

УДК 629.5

В.Н. ПОСТНИКОВ, А.Н. ТАРАН, С.Н. ФИРСОВ*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ СВОЙСТВ ИЗБЫТОЧНЫХ МАХОВИЧНЫХ СИСТЕМ**

Представлено обоснование необходимости использования избыточного количества двигателей маховиков в маховичной системе управления космическим аппаратом с целью увеличения ресурса системы ориентации и стабилизации, а также времени активного существования космического аппарата в целом. Получены качественные и количественные показатели оценки применения избыточностей в подобных системах, позволяющие как на качественном, так и на метрическом уровне осуществлять сравнение различных вариантов компоновки двигателей маховиков в системе ориентации и стабилизации, а также позволяющие осуществлять решение обратной задачи при компоновке силовых элементов – определять количество и варианты расположения двигателей маховиков в избыточной системе ориентации и стабилизации.

Ключевые слова: космический аппарат, двигатель маховик, избыточность, пирамида, объем, область гарантированного формирования управления, область допустимого формирования управления.

Введение

В настоящее время остро стоит проблема сопоставимости ресурсов корпуса космического аппарата (КА) и его систем [1].

Особо актуально решение этой задачи для наиболее энергоемких элементов системы ориентации и стабилизации КА – маховичных силовых систем [2].

Повышение ресурса маховичных систем (МС) может быть достигнуто за счет установки на борту дополнительного числа двигателей-маховиков и, как показали предварительные исследования, отказа от традиционной схемы установки двигателей-маховиков (ДМ) при которой оси вращения ДМ параллельны или совпадают с основными осями инерции КА – компланарное расположение ДМ [3 – 5].

Введение избыточности в МС, а также использование в контуре управления специализированного цифрового вычислителя, позволяет ставить и решать задачи регулирования реактивных управляющих моментов МС, что способствует повышению ресурса МС и КА в целом [1], диагностирования технического состояния избыточной МС в реальном масштабе времени и гибкого парирования возникающих нештатных ситуаций. При этом в процессе проектирования избыточных МС необходимо решать задачу определения числа и схемы установки двигателей-маховиков на борту КА.

1. Параметры установки избыточного количества двигателей маховиков на борту КА

С целью формирования требований к количеству и расположению ДМ на борту КА, рассмотрим избыточную МС, в состав которой входят $n > 3$ одинаковых ДМ с максимальным реактивным управляющим моментом M^* . Пусть Охуз – связанная система координат (ССК), относительно которой определяется схема установки ДМ. Обозначим через \vec{m}_i ($i = 1, 2, \dots, n$) – единичный вектор, параллельный оси вращения i -го маховика. За начало всех векторов \vec{m}_i выберем т.О. Совокупность векторов \vec{m}_i определяет схему установки ДМ на КА.

Положение вектора \vec{m}_i в ССК Охуз зададим тремя направляющими косинусами m_{i1}, m_{i2}, m_{i3} или двумя углами α_i и β_i , вводимых общепринятым способом и подлежащих определению.

Матрица направляющих косинусов, характеризующая положение оси вращения i -го маховика ССК, равна:

$$A_i = A(\beta_i)A(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & \sin \alpha_i \cos \beta_i & \sin \alpha_i \sin \beta_i \\ -\sin \alpha_i & \cos \alpha_i \cos \beta_i & \cos \alpha_i \sin \beta_i \\ 0 & -\sin \beta_i & \cos \beta_i \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $A(\beta_i), A(\alpha_i)$ – матрицы направляющих коси-

нусов, характеризующие первый и второй повороты на углы α_i и β_i .

Анализ матрицы (1) позволяет определить взаимосвязь между направляющими косинусами и установочными углами α_i , β_i : $m_{i_1} = \cos \alpha_i$; $m_{i_2} = \sin \alpha_i \cos \beta_i$; $m_{i_3} = \sin \alpha_i \sin \beta_i$.

Проекции вектора реактивного управляющего момента i -го ДМ ($\overline{M}_i = M_i \overline{m}_i$) на оси ССК будут равны: $M_{i_x} = M_i \cos \alpha_i$; $M_{i_y} = M_i \sin \alpha_i \cos \beta_i$; $M_{i_z} = M_i \sin \alpha_i \sin \beta_i$, где реактивный управляющий момент ДМ M_i считается положительным, если направления векторов \overline{m}_i и \overline{M}_i совпадают, и отрицательным, если они противоположны.

В результате изменения управляющих реактивных моментов ДМ в диапазоне $-M^* \leq M_i \leq M^*$ образуется область изменения результирующего вектора реактивного управляющего момента МС, под которой понимается геометрическое место возможных положений результирующего вектора $\overline{M} = \sum_{i=1}^n \overline{M}_i = \sum_{i=1}^n M_i \overline{m}_i$ и обозначаемого символом M_y . Форма области M_y зависит от схемы установки ДМ, а ее размеры пропорциональны максимальному управляющему реактивному моменту ДМ M^* . Размеры и форма требуемой области M_{yT} определяются тактико-техническими требованиями к динамике стабилизации и ориентации КА. Выбор схемы установки и величина M^* обеспечиваются выполнением условия: $M_y \subset M_{yT}$.

Теорема 1. Избыточные исполнительные системы обладают свойством пространственного формирования результирующего управляющего момента при возникновении полных отказов от одного до $(n-3)$ ДМ, если остаются исправными любые три ДМ, для которых выполняется условие:

$$(\overline{m}_i \times \overline{m}_j) \overline{m}_k \neq 0. \quad (2)$$

Доказательство. Воспользуемся доказательством от противного. Предположим, что условие, определяющее не компланарность установочных векторов ДМ (2), ложно. Следовательно, формирование пространственного положения результирующего управляющего вектора возможно при выполнении условия $(\overline{m}_i \times \overline{m}_j) \overline{m}_k = 0$, которое соответствует тому, что все три установочных вектора находятся в одной плоскости и изменение результирующего

вектора возможно только в этой плоскости. Теорема доказана.

ДМ относятся к устройствам, обладающим высокой надежностью, что подтвердил многолетний опыт их эксплуатации и многочисленные летные испытания. Поэтому в избыточных системах достаточно использовать дополнительно 1-3 ДМ. С учетом (2) дополнительные ДМ необходимо ставить под углом к основным ДМ или выбирать схему установки избыточной системы, руководствуясь требованиями к области M^* . Реактивный управляющий момент одного ДМ меняется внутри отрезка длиной $2M^*$, параллельного установочному вектору. Вектор реактивного управляющего момента системы двух произвольных ДМ с индексами i и j может изменяться внутри ромба с длиной стороны $2M^*$ и углом при вершине, определяемый следующим уравнением:

$$\gamma_{ij} = \arccos(\overline{m}_i \times \overline{m}_j), \quad (3)$$

где γ_{ij} – угол при вершине ромба.

При этом стороны ромба параллельны установочным векторам \overline{m}_i и \overline{m}_j .

Теорема 2. Если выполнены ограничения $-M^* \leq M_i \leq M^*$ и соблюдены условия (2), то область M_y избыточной системы $n > 3$ одинаковых ДМ представляет собой выпуклый многогранник.

Доказательство. Справедливость этого утверждения проверяется Эйлеровой характеристикой ($\mathcal{E}X$), значение которой определяется на основании следующей аналитической зависимости:

$$\mathcal{E}X = \alpha_0 - \alpha_1 + \alpha_2, \quad (4)$$

где α_0 – число вершин многоугольника, α_1 – число ребер многогранника; α_2 – число граней многогранника; $\mathcal{E}X$ – характеристика Эйлера.

Для выпуклого или гомеоморфного многогранника $\mathcal{E}X=2$, а в противном случае это равенство не выполняется. Для наглядности рассмотрим доказательство на конкретном примере МС, компоновочная схема которой представлена на рис. 1.

Для компоновки, представленной на рис.1, положение установочных векторов ДМ \overline{m}_i ($i = \overline{1,4}$) в связанной с КА системе координат, будет определяться следующими координатными соотношениями:

$$\overline{m}_1 = (\sin \alpha \sin \beta, -\sin \alpha \cos \beta, \cos \alpha);$$

$$\overline{m}_2 = (\sin \alpha \sin \beta, \sin \alpha \cos \beta, -\cos \alpha);$$

$$\overline{m}_3 = (\sin \alpha \sin \beta, -\sin \alpha \cos \beta, -\cos \alpha);$$

$$\overline{m}_4 = (\sin \alpha \sin \beta, \sin \alpha \cos \beta, \cos \alpha),$$

а направление и значение результирующего реактивного управляющего момента МС определяются следующим векторным уравнением:

$$\bar{M} = M_1 \bar{m}_1 + M_2 \bar{m}_2 + M_3 \bar{m}_3 + M_4 \bar{m}_4, \quad (5)$$

где M_i , $i = \overline{1,4}$ – значение реактивного управляющего момента i -го маховика.

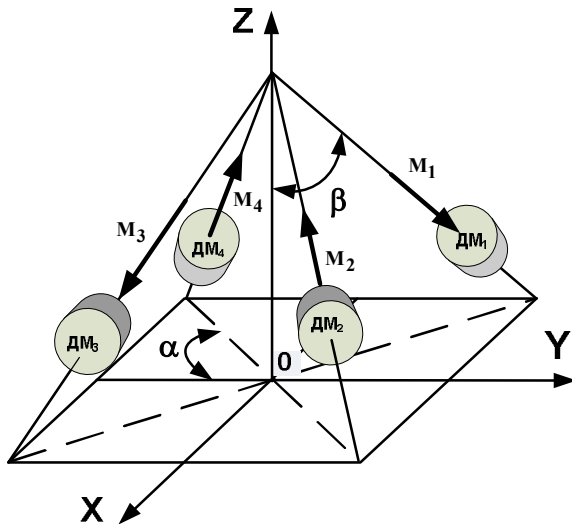


Рис. 1. Пирамидальное расположение ДМ

Представим векторное равенство (5) в проекциях на оси ССК:

$$M_x = (M_1 + M_2 + M_3 + M_4) \sin \alpha \sin \beta;$$

$$M_y = (-M_1 + M_2 - M_3 + M_4) \sin \alpha \cos \beta;$$

$$M_z = (M_1 - M_2 - M_3 + M_4) \cos \alpha,$$

где M_x , M_y , M_z – проекции результирующего реактивного управляющего момента ДМ на оси ССК.

Для дальнейшего упрощения доказательства теоремы 2 примем, что $M^* = 1$. Это введение никак не отразится на общности доказательства. Так же для простоты векторную запись (5) представим в следующем виде:

$$\bar{M} = [M_1, M_2, M_3, M_4].$$

При этом рассмотрим область M_y пространства $R^3(M_x, M_y, M_z)$, формируемую концами векторов (5) при $|M_i| \leq 1$, где $i = \overline{1,4}$.

Образуемая область M_y , представляет собой область возможных значений реактивных управляющих моментов МС и, как будет доказано ниже, представляет собой выпуклый многогранник, обладающий центральной симметрией относительно начала ССК.

Для определения значения ЭХ (4) необходимо определить количество вершин (α_0), ребер (α_1) и граней (α_2) многогранника, образуемого движением результирующего реактивного управляющего вектора \bar{M} . Координаты каждой вершины многогранника соответствуют координатам конца вектора \bar{M} , составленного из определенной комбинации максимальных значений моментов ДМ

$$\bar{M} = [M_1^*, M_2^*, M_3^*, M_4^*] = [\pm 1, \pm 1, \pm 1, \pm 1],$$

значит, $\alpha_{0_{\max}} = 2^n = 2^4 = 16$. Однако существуют комбинации, при которых результирующий вектор \bar{M} лежит внутри обрасти M_y . Количество этих комбинаций определяется взаимным расположением ДМ относительно ССК. Для расположения ДМ «четырёхгранная пирамида» у многогранник M_y $\alpha_0 = 14$, поскольку при комбинациях значений $\bar{M} = [1, -1, -1, 1]$ и $\bar{M} = [-1, 1, 1, -1]$ координаты вершины равны $V = (0, 0, 0)$. Кроме того, если рассмотреть координаты всех вершин, то получим их расположение симметрично относительно начала ССК.

Как уже отмечалось выше, грани многогранника M_y представляют собой форму ромба с длиной стороны $2M^*$, следовательно, их число определяется соотношением:

$$\alpha_2 = 2C_n^2 = n(n-1), \quad (6)$$

а количество ребер:

$$\alpha_1 = 2C_n^2 = 2n(n-1), \quad (7)$$

где n – количество ДМ в МС; α_1 , α_2 – количество ребер и граней в многограннике.

Выполнив подстановку $n=4$ в (6) – (7), получаем, что $\alpha_1 = 24$, а $\alpha_2 = 12$. Таким образом, многогранник M_y имеет 14 вершин ($\alpha_0 = 14$), 12 граней ($\alpha_2 = 12$) и 24 ребра (24), что соответствует значению ЭХ=2, которое постоянно для всех выпуклых многогранников, следовательно теорема 2 доказана.

Рассмотренные теоремы позволяют качественно оценить способность МС обеспечивать пространственное изменение результирующего реактивного управляющего момента, а также гарантированно формировать поверхность управления в виде выпуклого многогранника.

В статьях [3 – 5] были получены количественные оценки маховичной системы с минимальной избыточностью на основе анализа следа корреляционной матрицы вектора ошибок управляющего мо-

мента, позволяющие оценивать распределение результирующего управляющего момента по осям связанной системы координат, однако эти критерии не позволяют оценивать пространственное изменение этого вектора. Сформируем критерии, исключая подобные недостатки.

Теорема 3. Система исполнительных органов гарантированно обеспечивает требуемое управление угловыми параметрами движения КА тогда и только тогда, когда $M_T \subset \hat{M}_y$, где \hat{M}_y – гарантированное множество значений результирующего управляющего момента.

Доказательство. Докажем теорему 3 путем определения формы множества \hat{M}_y .

В соответствии с теоремой, пространство M_y представляет собой выпуклый многогранник, заполненный $(n(n-1))$ пирамидами у которых основаниями являются грани-ромбы, а высоты равны расстоянию от начала координат до плоскости ромба. Определим расстояние $|\bar{r}_{kj}|$ от начала ССК до произвольной грани, параллельной установочным векторам \bar{m}_k и \bar{m}_j .

Расстояние от точки до плоскости – это длина перпендикуляра опущенного из начала ССК к рассматриваемой плоскости. Поскольку любая прямая, перпендикулярная к плоскости, перпендикулярна ко всем прямым, как лежащим в этой плоскости, так и параллельных этой плоскости, то параметры единичного вектора, коллинеарного \bar{r}_{kj} , определяются на основании следующего векторного соотношения:

$$\bar{m}_{kj} = \frac{\bar{m}_k \times \bar{m}_j}{|\bar{m}_k \times \bar{m}_j|}. \quad (8)$$

Для определения численного значения высоты рассматриваемой пирамиды, спроектируем произвольный вектор \bar{M}_i на \bar{m}_{kj} :

$$\text{Pr}_{\bar{m}_{kj}} \bar{M}_i = M_i (\bar{m}_i, \bar{m}_{kj}), \quad (9)$$

где $\text{Pr}_{\bar{m}_{kj}} \bar{M}_i$ – проекция вектора \bar{M}_i на \bar{m}_{kj} .

Максимальное значение $\text{Pr}_{\bar{m}_{kj}} \bar{M}_i$ обеспечивается предельными значениями реактивного управляющего момента соответствующими ДМ избыточной МС. Это значение определяется на основании следующей нелинейной зависимости:

$$M_i = M^* \text{sign}(\bar{m}_i, \bar{m}_{kj}). \quad (10)$$

Численное значение $|\bar{m}_{kj}|$ представляет собой

суммарное значение максимальных значений проекций \bar{M}_i , $i = \overline{1, n}$ на \bar{m}_{kj} :

$$|\bar{r}_{kj}| = M^* \sum_{i=1}^n |(\bar{m}_i, \bar{m}_{kj})|. \quad (11)$$

Выполнив подстановку (8) в (11), получим:

$$|\bar{r}_{kj}| = \frac{M^*}{|\bar{m}_k \times \bar{m}_j|} \sum_{i=1}^n |(\bar{m}_k \times \bar{m}_j, \bar{m}_i)|. \quad (12)$$

Поскольку многогранник M_y выпуклый, то минимальное значение $|\bar{r}_{kj}|$ из множества вариантов, определяет радиус сферы R , вписанной в область M_y :

$$R = \min_{kj} |\bar{r}_{kj}| \quad (13)$$

Таким образом, полученные результаты представляют собой условия существования гарантированного значения реактивного управляющего момента не зависимо от направления и ограниченного областью сферы радиусом R , представляющей собой множество \hat{M}_y . Теорема 3 доказана.

Форма области изменения реактивного управляющего момента МС M_y , под которой понимается геометрическое место возможных положений вектора \bar{M} , определяемого, как

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i = \sum_{i=1}^n M_i \bar{m}_i, \quad (14)$$

зависит от схемы установки ДМ. Размеры области M_y зависят от максимальных значений реактивных управляющих моментов ДМ M_i^* , $i = \overline{1, n}$. При этом, согласно теореме 3, для обеспечения требований к динамике стабилизации и поворотам КА, необходимо выполнение условия $M_T \subset \hat{M}_y$ с одной стороны, а с другой – $\hat{M}_y \subset M_y$, что определяет необходимость оценки коэффициента использования результирующего реактивного управляющего момента, формируемого избыточной маховичной системой.

2. Оценка использования области формирования результирующего реактивного управляющего момента

Для оценки использования M_y определим объем этой области. Поскольку M_y складывается из $(n(n-1))$ пирамид, то для определения полного

объема области M_y необходимо определить объемы составных пирамид.

Объем пирамиды, в основании которой лежит грань, образованная ребрами, которые параллельны установочным векторам \bar{m}_k и \bar{m}_j , равен:

$$V_{kj} = \frac{1}{3} S_{kj} |\bar{r}_{kj}|, \quad (15)$$

где S_{kj} – площадь основания пирамиды, определяемая, как

$$S_{kj} = 4 \left(M^* \right)^2 |\bar{m}_k \times \bar{m}_j|. \quad (16)$$

Выполнив подстановку (12), (16) в (15), получаем значение объема произвольно выбранной пирамиды множества M_y :

$$V_{kj} = \frac{4}{3} \left(M^* \right)^3 \sum_{i=1}^n |(\bar{m}_k \times \bar{m}_j) \bar{m}_i|. \quad (17)$$

Суммарное значение объема M_y , определяем суммированием $n(n-1)$ объемов пирамид:

$$V_{M_y} = \frac{2}{3} \left(M^* \right)^3 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |(\bar{m}_k \times \bar{m}_j) \bar{m}_i|. \quad (18)$$

Поскольку область \hat{M}_y , для случая применения однотипных ДМ и симметричного их расположения, представляет собой сферу радиуса R , то ее объем равен:

$$V_{\hat{M}_y} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\min_{kj} |\bar{r}_{kj}| \right)^3. \quad (19)$$

Используя полученные выражения для определения объемов M_y (18) и \hat{M}_y (19), находим значение коэффициента использования формируемого объема M_y :

$$k_V = \frac{V_{\hat{M}_y}}{V_{M_y}} = \frac{2\pi \left(\min_{kj} |\bar{r}_{kj}| \right)^3}{\left(M^* \right)^3 \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |(\bar{m}_k \times \bar{m}_j) \bar{m}_i|}. \quad (20)$$

Коэффициент k_V представляет собой мерную характеристику совпадения \hat{M}_y и M_y , изменяющуюся в диапазоне от нуля до одного ($0 \leq k_V \leq 1$).

Заключение

В результате проведенных исследований получены качественные и метрические параметры оценки наиболее энергоемких элементов системы стабилизации и ориентации КА.

Кроме того, определены диапазоны изменения метрических параметров и предпочтительные их значения, позволяющие осуществлять сравнение различных компоновок ДМ.

При сравнении различных МС, удовлетворяющих одним и тем же техническим требованиям, целесообразно выбирать систему у которой k_V имеет наибольшее значение. Наиболее предпочтительным вариантом является тот, при котором $k_V = 1$, что на практике не выполнимое условие, соответствующее полному совпадению множества возможных вариантов M_y и множества гарантированных значений \hat{M}_y .

Также при сравнении вариантов компоновки, в качестве дополнительных критериев, можно использовать параметр объема множества M_y – чем больше V_{M_y} тем предпочтительней вариант.

Другим критерием для сравнения различных вариантов компоновки ДМ может быть радиус сферы гарантированного формирования результирующего реактивного управляющего момента R .

Полученные критерии оценки компоновки ДМ позволяют анализировать МС, как в номинальном режиме, так и при возникновении в них отказов путем анализа ухудшения свойств системы при наличии полных отказов ДМ.

Литература

1. Ахметов, Р.Н. Методы и модели автономного управления живучестью автоматических космических аппаратов дистанционного зондирования Земля [Текст] / Р.Н. Ахметов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. Академика С.П.Королева. – 2008. – № 2. – С. 194 – 210.
2. Бортовые системы управления космическими аппаратами [Текст]: Учебное пос. / А.Г. Бровкин, Б.Г. Бурдычов, С.В. Гордийко и др.; под ред. А.С. Сырова. – М.: Изд-во МАИ- ПРИНТ, 2010. – 340 с.
3. Лученко, О.А. Формирование избыточного блока двигателей-маховиков системы ориентации и стабилизации симметричного малогабаритного космического аппарата [Текст] / О.А. Лученко, А.Н. Таран, С.Н. Фирсов. // Авиационно-космическая техника и технология. – 2010. – №6(73). – С. 44 – 48.
4. Лученко, О.А. Определение параметров установки двигателей-маховиков системы ориентации и стабилизации несимметричного малогабаритного космического аппарата [Текст] / О.А. Лученко, А.Н. Таран, С.Н. Фирсов, В.Н. Постников //

Авиационно-космическая техника и технология. – стабилизацией [Текст] / А.С. Кулик, О.А. Лученко, С.Н. Фирсов // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2011. – №2. – С. 10 – 22.

5. Кулик, А.С. Концепция обеспечения живучести спутниковых систем управления ориентацией и

Поступила в редакцию 11.11.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой авиационных приборов и измерений Н.Д. Кошевой, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

КРИТЕРІЙ ОЦІНКИ ВЛАСТИВОСТЕЙ НАДМІРНИХ МАХОВИКОВИХ СИСТЕМ

В.М. Постніков, О.М. Таран, С.М. Фірсов

Наведено обґрунтування необхідності використання надлишкової кількості двигунів маховиків в маховиковій системі управління космічним апаратом з метою збільшення ресурсу системи орієнтації і стабілізації, а також часу активного існування космічного апарату в цілому. Отримано якісні та кількісні показники оцінки застосування надмірності в подібних системах, що дозволяють як на якісному, так і на метричному рівні здійснювати порівняння різних варіантів компоновання двигунів маховиків в системі орієнтації і стабілізації, а також дозволяють здійснювати рішення зворотної задачі при компонованні силових елементів – визначати кількість і варіанти розташування двигунів маховиків в надлишковій маховиковій системі.

Ключові слова: космічний апарат, двигун маховик, надмірність, піраміда, об'єм, область гарантованого формування управління, область допустимого формування управління.

CRITERIA FOR EVALUATION OF EXCESSIVE PROPERTIES SYSTEMS OF FLYWHEELS

V.N. Postnikov, A.N. Taran, S.N. Firsov

Presented the rationale for using excess engine flywheel in flywheel system of the spacecraft in order to increase resource orientation and stabilization system, and since the existence of active spacecraft in general. Obtained qualitative and quantitative indicators of eye-worried application redundancy in such systems, allowing both the quality and level of metric to compare different options for arranging the engine flywheel in the system orientation and stabilization, and allow solution of the inverse problem in the layout of power – items you-Detect the number and location options for engines in excess systems of flywheels.

Key words: spacecraft, the engine flywheel, redundancy, pyramid, volume, area guaranteed form of management, the allowable region of formation.

Постніков Владимир Николаевич – доцент кафедри систем управління летательними апаратами Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: voinpost@mail.ru.

Таран Александр Николаевич – ассистент кафедри систем управління летательними апаратами Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина,

Фирсов Сергей Николаевич – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри систем управління летательними апаратами Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: Firsov@d3.khai.edu.