

УДК 004.9:532.574

А.Е. МОЧАЛИН

Донбасский государственный технический университет, Украина

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМА ОБРАБОТКИ ЦИФРОВЫХ ТРАССЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ОСНОВАННОГО НА ОПТИМИЗАЦИИ РЕКОНСТРУИРОВАННОГО КАДРА

Предложен новый метод оценки систематической и случайной погрешностей компьютерных алгоритмов обработки цифровых трассерных изображений, который, в отличие от существующих, позволяет применять разработанные в математической статистике способы оценки достоверности рассчитанных погрешностей. Проведен сравнительный анализ влияния различных параметров трассерных изображений на точность разработанного автором алгоритма, основанного на оптимизации реконструированного кадра, и на точность базового и адаптивного кросскорреляционных алгоритмов, которые являются наиболее распространенными.

Ключевые слова: систематическая погрешность, случайная погрешность, математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, трассерное изображение.

1. Характеристика проблемы и задачи исследования

Для изучения потоков жидкости и газа часто применяют методы трассерной визуализации [1]. Информационная технология обработки трассерного изображения включает в себя расчетный метод, реализующий его алгоритм и соответствующее программное обеспечение. В настоящее время применяются различные алгоритмы, реализующие существующие методы обработки изображений трассеров. Как наиболее используемые, можно отметить алгоритмы: дискретного сдвига окон DWS, симметричного CDI [2] и несимметричного FDI [3 – 4] смещения элементарных областей разбиения, коррекции изображения CDIC [5]. Все они являются развитием базового кросскорреляционного алгоритма [6].

В результате компьютерной обработки пары цифровых кадров, фиксирующих положения частиц трассеров в два близких момента времени, определяются компоненты u, v (для двумерного поля скорости) вектора перемещения $\mathbf{D} : \{u, v\}$ в K регулярно расположенных узловых точках. Таким образом, можно считать, что результат обработки одного опыта определяется вектором $\mathbf{D}^{*K} : \{u_i^*, v_i^*\}_{i=1 \dots K}$ размерности $2K$, компонентами которого являются установленные в опыте проекции вектора перемещения в узловых точках. Поэтому одним из главных критериев оценки качества работы алгоритмов обработки трассерных изображений является точность определения вектора перемещения.

Часто при анализе погрешности алгоритмов в методе PIV (Particle Image Velocimetry) рассматривают ошибку определения перемещения в каждой узловой точке [7 – 9]. Фактически это означает, что под отдельным опытом понимается измерение вектора перемещения в отдельной точке. Такой подход, в основном, используется для анализа точности алгоритмов обработки трассерных изображений в случае однородного модельного поля скорости (скорость постоянна во всей области). Но даже в этом случае нельзя гарантировать независимость всех измерений, особенно, в тех случаях, когда алгоритмы включают фильтрацию и пространственную аппроксимацию перемещений. В свою очередь, этот факт не позволяет применять разработанные в математической статистике методы оценки достоверности рассчитанных погрешностей.

В работе [1] изложены основы нового метода обработки трассерных изображений, основанного на построении реконструированного кадра. Особенностью, обеспечивающей этому методу дополнительные преимущества, является взаимосвязь узловых значений проекций перемещения. Поэтому при оценке точности этого метода нельзя считать погрешности определения проекций перемещения в различных точках области независимыми. Следовательно, необходимо разработать новый подход к анализу точности, позволяющий обосновать достоверность оценки на основе развитых в математической статистике методов.

Разработка такого подхода и анализ точности нового метода обработки трассерных изображений в сравнении с известными, являются основными задачами настоящего исследования.

2. Выражение погрешности и достоверность ее определения

Обозначим точные значения перемещений в узловых точках через вектор $\mathbf{D}^K : \{u_i, v_i\}_{i=1...K}$. В этом случае погрешность опыта естественно определить как вектор

$$\Delta = \mathbf{D}^{*K} - \mathbf{D}^K \quad (1)$$

с компонентами $(u_i^* - u_i), (v_i^* - v_i)$; $(i = 1...K)$. Количественную меру этого вектора удобно ввести на основе евклидовой нормы следующим образом:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{2K} \|\Delta\|^2} = \sqrt{\frac{1}{2K} \sum_{i=1}^{2K} \Delta_i^2} \quad (2)$$

Определенная таким образом количественная мера погрешности представляет собой среднеквадратичное отклонение (СКО) обоих компонент перемещения во всех узловых точках.

В теории эксперимента вообще [10], и метода PIV в частности [11], принято выделять систематическую и случайную составляющие полной погрешности измерения. Систематическая погрешность обусловлена постоянными факторами, которые не изменяются с течением времени. Для компьютерной обработки цифровых трассерных изображений среди таких факторов можно выделить следующие:

- концентрация частиц трассеров (число частиц на единицу площади изображения);
- размер частиц на изображении;
- соотношение яркости пикселей в пределах изображения частиц и в пределах фона;
- величины измеряемых скоростей и их пространственных градиентов;
- размеры элементарных областей разбиения исследуемой области (расчетных элементов) в процессе обработки изображения;
- особенности алгоритма обработки изображения.

Основной особенностью систематических погрешностей является их предсказуемость на основе соответствующих исследований.

Систематическую погрешность определяют как выборочное среднее для полных ошибок. В нашем случае с учетом (2) будем иметь следующее выражение для систематической погрешности:

$$\beta = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \delta_j = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \sqrt{\frac{1}{2K} \sum_{i=1}^{2K} \Delta_{i,j}^2} \quad (3)$$

где s – число опытов;

$$\Delta_{i,j} = \begin{cases} u_{k,j}^* - u_k & (i = 2k - 1) \\ v_{k,j}^* - v_k & (i = 2k) \end{cases}, \quad k = 1...K \quad - \text{ погреш-}$$

ность определения компоненты перемещения в узловой точке $k = [i / 2]$ в опыте с номером j .

Случайными погрешностями называют [10] непредсказуемые ни по знаку, ни по величине, либо недостаточно изученные погрешности. Они обусловлены совокупностью причин, трудно поддающихся анализу. Их принято характеризовать как выборочную среднеквадратичную величину отклонений измеренных значений от их выборочного среднего. Для нашего случая будем иметь следующую зависимость для определения случайной погрешности:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{s-1} \sum_{j=1}^s (\delta_j - \beta)^2} \quad (4)$$

В определении (4) использовано так называемое исправленное СКО [12], которое более удобно с точки зрения статистического анализа и отличается от СКО множителем $s/(s-1)$, который близок к единице уже при умеренном объеме выборки s .

Формулы (2) – (4) определяют погрешности, которые в каждом опыте можно считать независимыми при любом характере анализируемого поля скорости. Однако для получения выборки значений δ_j погрешностей, рассчитываемых по формуле (2), необходимо при фиксированных параметрах, влияющих на точность метода, получить и обработать достаточное количество s пар трассерных изображений.

Согласно выражений (3),(4), рассматриваемые нами систематическая и случайная погрешности представляют собой выборочное среднее и выборочное СКО случайной величины – полной погрешности δ , определяемой равенством (2). Их значения зависят от объема выборки – числа опытов s . В этом смысле истинными оценками систематической и случайной погрешностей являются соответственно математическое ожидание m_δ и СКО σ_δ случайной величины δ , которые можно определить только на основе истинного закона распределения, который нам неизвестен. Мы можем только с большой долей достоверности сделать предположение о характере этого закона. Предельная теорема (Ляпунова) [12] утверждает, что случайная величина, которую можно представить как сумму большого числа независимых случайных величин, каждая из которых в отдельности не вносит решающего вклада в значение этой величины, имеет нормальный закон распределения. Рассматриваемая нами погрешность δ содержит вклады многих факторов, только часть из них, представляющая для нас наибольший интерес, была перечислена выше. Поэтому в дальнейшем анализе будем считать, что δ подчиняется нормальному закону распределения.

Выше было отмечено, что наиболее достоверной оценкой систематической погрешности является математическое ожидание (МО) полной погрешности, выборочной оценкой которого является величина β . На основе теоремы Фишера [13], в случае нормального распределения ошибки δ , мы можем по выборке δ_j ($j=1..s$) определить доверительный интервал для МО m_δ , на основании которого мы сможем судить о точности оценки систематической погрешности величиной β при заданном значении числа опытов s .

По теореме Фишера величина, которую в принятых нами обозначениях можно записать как

$$M_\delta = (\beta - m_\delta) \sqrt{\frac{s}{\sigma^2}}, \quad (5)$$

имеет распределение Стьюдента $S(s-1)$ с числом степеней свободы $(s-1)$. Следовательно, задавшись значением доверительной вероятности $(1-\alpha)$, можно вычислить доверительный интервал $[m_\delta^{\min}; m_\delta^{\max}]$, который с вероятностью $(1-\alpha)$ накрывает неизвестное математическое ожидание m_δ . Для границ доверительного интервала имеем следующие выражения [13]:

$$\begin{aligned} m_\delta^{\min} &= \beta - \sqrt{\frac{\sigma^2}{s}} t_\gamma(s-1); \\ m_\delta^{\max} &= \beta + \sqrt{\frac{\sigma^2}{s}} t_\gamma(s-1), \end{aligned} \quad (6)$$

где $t_\gamma(s-1)$ – квантиль уровня $\gamma=1-\alpha/2$ распределения Стьюдента $S(s-1)$, для определения которой имеются соответствующие таблицы.

Из равенств (6) следует, что величина:

$$\Delta_\beta = \sqrt{\frac{\sigma^2}{s}} t_\gamma(s-1), \quad (7)$$

представляет собой точность оценки систематической погрешности величиной β , определяемой выражением (3) по выборке δ_j ($j=1..s$), с вероятностью $(1-\alpha)$.

Выборочной оценкой случайной погрешности является СКО σ , определяемое формулой (4). Точность такой оценки зависит от того, насколько может эта величина отклоняться от СКО σ_δ нормально распределенной величины δ . Из упомянутой выше теоремы Фишера следует, что величина

$$D_\delta = \frac{\sigma^2(s-1)}{\sigma_\delta^2}, \quad (8)$$

имеет распределение $\chi^2(s-1)$. Отсюда следует [13] доверительный интервал $[\sigma_\delta^{\min}; \sigma_\delta^{\max}]$ для СКО нормально распределенной величины δ , границы которого определяются зависимостями:

$$\begin{aligned} \sigma_\delta^{\min} &= \sigma \sqrt{\frac{(s-1)}{x_\gamma(s-1)}}; \\ \sigma_\delta^{\max} &= \sigma \sqrt{\frac{(s-1)}{x_{1-\gamma}(s-1)}}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $x_\gamma(s-1)$ и $x_{1-\gamma}(s-1)$ – квантили уровней $\gamma=1-\alpha/2$ и $1-\gamma=\alpha/2$ распределения хи-квадрат с $(s-1)$ степенями свободы;

$(1-\alpha)$ – доверительная вероятность.

На основе равенств (9) можно получить следующее выражение для максимального значения относительной ошибки определения случайной погрешности по выборке объемом s :

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_\sigma &= \left| \frac{\sigma_\delta}{\sigma} - 1 \right| \leq \max \left(\left| \sqrt{\frac{(s-1)}{x_\gamma(s-1)}} - 1 \right|, \right. \\ &\quad \left. \left| \sqrt{\frac{(s-1)}{x_{\gamma-1}(s-1)}} - 1 \right| \right). \end{aligned} \quad (10)$$

На рис. 1 представлен график изменения максимального значения $\tilde{\Delta}_\sigma$ в зависимости от числа опытов s .

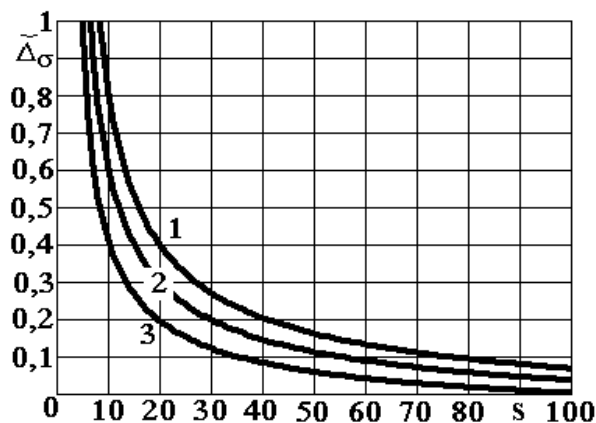


Рис. 1. Зависимость максимальной относительной ошибки в определении случайной погрешности как выборочного СКО от числа опытов:

1 – $\alpha = 0,05$; 2 – $\alpha = 0,1$; 3 – $\alpha = 0,2$

3. Сравнительный анализ точности алгоритмов обработки изображений

Рассмотрим влияние различных параметров трассерных изображений на величину системати-

ческой и случайной погрешности алгоритмов обработки.

Для сравнения использовались:

разработанный нами алгоритм реконструированного изображения [1],

стандартный кросскорреляционный алгоритм\$ результаты программы EDPIV, разработанной доктором университета Миссисипи Личуан Гуи (по сути данное ПО основывается на адаптивном кросс-корреляционном алгоритме).

Для исследования поведения систематической и случайной погрешности компьютерных алгоритмов обработки трассерных изображений, в зависимости от различных параметров, использовались синтетические кадры, полученные программой SIG [14] (данное программное обеспечение использовалась для тестирования различных алгоритмов на международных конференциях, посвященных методу PIV).

В соответствии с равенством (10), для того, чтобы с доверительной вероятностью 80% можно было определить случайную погрешность с точностью 20%, каждый раз обрабатывались 30 пар трассерных изображений.

Для оценки систематической и случайной погрешности использовались однородные течения.

Рассматривая графики на рис.2 (а), можно сказать, что диаметр трассера оказывает существенное влияние на систематическую погрешность стандартного кросскорреляционного алгоритма. В то же время, метод, основанный на оптимизации реконструированного изображения, показывает наилучшие результаты. Случайная погрешность базового

кросскорреляционного алгоритма так же заметно зависит от диаметров частиц. Остальные из сравниваемых алгоритмов подвержены влиянию данного фактора очень слабо (рис. 2(б)).

На рис. 3. мы видим, что дробное смещение трассеров практически не влияет на точность, разрабатываемого нами метода. Вместе с этим, стандартный и адаптивный кросскорреляционные алгоритмы обработки в той или иной мере проявляют зависимость от дробного смещения частиц - трассеров.

Особенно ярко это проявляется при дробном смещении частиц близкому к 0,5 пикселя. Это можно объяснить неточностью используемых методов подпиксельной интерполяции.

Основываясь на данных, представленных графически на рис.4, мы можем сделать вывод, что для нормальной обработки трассерных изображений кросскорреляционными алгоритмами необходимо, чтобы в элементарной области разбиения находилось не менее тринадцати трассеров, в тоже время методу, основанному на оптимизации реконструированного изображения достаточно 5 частиц.

В целом можно утверждать, что адаптивные кросскорреляционные алгоритмы обработки работают существенно точнее стандартного. Но при этом, их точность зависит от различных параметров трассерных изображений. Поэтому довольно перспективным, на этом фоне, оказывается алгоритм, основанный на построении реконструированного изображения, который, обладая большой точностью, практически не подвержен влиянию тех самых параметров трассерных кадров.

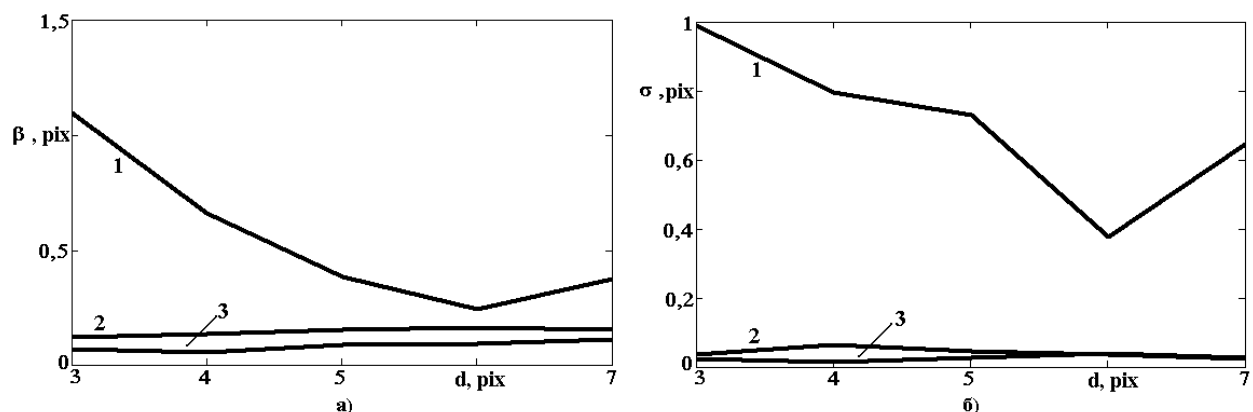


Рис. 2. Зависимость систематической (а) и случайной (б) погрешностей от диаметра трассеров: 1 – стандартный кросскорреляционный алгоритм; 2 – адаптивный кросскорреляционный алгоритм; 3 – алгоритм, основанный на оптимизации реконструированного изображения

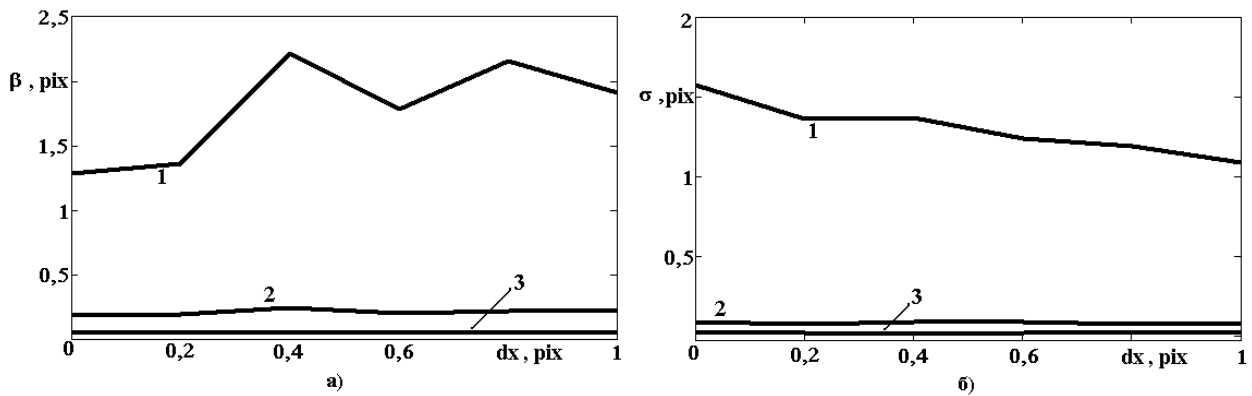


Рис. 3. Зависимость систематической (а) и случайной (б) погрешностей от дробного смещения трассеров: 1 – стандартный кросскорреляционный алгоритм; 2 – адаптивный кросскорреляционный алгоритм; 3 – алгоритм, основанный на оптимизации реконструированного изображения

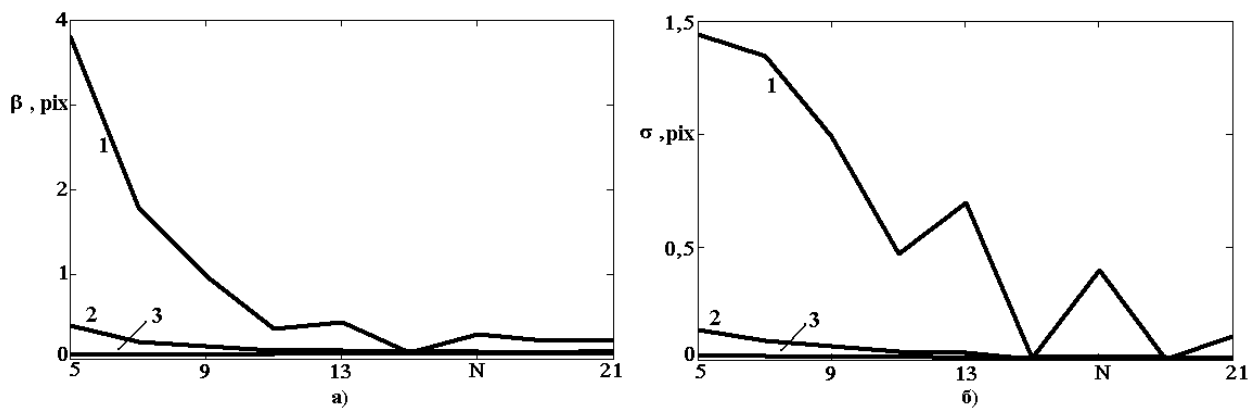


Рис. 4. Зависимость систематической (а) и случайной (б) погрешностей от количества трассеров в элементарной области разбиения: 1 – стандартный кросскорреляционный алгоритм; 2 – адаптивный кросскорреляционный алгоритм; 3 – алгоритм, основанный на оптимизации реконструированного изображения

Выводы

Используемые в настоящее время методы оценки точности компьютерных алгоритмов обработки цифровых трассерных изображений, позволяют рассчитать систематическую и случайную погрешность по одной паре кадров, при этом рассматривают ошибку определения перемещения в каждой узловой точке. Это в свою очередь накладывает ряд ограничений, так как мы не можем гарантировать независимость всех найденных векторов перемещения в пределах одной пары изображений, особенно при использовании современных алгоритмов обработки, включающих в себе фильтрацию и интерполяцию. Поэтому для исследования точности алгоритмов обработки трассерных изображений целесообразно использовать метод, в котором систематическая и случайная погрешность определяются не по одной паре изображений, а по их выборке определенного объема, полученной методом Монте – Карло. Это позволяет не только находить погрешность, но и, применяя методы, разработанные в ма-

тематической статистики, иметь возможность оценить достоверность рассчитанных погрешностей.

Проведенный анализ влияния таких важных характеристик трассерных изображений, как диаметр частиц, количество частиц в элементарной области разбиения, и дробное смещения трассеров на точность различных компьютерных алгоритмов показал, что метод обработки, основанный на построении реконструированного изображения, имеет наименьшую систематическую погрешность. При этом он в наименьшей мере зависит от различных параметров, определяющих качество трассерных изображений, что обосновывает возможность снижения требований к регистрирующей аппаратуре.

Литература

1. Мочалин, А.Е. Информационная технология трассерной визуализации, основанная на оптимизации реконструированного изображения [Текст] / А.Е. Мочалин // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2010. – № 4. – С. 174 – 178.

2. Wereley, S.T. Second-order accurate particle image velocimetry [Текст] / S.T. Wereley, C.D. Meinhart // *Exp. in Fluids*. – 2001. – Vol. 31, №3. – P. 258 – 268.
3. Cowen, E.A. A hybrid digital particle tracking velocimetry technique [Текст] / E.A. Cowen, S.G. Monismith // *Exp. in Fluids*. – 1997. – Vol. 22, № 3. – P. 199 – 211.
4. Westerweel, J. The effect of a discrete window offset on the accuracy of cross-correlation analysis of digital PIV recordings [Текст] / J. Westerweel, D. Dabiri, M. Gharib // *Exp. in Fluids*. – 1997. – Vol. 23, №1. – P. 20 – 28.
5. Nogueira, J. Local field correction PIV: on the increase of accuracy of digital PIV systems [Текст] / J. Nogueira, A. Lecuona, P.A. Rodriguez // *Exp. in Fluids*. – 1999. – Vol. 27, №2. – P. 107 – 116.
6. Adrian, R.J. Twenty years of particle image velocimetry [Текст] / R.J. Adrian // *Exp. Fluids*. – 2005. – Vol. 39. – P. 159-169.
7. Raffel, M. Particle Image Velocimetry. A practical guide [Текст] / M. Raffel, C.E. Willert, S.T. Wereley, J. Kompenhans. – Springer, 2007. – 448 p.
8. Willert, C.E. Digital particle image velocimetry [Текст] / C.E. Willert, M. Charib // *Exp. Fluids*. – 1991. – Vol. 10. – P. 181 – 193.
9. Gui, L. Generating arbitrary sized interrogation window for correlation-based analysis of particle image velocimetry recordings [Текст] / L. Gui, W. Merzkirch // *Exp. Fluids*. – 1998. – Vol. 24. – P. 66 – 69.
10. Новицкий, П.В. Оценка погрешностей результатов измерений [Текст] / П.В. Новицкий, И.А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
11. Ruan, X. Direct measurement of the vorticity field in digital particle images [Текст] / X. Ruan, X. Song, F. Yamamoto // *Exp. Fluids*. – 2001. – Vol. 30. – P. 696 – 704.
12. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. шк., 2002. – 479 с.
13. Кибзун, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами [Текст]: учеб. пособие / А.И. Кибзун, Е.Р. Горянинова, А.В. Наумов, А.Н. Сиротин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 224 с.
14. Lecordier, B. The Synthetic Image Generator (SIG) [Электронный ресурс] / B. Lecordier, J. Westerweel. – Режим доступа: http://www.meol.cnrs.fr/LML/EuroPIV2/SIG/doc/SIG_Main.htm. – 13.10.2011.

Поступила в редакцию 7.11.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проректор по научной работе Н.Н. Заблодский, Донбасский государственный технический университет, Алчевск.

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ АЛГОРИТМУ ОБРОБКИ ЦИФРОВИХ ТРАСЕРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ, ЗАСНОВАНОГО НА ОПТИМІЗАЦІЇ РЕКОНСТРУЙОВАНОГО ЗОБРАЖЕННЯ

О.Є. Мочалін

Запропоновано новий метод оцінки систематичної і випадкової похибок комп'ютерних алгоритмів обробки цифрових трасерних зображень, який, на відміну від існуючих, дозволяє застосовувати розроблені в математичній статистиці способи оцінки достовірності розрахованих похибок. Проведено порівняльний аналіз впливу різних параметрів трасерних зображень на точність розробленого автором алгоритму, заснованого на оптимізації реконструйованого кадру, і на точність базового та адаптивного кроскореляційних алгоритмів, які є найбільш поширеними.

Ключові слова: систематична похибка, випадкова похибка, математичне очікування, середньоквадратичне відхилення, трасерне зображення.

ACCURACY ESTIMATION OF THE ALGORITHM OF DIGITAL TRACER IMAGES EVALUATION BASED ON OPTIMIZATION OF THE RECONSTRUCTED IMAGE

A.Y. Mochalin

A new method for estimation of bias and random errors of computer algorithms of digital tracer images evaluation is proposed, which, unlike the existing methods, allows the application of developed in mathematical statistics approaches for validity analysis of calculated errors. Comparative analysis is carried out of the influence of various tracer images parameters on the accuracy of the developed algorithm based on the reconstructed frame optimization as on the accuracy of the most popular basic and adaptive cross-correlative algorithms.

Key words: bias error, random error, probabilistic average, standard deviation, tracer image.

Мочалин Александр Евгеньевич – аспирант каф. «Специализированные компьютерные системы», Донбасский государственный технический университет, Алчевск, Украина, e-mail: Omigo@i.ua.