

УДК 519.6: 629.7.036.3

В.А. ПОПОВ, Н.В. ЕРЕМЕНКО, Д.В. НАУМЕНКО, А.А. СЕГЕДА

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

*Рассмотрена специфика логистических транспортных систем, их аналогия с сетями передачи данных и элементами теории массового обслуживания. Проведен анализ и обоснование модели транспортной сети как совокупности атомарных узлов, каждый из которых представляет логистическую цепь или участок транспортной сети. Для моделирования звеньев логистической транспортной сети использованы модели систем массового обслуживания. Приведено обоснование введенных ограничений, необходимых для представления системы как сети Джексона. Предоставлен пример расчета модели транспортной системы. Разработана программа на базе мобильной операционной системы Android, с помощью которой производится расчет транспортной сети (среднее время прохождения заданного маршрута, или ожидание, а также средние оценки времени на отдельных логистических центрах и участках транспортной сети).*

**Ключевые слова:** логистическая транспортная сеть, сети передачи данных, теория массового обслуживания, системы массового обслуживания, сеть Джексона.

### Введение

В последние годы проблема оптимизации работы сложных систем, к которым относятся и транспортные системы, является одной из ведущих в мире [1]. Развитие международного рынка производства продукции идет по пути специализации и одновременной интеграции, когда сырье добывается в одних странах, а изготовление комплектующих и сборка осуществляется в других, что, в свою очередь, стимулирует развитие и совершенствование транспортных систем, формирование межнационального рынка транспортных перевозок.

В связи с этим актуальной является задача моделирования транспортных систем (ТС) с целью обеспечения качества перевозочного процесса в кратчайшие сроки и с минимальными транспортными затратами. Зачастую для поиска эффективных стратегий управления транспортными потоками на обширных территориях, а также оптимальных решений по их проектированию и организации необходимо учитывать широкий спектр характеристик транспортного потока, поэтому логистическая транспортная сеть (ЛТС) является сложной системой, для анализа которой необходимо построение упрощающей модели. Соответственно возникает актуальная задача построения адекватной модели ЛТС, результаты моделирования которой могут служить основой для прогнозирования протекающих в ней процессов, что, в свою очередь, позволяет получить новые сведения об объекте. Наиболее известными методами моделирования ЛТС считают: имитационное моделирование

[1], математическое моделирование на основе гидродинамических процессов [2] и методы аналогового моделирования [3]. Наглядным является также представление транспортной системы как сети передачи данных [4], в которой узлы сети соответствуют логистическим центрам, соединяющие их дуги – авто-транспортным соглашениям, а заявки представляют собой транспортные средства. Такое представление позволяет получить базовые характеристики всей ЛТС [5]. Не менее важным с точки зрения анализа и моделирования транспортных систем и повышения точности результатов моделирования является определение характеристик каждого отдельного участка логистической цепи, для чего в работе предлагается использовать модели теории массового обслуживания [6], что позволяет получить числовые характеристики для каждого компонента ЛТС (время транспорта в пути, время обслуживания в логистических центрах, время нахождения в очереди или ожидания обслуживания и т.д.).

### 1. Анализ специфики логистических транспортных систем

Характерными особенностями ЛТС, которые необходимо учитывать при анализе методов моделирования, являются: условия транспортировки, размер перевозки, протяженность транспортных путей сообщения, степень механизации и автоматизации погрузочно-разгрузочных работ [7]. Также важно наличие возможности складского хранения, способы организации процессов перевозки, техни-

ческая оснащенность транспортной базы, грузоподъемность транспортных средств, пропускная способность системы, сезонность и ритмичность перевозок, условия эксплуатационной работы транспорта, расположение путей сообщения, размещение производственных предприятий, размеры производства и потребления, виды выпускаемой продукции, количество и состояние запасов продуктов производства.

Анализ ЛТС позволяет определить некоторые параметры, необходимые для построения модели, так размеры и размещение точек производства определяют объемы и направление грузоперевозок. От типа выпускаемой продукции зависит вид транспортных средств и ритмичность их работы. Размеры запасов влияют на срочность доставки грузов. Учет всех этих факторов позволяет повысить степень адекватности формируемой модели и, в свою очередь, дает возможность детально изучить ЛТС.

Однако, так как построение модели транспортной системы, учитывающей все эти факторы, очень трудоемко, зачастую выделяют комплекс требуемых характеристик, относительно которых проводится расчет и моделирование транспортной сети, что значительно упрощает сам процесс моделирования, а полученный результат позволяет проанализировать состояние системы в конфигурации, заданной комплексом характеристик [8].

Таким образом, возникает необходимость разработки комплексного метода для моделирования и расчета характеристик ЛТС. В качестве такого метода в работе предлагается использовать системы массового обслуживания (СМО), при этом транспортная система рассматривается как сеть передачи данных, исходные данные для расчета которой получены в результате моделирования каждого элемента ТС как СМО.

## 2. Математическая модель ЛТС

Предложенная в работе математическая модель ЛТС позволяет получить такие важные числовые характеристики транспортной сети, как суммарные задержки и среднее время транспорта в пути, в очереди, на разгрузке и погрузке, а также значения функций и плотностей распределения временных характеристик, что является не менее важным при анализе ЛТС.

В работе ЛТС представлена в виде открытой сети с пуассоновским потоком, что позволило применить модель:

$$M | M | n | \infty | \infty | \text{FIFO}. \quad (1)$$

Тогда отдельные узлы ЛТС можно представить в виде последовательности звеньев (фаз), а перевозочный процесс в целом можно рассматривать как

систему многофазного массового обслуживания дискретного типа с конечным множеством состояний. Закономерность выхода заявок (транспортных средств) из отдельных узлов ЛТС подчиняется закону Пуассона, при этом временные характеристики для системы в целом могут быть найдены как сумма задержек в каждом узле:

$$\sum_{i=1}^n T_i = t_0^n + t_1^n + t_2^n + \dots + t_m^n,$$

где  $T_n$  – суммарное время ожидания для системы, состоящей из  $n$  звеньев,  $t_0^n$  – длительность обслуживания в  $n$ -м звене,  $t_1^n$  – длительность ожидания в  $n$ -м звене,  $t_2^n$  – длительность маневрирования в  $n$ -м звене,  $t_m^n$  –  $m$ -ая временная задержка в  $n$ -м узле.

Расчет характеристик данной модели детерминирован, что, в свою очередь, упрощает расчет характеристик ЛТС. Кроме того ЛТС должна работать в стационарном режиме, таким образом, относительная загруженность системы составляет

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1,$$

где  $\lambda$  – интенсивность потока поступающих заявок, т.е. среднее число поступающих в логистические центры или на дороги автомобилей;

$\mu$  – интенсивность потока обработки заявок или среднее время загрузки (разгрузки) и время прохождения автомобиля по автотранспортному соглашению между звеньями ЛТС.

Используя частное решение модели (1):

$$M | M | n | 1 = m + n | \infty | \text{FIFO},$$

т.е. полагая буфер конечным, можно получить следующие характеристики, дающие информацию о состоянии системы:

- длина очереди  $L_{оч} = \frac{\rho^2}{1-\rho}$ ;

- время обработки заявки  $T_{обр} = \frac{1}{\mu}$ ;

- время пребывания заявки в очереди  $T_{оч} = \frac{L_{оч}}{\lambda}$ ;

- время пребывания заявки в системе  $T_c = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$ ,

а также в аналитическом виде функцию  $F(T_c)$  и плотность  $f(T_c)$  распределения времени пребывания заявки в системе  $F(T_c) = 1 - e^{-cT_c}$  и  $f(T_c) = ce^{-cT_c}$  соответственно, где  $c = \mu(1-\rho)$ .

В свою очередь формулы для нахождения функции и плотности распределения времени нахождения заявки в очереди примут следующий вид:

$$F(T_{оч}) = 1 - \rho e^{-\mu(1-\rho)T_{оч}},$$

$$f(T_{оч}) = (1-\rho)U_0(T_{оч}) + \lambda(1-\rho)e^{-\mu(1-\rho)T_{оч}},$$

где  $U_0(T_{оч}) = 1$  – единичная функция.

Для ЛТС справедлива теорема Бёрке [9], которая гласит, что распределение промежутков времени между обслуженными требованиями, так же как и промежутки времени между поступающими требованиями, распределены по показательному закону с одним и тем же параметром. И как следствие, согласно теореме Джексона, любая открытая сеть массового обслуживания с показательным распределением времени обслуживания, обслуживая независимые пуассоновские источники требований, генерирует для каждого узла независимый пуассоновский поток [8].

В частности, если обозначить  $p(k_1, k_2, \dots, k_n)$  – стационарную вероятность того, что в  $i$ -ом узле находится  $k_i$  заявок (автомобилей для разгрузки), то при соблюдении условия  $\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}$ , согласно теореме Джексона [10]:

$$p(k_1, k_2, \dots, k_n) = \prod_{i=1}^N p_i(k_i),$$

где  $N$  – число узлов в сети,  $p_i(k_i)$  – стационарная вероятность того, что  $k_i$  требований находится в системе  $M | M | n$ .

Рассмотрение ЛТС, как открытой сети Джексона позволяет найти временные характеристики для всей системы в целом.

В общем виде формула для расчета функции  $F(t)$  и плотности  $f(t)$  распределения времени пребывания заявки в системе выглядят так:

$$F(t) = 1 - \left( \sum_{k=1}^n \left( \frac{(ct)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-ct} \right) \right); f(t) = \frac{c(ct)^{n-1}}{(n-1)!} e^{-ct},$$

где  $n$  – число звеньев в сети.

Основным недостатком данной модели является пренебрежение фактом разнородности звеньев, т.е. во всех звеньях интенсивность потока заявок и интенсивность потока обработки считаются одинаковыми.

Для решения данной проблемы предложена следующая модель расчета функции  $G_n(t)$  и плотности  $g_n(t)$  распределения времени нахождения заявки в системе [9]:

$$G_n(t) = (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \mu_i \sum_{j=1}^n \frac{1 - e^{-\mu_j t}}{\mu_j \prod_{k=1}^n (\mu_j - \mu_k)};$$

$$g_n(t) = (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n \mu_i \sum_{j=1}^n \frac{e^{-\mu_j t}}{\prod_{k=1}^n (\mu_j - \mu_k)},$$

где  $n$  – число узлов в сети.

В [10] для определения времени ожидания во всех фазах, предлагается использовать вероятность того, что время ожидания в  $j$ -ой фазе, состоящей из  $r_j$  параллельных каналов, не больше  $t$ :

$$F(t) = 1 - \sum_{j=1}^k A_{jk} e^{c_j t},$$

где  $A_k = K_j \left( \sum_{i=1}^k 1 - \frac{K_j c_j}{c_j - c_i} \right),$

$$c_j = -r_j \mu_j (1 - \rho_j),$$

$k$  – число фаз,

$j$  – номер фазы.

Таким образом, вероятность того, что заявка при всех занятых каналах обработки получит отказ, равна:

$$P(x_j > 0) = \frac{(r_j \rho_j)^{r_j}}{r_j! (1 - \rho_j)} P_0,$$

$$\rho_j = \frac{\lambda}{r_j \mu_j} P_0,$$

$$P_0 = \frac{1}{\left( \sum_{n=1}^{r_j-1} \frac{(r_j \rho_j)^n}{n!} \right) + \frac{(r_j \rho_j)^{r_j}}{r_j! (1 - \rho_j)}},$$

где  $r_j$  – число каналов в  $j$ -ой фазе.

Объединив все указанные понятия и ограничения, введенные выше, продемонстрирован пример моделирования сложных логистических транспортных систем, который рассматривает ЛТС с точки зрения теории массового обслуживания, а также вычислены числовые характеристики системы.

### 3. Примеры расчета ЛТС

Расчёт ЛТС проводился на основе модели СМО  $M | M | n | 1 = n + m | \infty | FiFo$  со следующими входными данными:

- интенсивность входящего потока автомобилей  $\lambda = 12$  авт. / ч;
- интенсивность обслуживания автомобилей (погрузка / разгрузка)  $\mu = 15$  авт. / ч.

Тогда могут быть рассчитаны следующие характеристики ЛТС:

- загрузка системы  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 0,75$ ;

- начальное состояние  $P_0 = 1 - \rho = 0,25$ ;

- длина очереди автомобилей  $L_{оч} = \frac{\rho^2}{1-\rho} = 4,167$  ;

- время обработки  $T_{обр} = \frac{1}{18} = 0,056$  ч;

- время ожидания  $T_{оч} = \frac{L_{оч}}{\lambda} = 0,278$  ч;

- время пребывания заявки в системе

$$T_c = \frac{1}{\mu n(1-\rho)} = 0,333 \text{ ч};$$

-  $c = \mu n(1-\rho) = 3$  ;

- плотность распределения времени нахождения автомобиля в системе (рис. 1)

$$f(T_c) = ce^{-cT_c} \text{ авт. / ч};$$

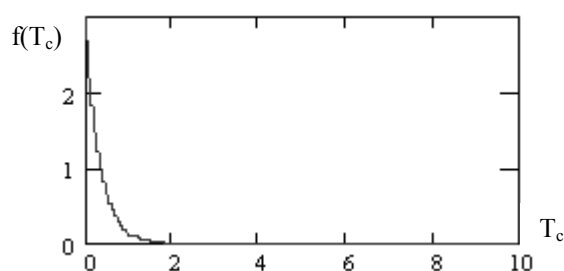


Рис. 1. График плотности распределения времени нахождения автомобиля в системе

- функция распределения времени нахождения автомобиля в системе (рис. 2)

$$F(T_c) = 1 - e^{-cT_c} \text{ авт. / ч};$$

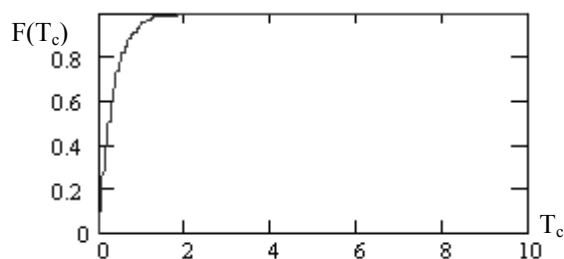


Рис. 2. График функции распределения времени нахождения автомобиля в системе

- функция распределения времени ожидания обслуживания автомобиля (рис. 3)

$$F(T_{оч}) = 1 - \rho e^{-\mu(1-\rho)T_{оч}} \text{ авт. / ч};$$

- плотность распределения времени нахождения автомобиля в очереди (рис. 4)

$$f(T_{оч}) = (1-\rho)U_0(T_{оч}) + \lambda(1-\rho)e^{-\mu(1-\rho)T_{оч}} \text{ авт. / ч};$$

- плотность распределения времени нахождения автомобиля в сети Джексона (рис. 5)

$$f(t) = \frac{(c(ct^{n-1}))}{(n-1)!} e^{-ct} \text{ авт. / ч};$$

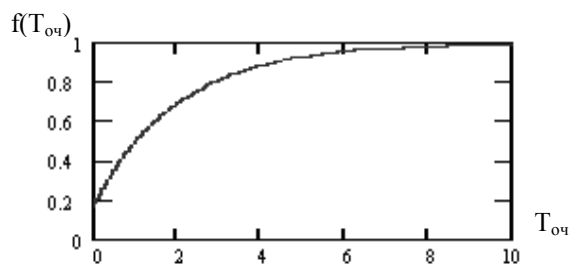


Рис. 3. График функции распределения времени нахождения автомобиля в очереди

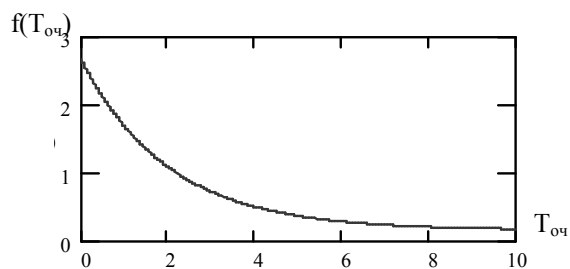


Рис. 4. График плотности распределения времени нахождения автомобиля в очереди

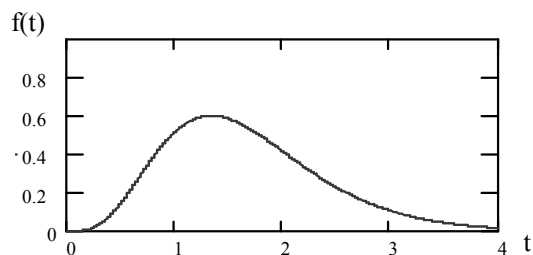


Рис. 5. График плотности распределения времени нахождения автомобиля в сети Джексона

- функция распределения времени нахождения автомобиля в сети Джексона (рис. 6)

$$F(t) = 1 - \left( \sum_{k=1}^n \frac{(ct)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-ct} \right).$$

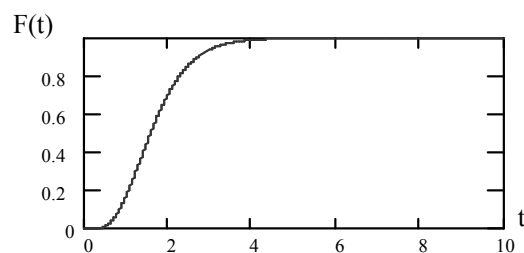


Рис. 6. График функции распределения времени нахождения автомобиля в сети Джексона.

Для сокращения трудоемкости вычислений разработан программный продукт на базе современной мобильной операционной системы (МОС) Android, реализующий расчет основных характеристик ЛТС и позволяющий сравнить полученные результаты с целью определения наиболее эффективного размещения узлов.

#### 4. Программная реализация

Учитывая современные тенденции развития цифровых и вычислительных технологий, очень перспективным направлением является разработка приложений на базе мобильных операционных систем, что обеспечивает разработанному программному продукту дополнительные конкурентные преимущества по сравнению с существующими (достаточный уровень наглядности и удобства, мобильность и т.д.). При этом наиболее яркой, динамически развивающейся и перспективной среди всего множества МОС является МОС Android, выбор которой обусловлен высокой вычислительной способностью, современностью интеграционных решений, Web-ориентированностью, удобством и гибкостью. Также немаловажной является полная открытость и доступность средств разработки.

Концептуальная схема взаимодействия информационных технологий для проведения моделирования логистической транспортной системы, представлена на рис. 7.

При первом запуске приложение использует данные, хранящиеся в XML, которые содержат координаты логистических центров и базовую необходимую информацию о них.

Далее данные «разбираются» при помощи потокового парсера XMLpullParser и сохраняются в базу данных (БД). Путем манипулирования данными в системе управления базами данных (СУБД) SQLite данные изменяются (с сохранением исход-

ных значений). Данный подход позволяет осуществить простой импорт и экспорт исходных данных для более гибкого применения приложения. После загрузки данных в БД устройство посредством доступа к Internet получает набор карт местности, который указан в XML файле.

Отсутствие подключения к Internet абсолютно не влияет на работоспособность программы (хотя конечный пользователь и не увидит карт), так как данные о маршрутах также хранятся в XML, что позволяет осуществить построение транспортной сети из выбранных узлов. При подключении к Internet необходимые данные могут быть обновлены и занесены в БД.

Таким образом, пользователь получает исходную масштабируемую логистическую транспортную сеть определенного региона. Добавляя или убирая узлы из сети на карте, пользователь задает конфигурацию ЛТС, и при условии наличия подключения к Internet, получает возможность наглядного просмотра построенных маршрутов (рис. 8).

Кроме того, при наличии подключения мобильного устройства к Internet, у пользователя появляется возможность распечатать отчет при помощи технологий Google Cloud Print. В случае отсутствия подключения предусмотрено сохранение отчета на устройстве для его дальнейшей распечатки (рис. 9). Пользователь может производить переконфигурирование сети в любой момент.

Разработанный программный продукт позволяет определить для заданного маршрута усредненные

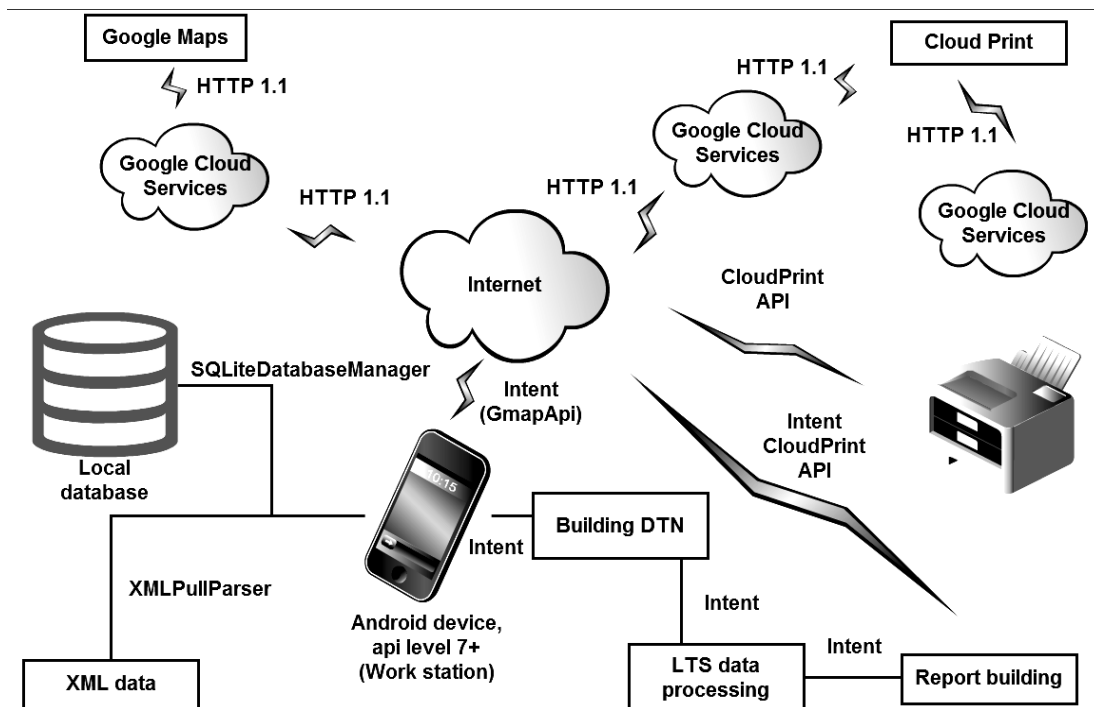


Рис. 7. Концептуальная схема взаимодействия информационных технологий

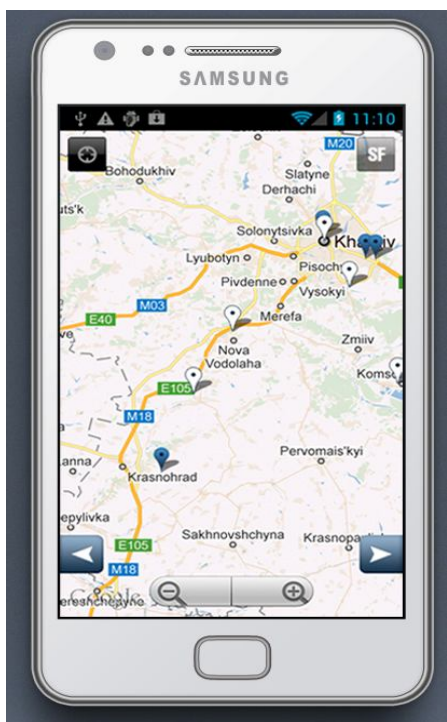


Рис. 8. Экран конфигурирования сети



Рис. 9. Экран отчёта

временные оценки с привлечением понятий плотности и функции распределения, а также средние количественные оценки в виде математического ожидания, дисперсии, моды, медианы, среднеквадратичного отклонения для времени прохождения автомобиля по маршруту. Полученные в результате характеристики дают возможность более обоснованно подходить к выбору маршрута движения транспортных средств.

Разработанный программный продукт имеет большое количество преимуществ по сравнению с Web-ориентированными решениями или стандартными настольными приложениями, а именно: удобный понятный интерфейс, переносимость, наглядность, скорость и точность работы, многопоточность и мультизадачность, модульность, что позволяет реализовывать дополнительный функционал, постоянное улучшение API, поддержка, высокие темпы развития, перспективность.

Единственное, что необходимо для работы программного продукта – это мобильное устройство под управлением ОС Android.

## Заключение

В работе проведено моделирование ЛТС в двух направлениях. С одной стороны логистическая транспортная система моделируется по аналогии с системой передачи данных, в которой узлами являются логистические центры, соединяющие их дуги – автотранспортными соглашениями, заявки – транспортными средствами, а потоки представляют собой движение автомобильного транспорта. С другой стороны, данная сеть может быть рассмотрена как открытая сеть Джексона с однородными пуассоновскими потоками, для расчета которой, исходные параметры были получены в результате моделирования всех элементов как СМО. Приведены расчетные формулы для получения основных характеристик сети и разработан программный продукт для вероятностного моделирования логистической транспортной системы на базе современной мобильной операционной системы Android.

## Литература

1. Бочкарев, А.А. Планирование и моделирование цепи поставок [Текст] / А.А. Бочкарев. – М.: Альфа-пресс, 2008. – 192 с.
2. Семенов, В.В. Математическое моделирование динамики транспортных потоков мегаполиса [Текст] / В.В. Семенов. – М.: Высшая школа, 2002. – 54 с.
3. Зайцев, Е.И. Экономико-математические методы и модели [Текст] / Е.И. Семенов. – М.: Альфа-пресс, 2009. – 231 с.
4. Лубенцова, В.С. Математические модели и методы в логистике [Текст] / В.С. Лубенцова. – Самара: Самарский гос. тех. ун-т, 2008. – 157 с.
5. Бертсекас, Д. Сети передачи данных [Текст] / Д. Бертсекас, Р. Галлагер. – М.: Мир, 1989. – 544 с.
6. Ковалюк, И.Н. Теория массового обслуживания [Текст] / И.Н. Коваленко. – М.: Итоги науки, 1971. – 109 с.

7. *Основи теорії транспортних процесів і систем [Текст] / М.Ф. Дмитриченко, Л.Ю. Яцьківський, С.В. Ширяєва, В.З. Докуніхін. – К.: Видавничий дім «Слово», 2009. – 336 с.*

8. *Миротин, Л.Б. Транспортная логистика [Текст] / Л.Б. Миротин. – М.: Экзамен, 2003. – 512 с.*

9. *Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные применения [Текст] / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 480 с.*

10. *Саати, Т. Элементы теории массового обслуживания и ее применение [Текст] / Т. Саати. – М.: Советское радио, 1961. – 504 с.*

*Поступила в редакцию 8.02.2012*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. каф. автоматизированных систем управления М.Д. Годлевский, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

## ІМОВІРНІСНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛОГІСТИЧНИХ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ

*В.О. Попов, Н.В. Єременко, Д.В. Науменко, Г.О. Сегеда*

Розглянуто специфіку логістичних транспортних систем, їх аналогія з мережами передачі даних і елементами теорії масового обслуговування. Проведено аналіз та обґрунтування моделі транспортної мережі як сукупності атомарних вузлів, кожен з яких представляє логістичну ланцюг або ділянка транспортної мережі. Для моделювання ланок логістичної транспортної мережі виконані моделі систем масового обслуговування. Приведено обґрунтування введених обмежень, необхідних для представлення системи як мережі Джексона. Надано приклад розрахунку моделі транспортної системи. Розроблено програму на базі мобільної операційної системи Android, за допомогою якої проводиться розрахунок транспортної мережі (середній час проходження заданого маршруту, або очікування, а також середні оцінки часу на окремих логістичних центрах та ділянках транспортної мережі).

**Ключові слова:** логістична транспортна мережа, мережа передачі даних, теорія масового обслуговування, системи масового обслуговування, мережа Джексона.

## PROBABILITY MODELING OF LOGISTICAL TRANSPORT SYSTEMS

*V.O. Popov, N.V. Eremenko, D.V. Naumenko, A.A. Segeda*

The specificity of logistic transport systems and their analogy with the data networks and elements of queuing theory are considered. The analysis and justification of the model of the transport network as a set of atomic nodes, each of which represents the logistic chain or part of the transport network are held. To simulate the transport links of the logistics network used simple model of queuing systems. The substantiation of restrictions, needed for the submission of a Jackson network is given. An example of the calculation model of the transport system is provided. A program based on the mobile operating system Android, with the help of which the calculated transport network (the average time of passage of a given route, or waiting, and the average assessment time for individual logistics centers and transport network sites) is developed.

**Key words:** logistic transport system, data transmission network, elements of theory of mass service, systems of mass service, Jackson's networks.

**Попов Вячеслав Алексеевич** – канд. техн. наук, проф., проф. кафедри інформаційних управляючих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Єременко Наталя Валентинівна** – молодший науковий співробітник кафедри інформаційних управляючих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

**Науменко Дмитрій Владиславович** – магістрант кафедри інформаційних управляючих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Сегеда Анна Александрівна** – студент кафедри інформаційних управляючих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.