

Отримані результати можна підсумувати:

- зі збільшенням розмаху вихідного сигналу інтегратора (зменшенням робочого діапазону) збільшується вплив нелінійності першого інтегратора на інтегральну нелінійність СДМ;

- визначення впливу нелінійності першого інтегратора для малих значень його нелінійності обмежується дискретністю СДМ;

- вплив нелінійності першого інтегратора на нелінійність СДМ є лінійним для широкого діапазону зміни нелінійностей інтегратора.

Методика дослідження впливу нелінійності другого та третього інтеграторів на нелінійність СДМ була аналогічною методиці дослідження впливу нелінійності першого інтегратора.

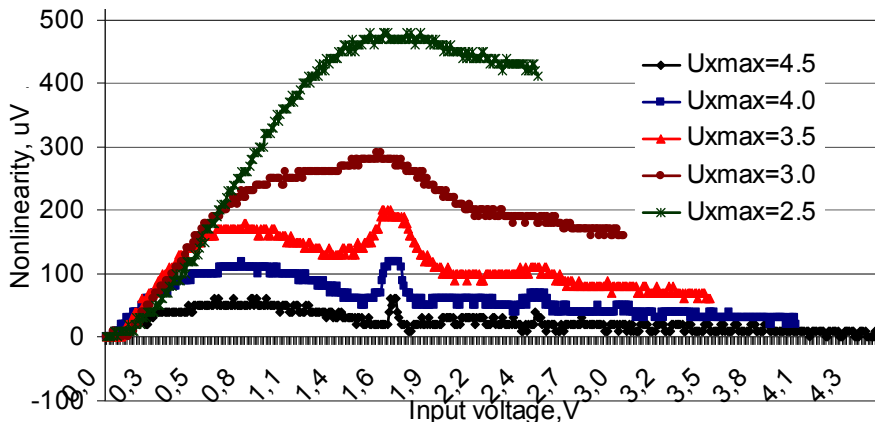


Рис. 5. Нелінійність ФП СДМ при нелінійному першому інтегратору

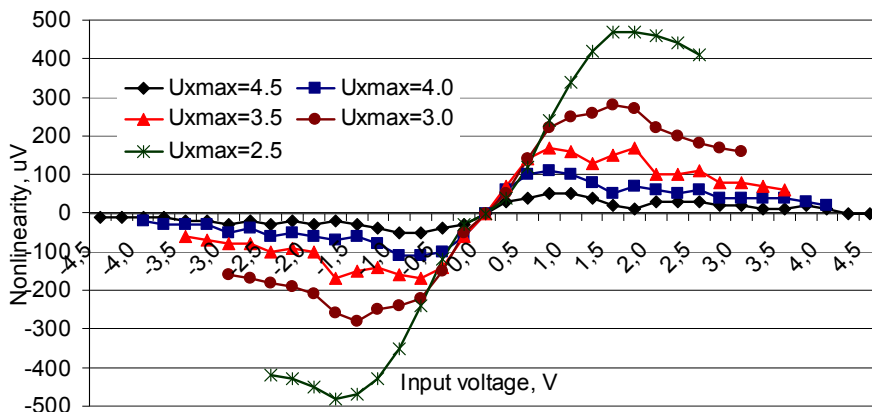


Рис. 6. Нелінійність ФП СДМ при нелінійності першого інтегратора 0,1 %

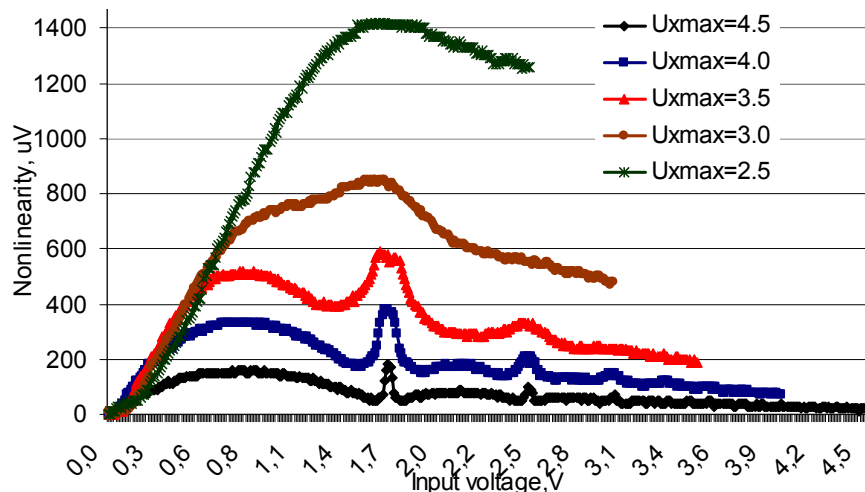


Рис. 7. Нелінійність ФП СДМ при нелінійності першого інтегратора 0,3 %

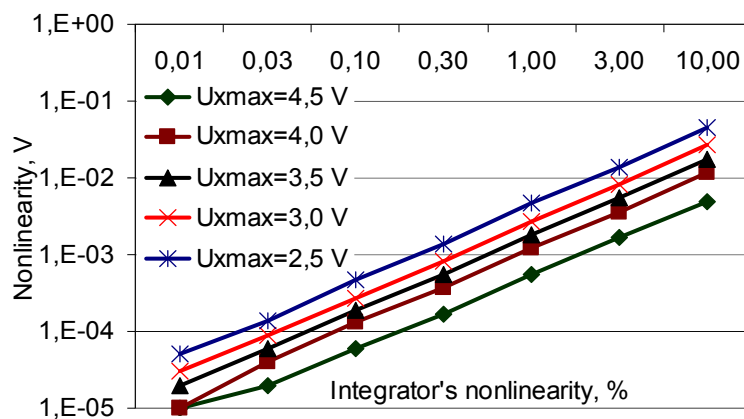


Рис. 8. Залежність максимального значення нелінійності ФП СДМ від нелінійності першого інтегратора

Додатково дослідження проводилися для нелінійності інтегратора 1 % та 10 %. Всього проводилося дослідження понад 1000 можливих комбінацій параметрів СДМ для дослідження впливу нелінійності кожного з інтеграторів. У всіх випадках похибка СДМ не перевищувала похибки дискретності. Отже вплив нелінійності другого та третього інтегратора є нехтучим малим порівняно з впливом нелінійності першого.

Висновки

Розроблена імітаційна модель однобітного СДМ третього порядку, де інтегратори представлено незалежними нелінійними субмоделями, дала змогу дослідити вплив нелінійності інтеграторів на нелінійність функції перетворення модулятора та аналого-цифрового перетворювача в цілому. Проведені дослідження дали змогу виявити такі особливості:

- нелінійність ФП першого інтегратора має складний характер впливу на нелінійність ФП моделі СДМ;

- максимальне значення інтегральної нелінійності ФП моделі СДМ прямо пропорційне до нелі-

нійності першого інтегратора та розмаху його вихідної напруги;

- вплив нелінійності ФП другого та третього інтеграторів на нелінійність ФП СДМ не перевищує дискретності СДМ і є нехтучим малим порівняно з впливом першого інтегратора.

Література

1. Fowler, K. Part 7: analog-to-digital conversion in real-time systems [Text] / K. Fowler // *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*. – 2003. – V. 6, No. 3. – P. 58 – 64.
2. Which ADC Architecture Is Right for Your Application? [Text] / W. Kester, et al. // *Analog Dialogue*. – 2005. – V. 39, No. 2. – P. 11 – 19.
3. 24-Bit Sigma-Delta, Signal Conditioning ADC with 2 Analog Input Channels - AD7714 Data Sheets [Electronic resource]. – Access mode: <http://www.analog.com/en/analog-to-digital-converters/ad-converters/ad7714/products/prod-uct.html>. – 17.03.2012.
4. Кочан, Р.В. Пристрій визначення інтегральної нелінійності характеристики перетворення аналого-цифрових перетворювачів. Пат. 200703921

Україна, МПК 7Н01Н51/00 [Текст] / Р.В. Кочан, О.В. Кочан. – Заявл. 10.04.2007.

5. Лінеаризація характеристики перетворення аналого-цифрових перетворювачів з високою роздільною здатністю [Текст] // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2009. – № 2. – Р. 7 – 12.

6. Simulation Model of Delta-Sigma Modulator [Simulation Model of Delta-Sigma Modulator [Electronic resource] / R. Kochan, H. Klym. – Access mode: Proc. of X-th International Conference «Modern problems of radio engineering, February 23 – telecommunications and computer science» TCSET'2010. 27, 2010, Lviv-Slavske. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM) – Режим доступу: CD/articles/248_article.pdf. – 17.03.2012

7. Кочан, Р. Вплив параметрів інтеграторів на нелінійність дельта-сигма модулятора високого порядку [Текст] / Р. Кочан // 36. праць наук. техн. конф. "Обчислювальні методи і системи перетворення інформації. Львів, 7 - 8 жовтня. – 2010. – С. 203 – 206.

8. Кочан, Р. Вплив параметрів інтеграторів на нелінійність сигма-дельта модулятора високого порядку [Текст] / Р. Кочан // Відбір та обробка інформації. – Львів. – 2010. – Т.33, № 109. – С. 52 – 59.

9. Марше, Ж. Операционные усилители и их применение [Текст] / Ж. Марше. – Л.: Энергия. – 1974. – 216 с.

10. Орнатский, П.П. Автоматические измерения и приборы [Text]: Учебник для вузов / П.П. Орнатский. – 4-е изд., перераб. и доп. – К.: Высшая шк. Гл. изд-во. – 1980. – 560 р.

11. Кочан, Р. Лінійний режим роботи однобітного багатоконтурного сигма-дельта модулятора [Текст] / Р. Кочан // Матеріали 18-ї Міжнародної конференції з автоматичного управління (Автоматика – 2011). Львів, 28 – 30 вересня. – 2011. – С. 384 – 385.

12. Кестер, У. Аналого-цифровое преобразование [Текст] / У. Кестер. – М.: Техносфера, 2007. – 1016 с.

13. Domenico, L.C. State of Art on the Tests for $\Sigma\Delta$ ADC [Text] / L.C. Domenico, G. Domenico. – 15th IMECO TC4 Symposium and 12th Workshop on ADC Modelling and Testing, September 19-21. – 2007.

14. Шахов, Э.К. $\Sigma\Delta$ -АЦП: процессы передискретизации, шейтинга шума квантования и децимации [Текст] / Э.К. Шахов // Датчики и системы. – 2006. – № 11. – С. 50 – 57.

Надійшла до редакції 23.01.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. І.А. Фурман, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка, Харків, Україна.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ СИГМА-ДЕЛЬТА МОДУЛЯТОРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Р.В. Кочан

Разработано имитационную модель однобитного сигма-дельта модулятора третьего порядка, которая позволяет исследовать влияние параметров компонентов модулятора на его интегральную нелинейность. С помощью разработанной модели проведено исследование влияния нелинейности каждого интегратора на форму функции интегральной нелинейности модулятора в целом. Полученные результаты позволили определить напряжение, при котором интегральная нелинейность принимает максимальное значение, а также определить параметры интеграторов, которые на него влияют.

Ключевые слова: сигма-дельта модулятор, интегральная нелинейность, аналого-цифровой преобразователь.

INVESTIGATION OF INTEGRAL NONLINEARITY OF THIRD ORDER SIGMA-DELTA MODULATOR

R.V. Kochan

There is developed the simulation model of single bit third order sigma-delta modulator, which provide investigation the influence of components' parameters of modulator on its integral nonlinearity. The implementation of the developed model allows researching the influence of each integrator's nonlinearity on the curve of integral nonlinearity of whole modulator. The obtained results give the point of maximal value of modulator's integral nonlinearity and get the parameter of integrators, which influence on this value.

Key words: sigma-delta modulator, integral nonlinearity, analog to digital converter.

Кочан Роман Володимирович – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем Національного університету "Львівська політехніка", e-mail: kochan.roman@gmail.com.