УДК 681.5.004

Ю.А. КОЧКАРЕВ[1], С.В. БУРМИСТРОВ[1,2], С.Ф. АКСЕНОВ[1]

[1]*Черкасский государственный технологический университет*
[2]*Черкасский государственный бизнес-колледж*

МИНИМИЗАЦИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ПО ЧАСТЯМ

Описан новый метод минимизации булевых функций (БФ), разработанный авторами в процессе исследования ортогональной формы представления БФ, путем пошагового параллельного разложения БФ по частям, суть которого сводится к записи БФ в виде дизъюнктивного ряда конъюнкций аргументов БФ в определенной форме и последующей минимизации каждого члена этого ряда. В предложенном, в данной работе, методе минимизации БФ в ортогональной форме представления (ОРФП) доказана возможность получить минимальные формы БФ с показателями сложности реализации не хуже, чем в МДНФ. Другими словами, в результате получена МДНФ в классической форме представления (КФП) БФ на основе ОРФП БФ, что доказывает, что КФП БФ есть только частный случай ОРФП БФ. Существенно заметить, что минимизация осуществляется без полнопереборных процедур. Преимуществом рассматриваемого метода является отсутствие в процессе минимизации промежуточных результатов, которые нужно дополнительно минимизировать. Результаты, полученные предложенным методом, идентичны по показателям сложности реализации БФ Sad, Sl, Ss результатам, полученным методами Квайна, Квайна - Мак-Класки и методом построения карт Карно.

Ключевые слова: *булевые функции (БФ), ортогональная форма представления БФ (ОРФП), классическая форма представления БФ (КФП), Рида-Мюллера форма представления БФ (РМФП), арифметическая форма представления БФ (АФП).*

Введение

Актуальной проблемой при практической разработке различных цифровых систем является необходимость синтеза комбинационных схем. Классическая комбинационная схема – это логическая схема, значения выходных сигналов которой, в каждый момент времени, полностью определяются значениями сигналов на её входах.

Методы синтеза комбинационных схем принято делить на два больших класса: двухуровневый и многоуровневый синтез [1]. При двухуровневом синтезе сигнал проходит из входа на выход комбинационной схемы через два уровня логических элементов. Многоуровневый синтез подразумевает синтез логической сети, узлами которой являются логические элементы.

Главной задачей двухуровневого синтеза является минимизация БФ [2, 3]. Задаче минимизации БФ посвящено огромное число работ, простое перечисление которых уже является далеко не тривиальной задачей. Практические исследования основных форм представления (ФП) БФ показали, что ни одна из основных форм представления: классическая ФП, Рида-Мюллера ФП и арифметическая ФП не имеет решающего превосходства [4]. Другими словами ни одна ФП в чистом виде не дает абсолютной минимальной ФП.

Задача определения абсолютной минимальной ФП сводится к получению такой ФП, в которой число слагаемых в БФ было бы минимальным, то есть, кратчайшим [1].

Поэтому актуальной научной проблемой является эволюционное создание и развитие такой ФП, которая бы включала уже известные ФП: КФП, РМФП и АФП, как частный случай, и способствовала бы уменьшению основных показателей сложности реализации БФ.

В настоящее время для решения данной задачи активно исследуется, так называемая, ОРФП БФ, предложенная в [5,6]. Данная форма является многовариантной и, как выяснилось в процессе исследований, представляет собой достаточно перспективное обобщение общеизвестной классической ФП, в котором форма представления, как правило, в виде минимальной дизъюнктивной нормальной формы (МДНФ) [2,3], является только частным случаем среди предложенных вариантов ОРФП БФ. Принципиальным отличием ОРФП от КФП является многовариантное разбиение множества аргументов членов ряда БФ $y = f(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n)$ на два подмножества – базисную часть БФ от k аргументов $(0 \le k \le n-1)$ и информационную часть от n-k аргументов. БФ представляется в ОРФП в виде дизъюнктивных рядов следующего вида:

$$y = \bigcup_{i=0}^{2^k-1} Q_i \cdot \Phi_i, \qquad (1)$$

где Φ_i – базисная часть БФ от k аргументов,

Q_i – информационная часть БФ от n-k аргументов.

В частности, при K=0 (все аргументы находятся в информационной части слагаемых БФ) базисная часть БФ является константой (0 или 1 по выбору проектировщика), а информационная часть БФ является полными конъюнкциями, то есть, по сути, ряд (1) в данном случае представляет собой совершенную ДНФ (СДНФ), подлежащую дальнейшей минимизации. Указанный факт, собственно, и подтверждает то, что КФП является частным случаем ОРФП.

Если задать в виде варианта значение K=1 (когда в базисную часть слагаемых БФ переходит один аргумент, а в информационной части остается n-1 аргумент) [6], то в качестве базисной части может быть выбран любой из n аргументов БФ, так как функция БФ от n аргументов может быть разложена n способами, например, при выборе аргумента, как базисного, x_k ряд (1) приобретает вид:

$$\begin{aligned} y &= \overline{x_k}\cdot Q_{0k}(x_1,x_2,\ldots, x_{k-1}, x_{k+1},\ldots,x_n)+ \\ &+x_k\cdot Q_{1k}(x_1,x_2,\ldots, x_{k-1}, x_{k+1},\ldots,x_n) = \\ &= \Phi_{0k}\cdot Q_{0k}+ \Phi_{1k}\cdot Q_{1k}. \qquad (2)\end{aligned}$$

Таким образом, при выборе значения K=1 исходная БФ $y = f(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n)$ представляется в виде дизъюнктивной суммы двух слагаемых, в каждом из которых представлено в виде информационной части по одной БФ, содержащей n-1 аргумент, которые, по сути, являются независимыми БФ в составе более сложной БФ.

При каждом увеличении параметра K на единицу исходная БФ $y = f(x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n)$ отображается в виде ряда с увеличением членов ряда в два раза. В результате БФ насчитывает 4, 8, 16 и т.д. членов ряда, каждый из которых включает независимую информационную БФ, соответственно, с меньшим числом аргументов (n-2, n-3, n-4, …), что, подтверждает то, что реализация БФ в ОРФП представляет собой, по сути, реализацию БФ по частям. Практически каждую независимую функцию информационной части можно минимизировать известными способами независимо от других информационных БФ. Ограниченное число аргументов дает возможность легче подобрать оптимальный путь разложения для каждой.

Практическая реализация БФ в ОРФП, с учетом многовариантности, требует обоснованных выборов:

– величины параметра K;

– номеров аргументов, которые отводятся в базисную часть и, соответственно, аргументов, которые остаются в информационной части в виде независимых БФ ряда (1).

В данной работе предложен новый метод минимизации БФ, разработанный в процессе исследования ортогональной формы представления БФ (ОРФП). Целью исследований ОРФП является получение формы представления (ФП) БФ, при которой известные показатели сложности реализации БФ S_{ad}, S_l, S_s [4] имели бы конечные значения лучше, чем в известных формах КФП, РМФП, АФП.

Предложен новый подход к минимизации БФ в КФП.

Постановка задачи исследования

Целью данной работы является описание метода минимизации БФ в ОРФП по частям, суть которого сводится к минимизации каждого члена ряда (1). В предложенном, в данной работе, методе минимизации БФ в ОРФП доказана возможность получить минимальные формы БФ с показателями сложности реализации не хуже, чем в МДНФ. Существенно заметить, что минимизация осуществляется без полнопереборных процедур и в результате получается полный набор всех вариантов МДНФ. Метод основан на пошаговом параллельном разложении БФ в ОРФП, распределении номеров аргументов на базисную и, соответственно, информационную часть.

В процессе разработки указанного метода были сформированы и протестированы несколько различных вариантов алгоритмов минимизации БФ в ОРФП. На основе полученных результатов тестирования были проанализированы и устранены выявленные недостатки алгоритмов. Полученные выводы привели к созданию метода, представленного в данной статье. Данный метод показал наилучшие показатели, во-первых, качества минимизации, а во-вторых, трудоемкости и скорости реализации вычисления минимальных форм для заданной БФ. На основе алгоритма создана программа Metod2_ORFP, с помощью которой был протестирован метод, получены положительные результаты и сравнена скорость получения результата по сравнению с классическими методами.

Метод минимизации БФ в ОРФП по частям

Суть метода и алгоритм минимизации целесообразно объяснить на примере. Пусть задана БФ, которая, например, имеет номер 1 467 447 187_{10} ($01010111011101110111011101110101_2$) и состоит из 5 аргументов (n=5).

Алгоритм минимизации состоит из следующих шагов:

1. Сформировать таблицу истинности (ТИ) заданной БФ, причем для удобства и компактности, ТИ повернуть на 90^0 так, как показано в табл. 1:

Таблица 1

ТИ для минимизации БФ по частям

Двоичный код строк аргументов	№ арг.
1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010	x_1
1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100	x_2
1111 0000 1111 0000 1111 0000 1111 0000	x_3
1111 1111 0000 0000 1111 1111 0000 0000	x_4
1111 1111 1111 1111 0000 0000 0000 0000	x_5

2. Расширить ТИ путем формирования дополнительных строк с инверсными аргументами, как показано в табл. 2. Для определенности данные строки назовем строками аргументов:

Таблица 2

Расширенная ТИ для минимизации БФ по частям

Двоичный код строк аргументов	№ арг.
1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010 1010	x_1
0101 0101 0101 0101 0101 0101 0101 0101	$\overline{x_1}$
1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100 1100	x_2
0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011 0011	$\overline{x_2}$
1111 0000 1111 0000 1111 0000 1111 0000	x_3
0000 1111 0000 1111 0000 1111 0000 1111	$\overline{x_3}$
1111 1111 0000 0000 1111 1111 0000 0000	x_4
0000 0000 1111 1111 0000 0000 1111 1111	$\overline{x_4}$
1111 1111 1111 1111 0000 0000 0000 0000	x_5
0000 0000 0000 0000 1111 1111 1111 1111	$\overline{x_5}$

Добавить в табл. 2 первой строкой номер БФ в двоичной системе (для определенности данную строку назовем строкой БФ) и осуществить побитово операции сравнения строчек аргументов расширенной ТИ со строкой БФ в ТИ (смотр. табл. 3). При соответствии всех единичных битов некоторой строки аргумента всем единичным битам строки БФ (1→1) указанный аргумент вносится в промежуточный конечный результат, а указанная строка аргументов – в таблицу для получения конечного результата. При этом из всех последующих таблиц из строчек аргументов вычеркнуть строки с указанной комбинацией аргументов. При соответствии всех единичных битов строки аргумента всем нулевым битам строки БФ (1→0) из всех последующих таблиц из строчек аргументов вычеркнуть строки с указанной комбинацией аргументов. В данном примере побитовая операция сравнения представлена в табл. 3. Результатом данной таблицы является вычеркивание строки $\overline{x_1}$ и внесение в промежуточный конечный результат значения $\overline{x_1}$ ($\overline{x_1}$,...), а также внесение этой строки в таблицу для получения конечного результата.

Таблица 3

Побитовая операция сравнения

Двоичный код строки БФ и строк аргументов	№ арг.	
01010111011101110111011101110101	$y_{1467447187}$	
10101010101010101010101010101010	x_1	-
01010101010101010101010101010101	$\overline{x_1}$	+ (1→1)
11001100110011001100110011001100	x_2	-
00110011001100110011001100110011	$\overline{x_2}$	-
11110000111100001111000011110000	x_3	-
00001111000011110000111100001111	$\overline{x_3}$	-
11111111000000001111111100000000	x_4	-
00000000111111110000000011111111	$\overline{x_4}$	-
11111111111111110000000000000000	x_5	-
00000000000000001111111111111111	$\overline{x_5}$	-

3. Для аргументов из табл. 2 формируется следующая таблица побитовой операции сравнения (смотр. табл. 4), которая состоит из попарных комбинаций конъюнкций аргументов (кроме комбинаций аргументов строк соответствия БФ (1→1) и БФ (1→0) из предыдущих таблиц) и с ней выполняются аналогичные действия по поиску строк соответствия БФ (1→1) и БФ (1→0).

Таблица 4

Побитовая операция сравнения с функцией конъюнкций из 2-х аргументов

Двоичный код строки БФ и строк аргументов	№ арг.	
1	2	
01010111011101110111011101110101	$Y_{1467447187}$	
10001000100010001000100010001000	x_2x_1	+ (1→0)
00100010001000100010001000100010	$\overline{x_2}x_1$	-
10100000101000001010000010100000	x_3x_1	-
00001010000010100000101000001010	$\overline{x_3}x_1$	-
10101010000000001010101000000000	x_4x_1	-
00000000101010100000000010101010	$\overline{x_4}x_1$	-
10101010101010100000000000000000	x_5x_1	-
00000000000000001010101010101010	$\overline{x_5}x_1$	-
11000000110000001100000011000000	x_3x_2	-
00001100000011000000110000001100	$\overline{x_3}x_2$	-
11001100000000001100110000000000	x_4x_2	-
00000000110011000000000011001100	$\overline{x_4}x_2$	-
11001100110011000000000000000000	x_5x_2	-
00000000000000001100110011001100	$\overline{x_5}x_2$	-
00110000001100000011000000110000	$x_3\overline{x_2}$	-
00000011000000110000001100000011	$\overline{x_3}\overline{x_2}$	-
00110011000000000011001100000000	$x_4\overline{x_2}$	-
00000000001100110000000000110011	$\overline{x_4}\overline{x_2}$	-
00110011001100110000000000000000	$x_5\overline{x_2}$	-
00000000000000000011001100110011	$\overline{x_5}\overline{x_2}$	-
11110000000000001111000000000000	x_4x_3	-
00000000111100000000000011110000	$\overline{x_4}x_3$	-

Окончание табл. 4

1	2	
11110000111100000000000000000000	x_5x_3	-
00000000000000001111000011110000	$\overline{x_5}x_3$	-
00001111000000000000111100000000	$x_4\overline{x_3}$	-
00000000000011110000000000001111	$\overline{x_4}\,\overline{x_3}$	-
00001111000011110000000000000000	$x_5\overline{x_3}$	-
00000000000000000000111100001111	$\overline{x_5}\,\overline{x_3}$	-
11111111000000000000000000000000	x_5x_4	-
00000000000000001111111100000000	$\overline{x_5}x_4$	-
00000000111111110000000000000000	$x_5\overline{x_4}$	-
00000000000000000000000011111111	$\overline{x_5}\,\overline{x_4}$	-

4. На следующих этапах формируются последовательно таблицы побитовых операций сравнения, которые состоят из строенных (см. табл. 5), счетверенных (см. табл. 6) и т.д., вплоть до полных конъюнкций (см. табл.7).

Таблица 5

Побитовая операция сравнения с функцией конъюнкций из 3-х аргументов

Двоичный код строки БФ и строк аргументов	№ арг.	
1	2	
01010111011101110111011101110101	$y_{1467447187}$	
00100000001000000010000000100000	$x_3\overline{x_2}x_1$	-
00000010000000100000001000000010	$\overline{x_3}\,\overline{x_2}x_1$	-
00100010000000000010001000000000	$x_4\overline{x_2}x_1$	-
00000000001000100000000000100010	$\overline{x_4}\,\overline{x_2}x_1$	-
00100010001000100000000000000000	$x_5\overline{x_2}x_1$	-
00000000000000000010001000100010	$\overline{x_5}\,\overline{x_2}x_1$	-
10100000000000001010000000000000	$x_4x_3x_1$	-
00000000101000000000000010100000	$\overline{x_4}x_3x_1$	-
10100000101000000000000000000000	$x_5x_3x_1$	-
00000000000000001010000010100000	$\overline{x_5}x_3x_1$	-
00001010000000000000101000000000	$x_4\overline{x_3}x_1$	-
00000000000010100000000000001010	$\overline{x_4}\,\overline{x_3}x_1$	-
00001010000010100000000000000000	$x_5\overline{x_3}x_1$	-
00000000000000000000101000001010	$\overline{x_5}\,\overline{x_3}x_1$	-
10101010000000000000000000000000	$x_5x_4x_1$	-
00000000000000001010101000000000	$\overline{x_5}x_4x_1$	-
00000000101010100000000000000000	$x_5\overline{x_4}x_1$	-
00000000000000000000000010101010	$\overline{x_5}\,\overline{x_4}x_1$	-
11000000000000001100000000000000	$x_4x_3x_2$	-
00000000110000000000000011000000	$\overline{x_4}x_3x_2$	-
11000000110000000000000000000000	$x_5x_3x_2$	-
00000000000000001100000011000000	$\overline{x_5}x_3x_2$	-
00001100000000000000110000000000	$x_4\overline{x_3}x_2$	-
00000000000011000000000000001100	$\overline{x_4}\,\overline{x_3}x_2$	-
00001100000011000000000000000000	$x_5\overline{x_3}x_2$	-
00000000000000000000110000001100	$\overline{x_5}\,\overline{x_3}x_2$	-
11001100000000000000000000000000	$x_5x_4x_2$	-
00000000000000001100110000000000	$\overline{x_5}x_4x_2$	-
00000000110011000000000000000000	$x_5\overline{x_4}x_2$	-
00000000000000000000000011001100	$\overline{x_5}\,\overline{x_4}x_2$	-
00110000000000000011000000000000	$x_4x_3\overline{x_2}$	-
00000000001100000000000000110000	$\overline{x_4}x_3\overline{x_2}$	+ (1→1)
00110000001100000000000000000000	$x_5x_3\overline{x_2}$	-

Окончание табл. 5

1	2	
00000000000000000011000000110000	$\overline{x_5}x_3\overline{x_2}$	+ (1→1)
00000011000000000000001100000000	$x_4\overline{x_3}\,\overline{x_2}$	+ (1→1)
00000000000000110000000000000011	$\overline{x_4}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2}$	-
00000011000000110000000000000000	$x_5\overline{x_3}\,\overline{x_2}$	+ (1→1)
00000000000000000000001100000011	$\overline{x_5}\,\overline{x_3}\,\overline{x_2}$	-
00110011000000000000000000000000	$x_5x_4\overline{x_2}$	-
00000000000000000011001100000000	$\overline{x_5}x_4\overline{x_2}$	+ (1→1)
00000000001100110000000000000000	$x_5\overline{x_4}\,\overline{x_2}$	+ (1→1)
00000000000000000000000000110011	$\overline{x_5}\,\overline{x_4}\,\overline{x_2}$	-
11110000000000000000000000000000	$x_5x_4x_3$	-
00000000000000001111000000000000	$\overline{x_5}x_4x_3$	-
00000000111100000000000000000000	$x_5\overline{x_4}x_3$	-
00000000000000000000000011110000	$\overline{x_5}\,\overline{x_4}x_3$	-
00001111000000000000000000000000	$x_5x_4\overline{x_3}$	-
00000000000000000000111100000000	$\overline{x_5}x_4\overline{x_3}$	-
00000000000011110000000000000000	$x_5\overline{x_4}\,\overline{x_3}$	-
00000000000000000000000000001111	$\overline{x_5}\,\overline{x_4}\,\overline{x_3}$	-

5. На каждом шаге к конечному промежуточному ответу добавляются комбинации конъюнкций аргументов соответствия БФ типа (1→1). В данном примере для сдвоенных конъюнкций такие строки отсутствуют (табл. 4), для строенных конъюнкций таких строк шесть (табл. 5), для счетверенных (табл. 6) и спятеренных конъюнкций (табл. 7) такие строки отсутствуют.

Таблица 6

Побитовая операция сравнения с функцией конъюнкций из 4-х аргументов

Двоичный код строки БФ и строк аргументов	№ арг.	
01010111011101110111011101110101	$y_{1467447187}$	
00100000000000000010000000000000	$x4x3\overline{x2}x1$	-
00100000001000000000000000000000	$x5x3\overline{x2}x1$	-
00000000000000100000000000000010	$\overline{x4}\,\overline{x3}\,\overline{x2}x1$	-
00000000000000000000001000000010	$\overline{x5}\,\overline{x3}\,\overline{x2}x1$	-
00100010000000000000000000000000	$x5x4\overline{x2}x1$	-
00000000000000000000000000100010	$\overline{x5}\,\overline{x4}\,\overline{x2}x1$	-
10100000000000000000000000000000	$x5x4x3x1$	+ (1→0)
00000000000000001010000000000000	$\overline{x5}x4x3x1$	-
00000000101000000000000000000000	$x5\overline{x4}x3x1$	-
00000000000000000000000010100000	$\overline{x5}\,\overline{x4}x3x1$	-
00001010000000000000000000000000	$x5x4\overline{x3}x1$	-
00000000000000000000101000000000	$\overline{x5}x4\overline{x3}x1$	-
00000000000010100000000000000000	$x5\overline{x4}\,\overline{x3}x1$	-
00000000000000000000000000001010	$\overline{x5}\,\overline{x4}\,\overline{x3}x1$	+ (1→0)
11000000000000000000000000000000	$x5x4x3x2$	-
00000000000000001100000000000000	$\overline{x5}x4x3x2$	-
00000000110000000000000000000000	$x5\overline{x4}x3x2$	-
00000000000000000000000011000000	$\overline{x5}\,\overline{x4}x3x2$	-
00001100000000000000000000000000	$x5x4\overline{x3}x2$	-

Окончание табл. 6

1	2	
00000000000000000000110000000000	$\overline{x5}x4\overline{x3}x2$	-
00000000000011000000000000000000	$x5\overline{x4}\,\overline{x3}x2$	-
00000000000000000000000000001100	$\overline{x5}\,\overline{x4}\,\overline{x3}x2$	-
00000000000000000000000000000011	$\overline{x5}\,\overline{x4}\,\overline{x3}\,\overline{x2}$	-

Таблица 7

Побитовая операция сравнения с функцией конъюнкций из 5-и аргументов

Двоичный код строки БФ и строк аргументов	№ арг.	
$01\underline{0}1011101110111011101110111010\underline{1}1$	$y_{1467447187}$	
$00\underline{1}00000000000000000000000000000$	$x_5x_4x_3\bar{x}_2x_1$	+ (1→0)
$000000000000000000000000000000\underline{1}0$	$\bar{x}_5\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_2x_1$	+ (1→0)

Таким образом, после всех побитовых сравнений получено семь конъюнктивных наборов аргументов. Один – для единичного набора аргументов и шесть для строенных конъюнктивных наборов ($\bar{x}_1$, $x_5\bar{x}_4\bar{x}_2$, $x_5\bar{x}_3\bar{x}_2$, $x_4\bar{x}_5\bar{x}_2$, $x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$, $x_3\bar{x}_5\bar{x}_2$, $x_3\bar{x}_4\bar{x}_2$), на основании которого формируется конечный ответ. Для формирования конечного ответа можно подходить с различных точек зрения, в зависимости от конкретной задачи минимизации:

1. При минимизации систем БФ целесообразно производить все рассмотренные выше операции параллельно для всех БФ, входящих в систему, с целью общего использования одинаковых фрагментов в конечном результате.
2. При минимизации частичноопределенных БФ целесообразно производить рассмотренные выше операции параллельно с рациональным доопределением БФ на каждом шаге.

Рассмотрению указанных частностей целесообразно посвятить отдельные статьи, поэтому завершим рассмотренный пример получением конечного результата для единственной и полностью определенной БФ.

Результаты проведенных побитных сравнений заданной БФ с подходящими конъюнкциями приведены в табл. 8.

Дальнейшее формирование конечного ответа осуществляется в следующем порядке:

1. Из табл. 8 удаляются те столбцы, в которых заданная БФ равна нулю, в конечный результат вносится самая короткая очевидная строка $\bar{x}_1$. Эта строка удаляется из таблицы и вместе с нею удаляются все столбцы табл. 8, в которых строка $\bar{x}_1$ имеет единицы (т.к. этими единицами уже покрыта строка БФ).
2. В результате выполнения пункта 1 получаем конечную табл. 9, у которой строка БФ содержит 6 оставшихся непокрытых единиц и шесть строк с трехбуквенными конъюнкциями, которыми необходимо покрыть строку БФ.

Таблица 8

Таблица для получения конечного результата

Двоичный код строки БФ и строк аргументов	№ импл.
01010111011101110111011101110101	$y_{1467447187}$
01010101010101010101010101010101	$\bar{x}_1$
00000000001100000000000000110000	$\bar{x}_4x_3\bar{x}_2$
00000000000000000011000000110000	$\bar{x}_5x_3\bar{x}_2$
00000011000000000000001100000000	$x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$
00000011000000110000000000000000	$x_5\bar{x}_3\bar{x}_2$
00000000000000000011001100000000	$\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$
00000000001100110000000000000000	$x_5\bar{x}_4\bar{x}_2$

Таблица 9

Конечная таблица результата

Двоичный код строки БФ и строк аргументов	№ импл.
1 1 1 1 1 1	$y_{1467447187}$
0 1 0 0 0 1	$\bar{x}_4x_3\bar{x}_2$
0 0 0 1 0 1	$\bar{x}_5x_3\bar{x}_2$
1 0 0 0 1 0	$x_4\bar{x}_3\bar{x}_2$
1 0 1 0 0 0	$x_5\bar{x}_3\bar{x}_2$
0 0 0 1 1 0	$\bar{x}_5x_4\bar{x}_2$
0 1 1 0 0 0	$x_5\bar{x}_4\bar{x}_2$

3. Из табл. 9 следует, что ответ имеет два равноценных варианта, каждый из которых соответствует МДНФ

$$y_1=\bar{x}_1\vee x_5\bar{x}_3\bar{x}_2\vee \bar{x}_4x_3\bar{x}_2\vee \bar{x}_5x_4\bar{x}_2;$$
$$y_2=\bar{x}_1\vee x_5\bar{x}_4\bar{x}_2\vee x_4\bar{x}_3\bar{x}_2\vee \bar{x}_5x_4\bar{x}.$$

Заключение

1. Достоинством рассмотренного метода является отсутствие в процессе минимизации промежуточных результатов, которые нужно дополнительно минимизировать, что требуют метод Квайна и метод Квайна–Мак–Класки.
2. Результаты, полученные предложенным методом, являются идентичными по показателям сложности реализации БФ S_{ad}, S_l, S_s результатам, полученным методами Квайна, Квайна – Мак-Класки и методом построения карт Карно.
3. Тестирование программы Metod2_ORFP показало, что по скорости минимизации данный метод не уступает программе, основанной на методе Квайна – Мак – Класки для БФ с 3 и 4 аргументами и начинает опережать ее по скорости с увеличением числа аргументов (5 и выше) при тех же результатах.

Литература

1. Закревский, А.Д. Логический синтез каскадных схем [Текст] / А.Д. Закревский. - М: Наука. 1981. - 416 с.

2. McCluskey, E. Minimization of Boolean Functions [Text] / E. McCluskey // The Bell System Technical Journal, November. – 1956. – Vol. 35. – P. 1417–1444.

3. Quine, W. The Problem of Simplifying Truth Functions [Text] / W. Quine // American Mathematical Monthly. – 1952. – Vol. 59. – P. 521–531.

4. Классические и альтернативные минимальные формы логических функций. Каталог-справочник [Текст] / Ю.А. Кочкарев, Н.Н. Пантелеева, Н.Л. Казаринова, С.А. Шакун. – Черкассы: Черкасский институт управления. – 1999. – 193 с.

5. Kochkarev, Y.A. Ortogonal forms of presentation of boolean functions in device blocks [Text] / Y.A. Kochkarev, I.I. Osipenkova, E.N. Panasko // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2009. – Спецвипуск. – С. 39-42.

6. Кочкарев, Ю.А. Возможности реализации логических функций в ортогональной форме представления [Текст] / Ю.А. Кочкарев, Е.Н. Панаско, И.В.Синько // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2011. – №1. – С. 45-49.

Поступила в редакцию 1.11.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри системного програмування В.М.Рудницький, Черкаський державний технологічний університет.

МІНІМІЗАЦІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ ПО ЧАСТИНАХ

***Ю.О. Кочкарьов*, С.В. Бурмістров, С.Ф. Аксьонов**

Описано новий метод мінімізації булевих функцій (БФ), розроблений авторами в процесі дослідження ортогональної форми представлення БФ, шляхом покрокового паралельного розкладання БФ по частинах, суть якого зводиться до запису БФ у вигляді диз'юнктивного ряду кон'юнкцій аргументів БФ в певній формі та подальшій мінімізації кожного члена цього ряду. У запропонованому, в даній роботі, методі мінімізації БФ в ОРФП доведена можливість отримати мінімальні форми БФ з показниками складності реалізації не гірше, ніж в МДНФ. Іншими словами, в результаті отримана МДНФ в класичній формі представлення (КФП) БФ на основі ортогональної форми представлення (ОРФП) БФ, що доводить, що КФП БФ є тільки окремий частинний випадок ОРФП БФ. Суттєво зауважити, що мінімізація здійснюється без повнопереборних процедур. Перевагою розглянутого методу є відсутність в процесі мінімізації проміжних результатів, які ще потрібно додатково мінімізувати. Результати, отримані запропонованим методом, ідентичні за показниками складності реалізації БФ S_{ad}, S_l, S_s результатам, отриманим методами Квайна, Квайна - Мак-Класки і методом побудови карт Карно.

Ключові слова: булеві функції (БФ), ортогональна форма представлення БФ (ОРФП), класична форма представлення БФ (КФП), Ріда-Мюллера форма представлення БФ (РМФП), арифметична форма представлення БФ (АФП)

MINIMIZATION OF BOOLEAN FUNCTIONS BY INSTALLMENTS

***Y.A. Kochkharev*, S.V. Burmistrov, S.F. Aksyonov**

A new method of minimization of Boolean functions (BF), developed by the authors in the study of orthogonal presentation of BF, by stepping parallel decomposition of BF in part, the essence of which is to write BF as disjunctive arguments BF series of conjunctions in a particular form and the subsequent minimization of each member of this series. In the proposed method in this paper to minimize the BF ORFP proved possible to obtain minimal forms BF indicators of implementation is not worse than in MDNF. In other words, the result MDNF in the classical form of representation (CFR) based on orthogonal BF presentation (ORFP) BF, which proves that the CFP BF is only a special case ORFP BF. Important to note that the minimization is carried out without the full-reboric procedures. The advantage of this method is the absence of minimization of intermediate results that need to be further minimized. The results obtained by the proposed method are identical in terms of the complexity of BF S_{ad}, S_l, S_s results obtained by Quine, Quine-McCluskey, and the method of constructing maps of Carnot.

Keywords: boolean functions (BF), ortogonal form of presentation of logical BF (ORFP), classic form of presentation of logical BF (KFP), Rid-Muller form of presentation of logical BF (RMFP), arithmetic form of presentation of logical BF (AFP)

Кочкарьов Юрій Олександрович - д-р техн. наук, професор кафедри інформатики та інформаційної безпеки Черкаського державного технологічного університету.

Бурмістров Сергій Владиславович – аспірант кафедри інформатики та інформаційної безпеки Черкаського державного технологічного університету, викладач Черкаського державного бізнес-коледжу, e-mail: sergijburmistrov@yandex.ua

Аксьонов Сергій Федорович – студент Черкаського державного технологічного університету, кафедра спеціалізованих комп'ютерних систем, e-mail: s.f.aksyonov@gmail.com