

УДК 621.396.96

В.А. ДУШЕПА, М.Л. УСС

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СУБПИКСЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ПРИ СОВМЕЩЕНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*В данном исследовании проведен сравнительный анализ субпиксельных алгоритмов при совмещении изображений с помощью нормированного корреляционного алгоритма в корреляционно-экстремальных системах навигации. Рассмотрено три субпиксельных алгоритма: интерполяция интенсивности эталонного изображения, интерполяция (уточнение) решающей функции, градиентный алгоритм. Алгоритмы исследовались на искусственно смоделированных текстурных изображениях с разной гладкостью и реальных изображениях гиперспектрального радиометра AVIRIS при разном заданном пространственном сдвиге текущего и эталонного изображений. Согласно результатам имитационного моделирования наибольшей точностью обладает метод интерполяции интенсивности. Проведен анализ точности исследованных алгоритмов в сравнении с теоретически предельной точностью, полученной на основе неравенства Крамера-Рао. Показано, что граница Крамера-Рао неадекватно описывает реальную точность исследуемых алгоритмов при больших отношениях сигнал/шум.*

**Ключевые слова:** совмещение изображений, субпиксельная точность, нормированный корреляционный алгоритм, корреляционно-экстремальные системы навигации, граница Крамера-Рао.

### Введение

Задача совмещения изображений заключается в установлении соответствия между точками двух или более изображений. Проблема автоматического совмещения изображений занимает центральное место в корреляционно-экстремальных системах навигации (КЭСН), а также в ряде приложений: выявление изменений в серии изображений, анализ движения, объединение информации от различных сенсоров, стереозрение, текстурный анализ, биомедицинские приложения, при решении задач фотограмметрии и в зрении роботов, при дистанционном сборе данных и др. [1].

Принцип функционирования КЭСН основан на совмещении текущего изображения (ТИ), формируемого бортовым датчиком геофизического поля (например, видеокамерой), и эталонного изображения (ЭИ), которое заранее записано в бортовую память. Существует большое разнообразие алгоритмов совмещения цифровых изображений (обычно используются в КЭСН) [2-4], и продолжают появляться новые. Координатная сетка сформированного датчиком цифрового (дискретного) ТИ может не совпадать с сеткой ЭИ. Локальный (нецелочисленный) пространственный сдвиг координатных сеток ТИ и ЭИ является случайной величиной с равномерным законом распределения в пределах  $[-0,5; 0,5]$ . Вследствие этого точность алгоритмов, вычисляющих дискретную решающую функцию РФ (как функционал подобия ТИ и фрагментов ЭИ),

ограничена размерами пикселя (дискретного шага сеток ЭИ и ТИ). Поэтому, совмещение обычно выполняют в два этапа: вначале вычисляют дискретную РФ и определяют ее "грубый" максимум, а затем применяют алгоритм достижения субпиксельной точности. Учитывая, что размеры пикселя для КЭСН могут составлять десятки-сотни метров, алгоритмы достижения субпиксельной точности могут значительно увеличить точность местоопределения. Задача сравнительного анализа субпиксельных алгоритмов применительно к КЭСН мало освещена в литературе (особенно русскоязычной). В данной работе исследуются три распространенных субпиксельных алгоритма. Для вычисления дискретной РФ использовался нормированный корреляционный алгоритм (НКА), обладающий высокими качественными характеристиками [5].

За последние три десятка лет разработано множество различных методов увеличения точности совмещения до сотых долей пикселя, например: интерполяция интенсивности, интерполяция (или аппроксимация) коэффициентов корреляции, методы, основанные на вычислении градиента, методы, использующие фазовую корреляцию, генетические алгоритмы, методы на основе искусственных нейронных сетей. В работах [6] и [7] дан соответственно обзор и сравнительный анализ субпиксельных методов, однако только применительно к механическим приложениям (в качестве тестовых использовались спекл-изображения). Сравнительному анализу также посвящена статья [8]. Согласно этой

статье среди сравниваемых методов наибольшей точностью обладает метод интерполяции интенсивности.

На практике, оценки, получаемые в результате субпиксельного совмещения, получаются, смещенными. Причины возникновения и величина систематической ошибки исследуется в [9, 10]. В работе [11] исследуется систематическая ошибка при совмещении изображений для градиентных методов, а также предложена оценка предельной точности совмещения на основе неравенства Крамера-Рао. Приведены результаты имитационного моделирования градиентных методов совмещения в сравнении с нижней границей Крамера-Рао.

Статья [12] также показывает, что метод интерполяции интенсивности обеспечивает большую точность, чем методы, использующие аппроксимацию дискретной РФ. Сравнение субпиксельных методов проводилось для задачи измерения смещений поверхности Земли при использовании НКА. Подробное рассмотрение алгоритма аппроксимации (уточнения) экстремума дискретной РФ с помощью поверхности второго порядка проведено в работе [13]. Показано, что получаемые оценки являются смещенными, причем систематическая ошибка зависит от сдвига координатных сеток ТИ и ЭИ. Частично эта ошибка может быть компенсирована с помощью способа, описанного в [14].

### Постановка задачи исследования

В отличие от существующих работ в данной статье сравнительный анализ субпиксельных алгоритмов проводится применительно к задачам корреляционно-экстремальной навигации. Для этого в качестве тестовых изображений использовались искусственно смоделированные текстурные изображения, характерные для снимков подстилающей поверхности, сделанных летательным аппаратом (ЛА), а также реальные снимки местности гиперспектрального радиометра AVIRIS.

Также ставится задача сравнения точностных характеристик субпиксельного совмещения реальных алгоритмов с расчетной предельной теоретической точностью (нижней границей Крамера-Рао) НКА для непрерывных изображений.

Для сравнения были выбраны три распространенных субпиксельных алгоритма, использующих различные подходы достижения субпиксельной точности. А именно упомянутые выше итерационный алгоритм интерполяции интенсивности ЭИ [8], алгоритм аппроксимации экстремума дискретной РФ двумерной гауссовой поверхностью [10], алгоритм, основанный на вычислении градиента ЭИ [7].

### Нормированный корреляционный алгоритм и его потенциальная точность

Обозначим матрицу ТИ  $\underline{t}$  и матрицу ЭИ  $\underline{e}$  (подчеркиванием будем обозначать матрицы). Пусть ТИ имеет размеры  $N \times N$ . Дискретная РФ НКА определяется выражением [13] (вычисление модуля учитывает возможное инверсное искажение яркости):

$$K_{kl} = \left| \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{e}_{ij}^{kl} \tilde{t}_{ij} \right|, \quad (1)$$

где  $\tilde{e}_{ij}^{kl}$  и  $\tilde{t}_{ij}$  соответственно отсчеты (пиксели) с индексами  $i, j$  центрированных и нормированных фрагментов ЭИ и ТИ, т.е.

$$\tilde{e}_{ij}^{kl} = \frac{e_{ij}^{kl} - \bar{e}^{kl}}{\sqrt{D_e}}, \quad \tilde{t}_{ij} = \frac{t_{ij} - \bar{t}}{\sqrt{D_t}}, \quad (2)$$

$$\bar{e}^{kl} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_{ij}^{kl}, \quad \bar{t} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{ij}, \quad (3)$$

$$D_e = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (e_{ij}^{kl} - \bar{e}^{kl})^2}{N^2}, \quad D_t = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (t_{ij} - \bar{t})^2}{N^2}, \quad (4)$$

$i, j$  – индексы пикселей ТИ и фрагментов ЭИ соответственно вдоль вертикали и горизонтали;

$k, l$  – индексы (целые числа) фрагментов ЭИ размером  $N \times N$ , совмещаемых с ТИ, соответственно по вертикали и горизонтали (а следовательно индексы РФ);

$D_e$  – дисперсия фрагмента ЭИ  $\underline{e}^{kl}$ ;

$D_t$  – дисперсия ТИ  $\underline{t}$ .

Т.е. НКА заключается в вычислении РФ по формуле (1) и определении ее максимума. Максимум РФ будет соответствовать искомой точке совмещения ТИ и ЭИ.

Сравним НКА с методом максимального правдоподобия. Согласно статье [15] для непрерывного ЭИ и при подобии ТИ и ЭИ с точностью до линейного преобразования яркости логарифм функции правдоподобия ТИ имеет вид

$$\ln L(\underline{t} / \underline{e}^{pq}) = \ln L(\underline{t} / p, q) = -\frac{N^2 \cdot D_t}{2 \cdot \sigma_n^2} \left[ 1 - K_{pq}^2 \right], \quad (5)$$

где  $\underline{t}$  – текущее изображение;

$\underline{e}^{pq}$  – фрагмент эталонного изображения;

$p$  и  $q$  – действительные числа (в отличие от целых  $k, l$ ), определяющие положение точки совмещения ТИ и ЭИ;

$\sigma_n$  – среднеквадратическое отклонение (СКО) шума (применительно к радиометрическим датчикам – эквивалентная чувствительность датчика  $\Delta \bar{T}_{\min}$  = СКО шума);

$K_{pq}$  – нормированный коэффициент корреляции (1) в точке совмещения (p,q).

Таким образом, НКА (1) является оптимальным по критерию максимального правдоподобия (только при подобии ТИ и ЭИ с точностью до линейного преобразования яркости).

Благодаря этому, оценка его потенциальной точности может быть дана с помощью информационной матрицы Фишера [11, 16]. Вместо координат p и q введем координаты  $\Delta x_e$  и  $\Delta y_e$ , которые равны 0 в точке истинного совмещения. Тогда матрица Фишера

$$\mathbf{I} = - \left\langle \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \Delta x_e^2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \Delta x_e \partial \Delta y_e} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \Delta y_e \partial \Delta x_e} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \Delta y_e^2} \end{pmatrix} \right\rangle_{\substack{\Delta x_e=0 \\ \Delta y_e=0}}. \quad (6)$$

Согласно [15]

$$\mathbf{I} = \frac{N^2 \cdot D_{t^0}}{2 \cdot \sigma_n^2} \mathbf{I}_0, \quad (7)$$

$$\mathbf{I}_0 = - \left\langle \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 K^2(\underline{e}^{\Delta x_e \Delta y_e}, t^0)}{\partial \Delta x_e^2} & \frac{\partial^2 K^2(\underline{e}^{\Delta x_e \Delta y_e}, t^0)}{\partial \Delta x_e \partial \Delta y_e} \\ \frac{\partial^2 K^2(\underline{e}^{\Delta x_e \Delta y_e}, t^0)}{\partial \Delta y_e \partial \Delta x_e} & \frac{\partial^2 K^2(\underline{e}^{\Delta x_e \Delta y_e}, t^0)}{\partial \Delta y_e^2} \end{pmatrix} \right\rangle_{\substack{\Delta x_e=0 \\ \Delta y_e=0}},$$

где  $\underline{e}^{\Delta x_e \Delta y_e}$  – фрагмент эталонного изображения;

$t^0$  – незашумленное ТИ;

$D_{t^0}$  – дисперсия незашумленного ТИ.

Корреляционная матрица локальных ошибок совмещения, представленная в шагах расчета РФ ( $\Delta x_y$ ):

$$\mathbf{R}(\Delta x_0, \Delta y_0) = \mathbf{I}^{-1} = \frac{2\sigma_n^2}{N^2 \cdot D_{t^0}} (\mathbf{I}'_0)^{-1}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{I}'_0 = \mathbf{I}_0 / \Delta x_y$ ;

$\Delta x_0 = \Delta x_e / \Delta x_y$ ;

$\Delta y_0 = \Delta y_e / \Delta x_y$ .

СКО ошибок по осям X и Y могут быть вычислены как

$$\begin{aligned} \sigma_{X_{\text{теор}}} &= \sqrt{R(1;1)}, \\ \sigma_{Y_{\text{теор}}} &= \sqrt{R(2;2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Матрица  $\mathbf{I}_0$  зависит только от корреляционных свойств ТИ и ЭИ и может быть приблизительно вычислена путем аппроксимации дискретной РФ. В данной работе для теоретической оценки потенциальной точности метода максимального правдоподобия использовалась аппроксимация

$$K^2(e^{\Delta x_0 \Delta y_0}, t^0)$$

кривой второго порядка с шестью параметрами:

$$K^2(e^{\Delta x_0 \Delta y_0}, t^0) = a \cdot \Delta x_0^2 + b \cdot \Delta y_0^2 + c \cdot \Delta x_0 \Delta y_0 + d \cdot \Delta x_0 + e_1 \cdot \Delta y_0 + f. \quad (10)$$

Т. к. обозначение  $e$  закреплено за ЭИ, для коэффициента было использовано обозначение  $e_1$ .

Тогда матрица  $\mathbf{I}'_0$  равна

$$\mathbf{I}'_0 = \begin{pmatrix} -2a & -c \\ -c & -2b \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Следовательно, при выполнении указанных условий оценки предельной точности для НКА могут быть рассчитаны по выражению (9). Следует отметить, что (9) получено в предположении о непрерывности ЭИ, тогда как на практике используются дискретные изображения с пространственным разрешением совпадающим с разрешением ТИ (случай неравных пространственных разрешений ЭИ и ТИ рассмотрен в [15]). Этот факт необходимо учитывать при использовании и интерпретации границы (9).

## Субпиксельные алгоритмы

### Алгоритм интерполяции интенсивности

Алгоритм интерполяции интенсивности заключается в предварительном вычислении ТИ и ЭИ на более мелкой сетке (путем интерполяции), а затем вычислении РФ (соответственно с шагом новой сетки). Этот метод обладает высокой точностью, однако требует больших вычислительных затрат. Поэтому разработаны различные модификации этого алгоритма.

В данной работе используется итерационный метод интерполяции интенсивности ЭИ [8]. При этом методе осуществляется интерполяция только ЭИ, а ТИ остается постоянным. Кроме этого вычисление РФ происходит итерационно только для отдельных фрагментов ЭИ. Допустим на 1-ой итерации вычисляется РФ<sub>1</sub> с шагом  $\Delta x_{y1}=1$  пиксель и находится максимум РФ<sub>1</sub>. На следующей итерации происходит вычисление РФ<sub>2</sub> с шагом  $\Delta x_{y2} = \Delta x_{y1} / k$  в окрестности максимума РФ<sub>1</sub>. Для минимизации вычислений, согласно [8], коэффициент k следует выбрать равным 2. Вычисление РФ<sub>2</sub> с меньшим шагом достигается путем интерполяции участка ЭИ, соответствующего окрестности максимума РФ<sub>1</sub>. Далее находится максимум РФ<sub>2</sub> и в окрестности этого максимума вычисляется РФ<sub>3</sub> с шагом  $\Delta x_{y3} = \Delta x_{y2} / k$  и т.д. То есть на каждой итерации шаг вычисляемой РФ (в окрестности максимума)

уменьшается в  $k$  раз. Число итераций определяется требуемой точностью.

В данной статье шаг с каждой итерацией уменьшается в 2 раза ( $k = 2$ ). На каждой итерации вычислялась РФ размером  $5 \times 5$ . Рис. 1 поясняет данный алгоритм для ТИ размером  $3 \times 3$ . На рис. 1, а показаны ТИ и зона поиска (участок ЭИ), участвующие в вычислении РФ на  $n$ -ом шаге ( $R\Phi_n$ ). Маленькими кружочками указаны центры пикселей. Для примера, кружками выделен фрагмент ЭИ, условно соответствующий максимуму  $R\Phi_n$ . Квадратиками выделена окрестность максимума, для которой будет вычисляться  $R\Phi_{n+1}$  (после интерполяции ЭИ в данной области). На рис. 1, б показаны зона поиска и ТИ, участвующие в вычислении РФ на  $n+1$ -м шаге.

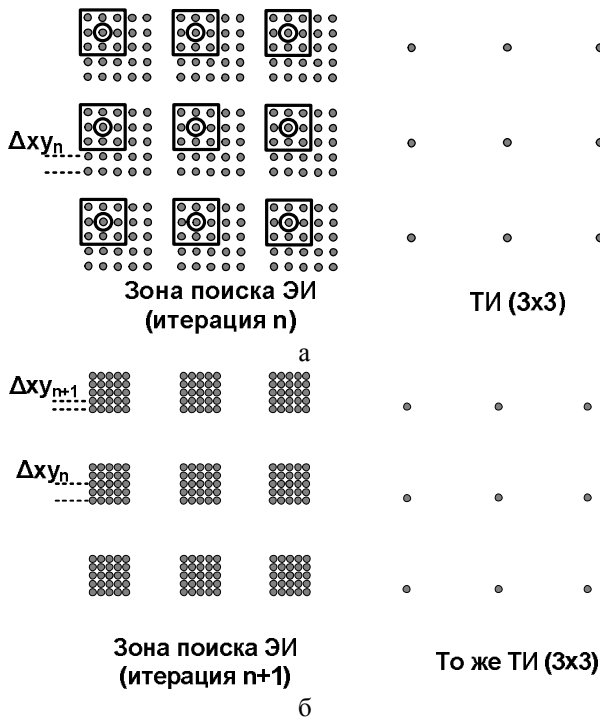


Рис. 1. Пояснение алгоритма интерполяции интенсивности: зона поиска ЭИ и ТИ на шаге  $n$  (а) и на шаге  $n+1$  (б)

**Аппроксимация РФ двумерной гауссовой функцией**

Двумерная гауссова функция [10], описываемая шестью параметрами, имеет вид

$$G(x, y) = A \exp\left[-\frac{(x-x_m)^2}{2\sigma_{\text{gaussX}}^2} - \frac{\beta(x-x_m)(y-y_m) - (y-y_m)^2}{\sigma_{\text{gaussX}} \cdot \sigma_{\text{gaussY}} - 2\sigma_{\text{gaussY}}^2}\right], \tag{12}$$

где  $(x_m, y_m)$  – центр эллипсоида;

$\sigma_{\text{gaussX}}$  – характеризует рассеяние вдоль оси X;

$\sigma_{\text{gaussY}}$  – характеризует рассеяние вдоль оси Y;

$A$  – максимальная амплитуда;

$\beta$  – характеризует вращение эллипса относительно осей  $x$  и  $y$ .

Возьмем логарифм от обеих частей равенства, после преобразования к квадратичному виду получим (используем те же обозначения как в рассмотренном выше случае)

$$\ln \{G(x, y)\} = a \cdot x^2 + b \cdot y^2 + c \cdot x \cdot y + d \cdot x + e_1 \cdot y + f. \tag{13}$$

Неизвестные параметры можно найти, составив и решив систему линейных уравнений по выражению (13) для различных точек дискретной РФ. Центр эллипсоида может быть найден по формулам:

$$x_m = \frac{c \cdot e_1 - 2b \cdot d}{4a \cdot b - c^2}, \tag{14}$$

$$y_m = \frac{c \cdot d - 2a \cdot e_1}{4a \cdot b - c^2}. \tag{15}$$

Значения  $x_m$  и  $y_m$  являются оценками локального пространственного сдвига координатных сеток ТИ и ЭИ по осям координат.

**Градиентный метод**

Запишем условие совпадения ТИ и фрагмента ЭИ

$$\underline{t} = \underline{e}(k + dx, l + dy), \tag{16}$$

где  $dx$  и  $dy$  – локальные субпиксельные пространственные сдвиги ТИ и ЭИ.

Фрагмент ЭИ можно разложить в ряд Тейлора (используем разложение первого порядка)

$$\underline{e}(k + dx, l + dy) = \underline{e}(k, l) + dx \cdot \underline{g}_x(k, l) + dy \cdot \underline{g}_y(k, l), \tag{17}$$

где  $\underline{g}_x(k, l)$  и  $\underline{g}_y(k, l)$  – производные первого порядка интенсивности фрагмента ЭИ (также размерностью  $N \times N$ ). Согласно [7] они могут быть вычислены с помощью фильтрации фрагмента ЭИ, используя маску  $[1/12, -8/12, 0, 8/12, -1/12]$  (как вектор-столбец и вектор-строку соответственно при вычислении градиентов вдоль вертикальной и горизонтальной осей). Уравнения (16) и (17) могут быть решены по методу наименьших квадратов. Решение имеет вид [7]:

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} = \left( \begin{matrix} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\underline{g}_x)^2 & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\underline{g}_x \cdot \underline{g}_y) \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\underline{g}_x \cdot \underline{g}_y) & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\underline{g}_y)^2 \end{matrix} \right)^{-1} \times \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [(t - e^{kl}) \cdot \underline{g}_x] \\ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [(t - e^{kl}) \cdot \underline{g}_y] \end{pmatrix}. \tag{18}$$

## Имитационное моделирование алгоритмов субпиксельного совмещения

В данной статье сравнительный анализ методов достижения субпиксельной точности осуществим путем имитационного моделирования. Вначале алгоритмы исследуем на искусственно смоделированных изображениях с разным типом текстуры (для гладкой и изрезанной) при заданном пространственном сдвиге сеток ТИ и ЭИ. На следующем этапе будут использованы реальные изображения гиперспектрального радиометра AVIRIS [17].

При многократном запуске программы имитационного моделирования вычислялись следующие параметры:

– оценка  $\tilde{P}$  вероятности правильного совмещения ТИ с ЭИ, как отношение количества  $Q$  исходов, при которых ошибка совмещения по осям  $x$  и  $y$  не превышает 1 пикселя, к общему числу запусков алгоритма  $M$ ;

– выборочные значения среднеквадратических отклонений

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q (\tilde{x}_i - \bar{x})^2}, \quad \bar{x} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \tilde{x}_i, \quad (19)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q (\tilde{y}_i - \bar{y})^2}, \quad \bar{y} = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q \tilde{y}_i, \quad (20)$$

где  $\tilde{x}_i$  и  $\tilde{y}_i$  – оценки точки совмещения при  $i$ -том запуске алгоритма моделирования;

– усредненная по различным ТИ систематическая ошибка

$$m_x = \bar{x} - x_0, \quad m_y = \bar{y} - y_0, \quad (21)$$

где  $x_0$  и  $y_0$  – координаты истинной точки совмещения.

Ставятся задачи исследования зависимости  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $m_x$ ,  $m_y$  от заданных пространственных сдвигов между ТИ и ЭИ  $dx$ ,  $dy$  при разных отношениях с/ш (обозначим  $s_n$ ), а также сравнения  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  с нижней границей Крамера-Рао (9).

Для моделирования текстуры в данной статье выбрана модель двумерного фрактального броуновского движения, нашедшая широкое применение для описания изображений дистанционного зондирования [18]. Пространственный сдвиг ТИ и ЭИ моделировался по следующему алгоритму.

1. Моделирование методом Фурье реализации поля фрактального броуновского движения (ФБД) размером  $N \cdot n$ , где  $n$  – натуральное число больше единицы.

2. Выборка элементов ЭИ на квадратной сетке с шагом  $n$ .

3. Выборка элементов ТИ на аналогичной сетке, сдвинутой относительно сетки ЭИ на  $h_x$  и  $h_y$  пикселей соответственно по горизонтальной и вертикальной осям. Таким образом достигался пространственный сдвиг между ТИ и ЭИ в  $h_x/n$  и  $h_y/n$  пикселей соответственно по горизонтальной и вертикальной осям.

При использовании изображений AVIRIS пространственный сдвиг ТИ и ЭИ моделировался следующим способом.

1. Переход к более “грубой” сетке ЭИ путем усреднения соседних пикселей на участке  $6 \times 6$ , т.е. после усреднения 1 пиксель “грубой” сетки будет соответствовать 36 пикселям до усреднения.

2. Переход к аналогичной сетке ТИ, сдвинутой относительно сетки ЭИ на  $h_x$  и  $h_y$  пикселей по горизонтальной и вертикальной осям, соответственно таким образом достигался сдвиг между ТИ и ЭИ в  $h_x/6$  и  $h_y/6$  пикселей.

На рис. 2 показаны текстурные изображения с различным показателем Херста ( $H=0,3$  и  $H=0,7$ ), который характеризует степень изрезанности текстуры.

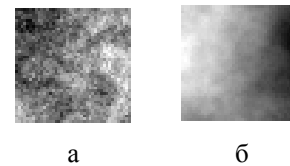


Рис. 2. Текстурные изображения (41x41) при  $H=0,3$  (а) и  $H=0,7$  (б)

Для имитационного моделирования размер ТИ был выбран  $N=21$ . После формирования матрицы ТИ  $t$ , сдвинутой относительно сетки ЭИ, это изображение зашумлялось путем добавления к каждому отсчету нормально распределенной случайной величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_n^2 - n_g \in N(0, \sigma_n^2)$ . Соответственно  $s_n$  было равно отношению СКО пикселей ТИ к  $\sigma_n$ . При расчете каждого значения параметров в зависимости от заданных  $dx$  и  $dy$  (сдвиги  $dx$  и  $dy$  задавались равными –  $dx = dy$ ) проводилось  $M=1000$  запусков алгоритма для различных реализаций и ТИ, и шума.

Свойства параметров  $m_x$ ,  $\sigma_x$  и параметров  $m_y$ ,  $\sigma_y$  аналогичны, поэтому далее приводим зависимости только для  $m_x$ ,  $\sigma_x$ . Вероятность правильного совмещения  $\tilde{P}$  во всех рассмотренных случаях была близка к 1.

На рис. 3, а и 3, б приведены результаты для изрезанной текстуры ( $H=0,3$ ) при  $s_n$  порядка 30. На графиках изображены значения  $m_x$ ,  $\sigma_x$  для трех алгоритмов при различных пространственных сдвигах ТИ и ЭИ.

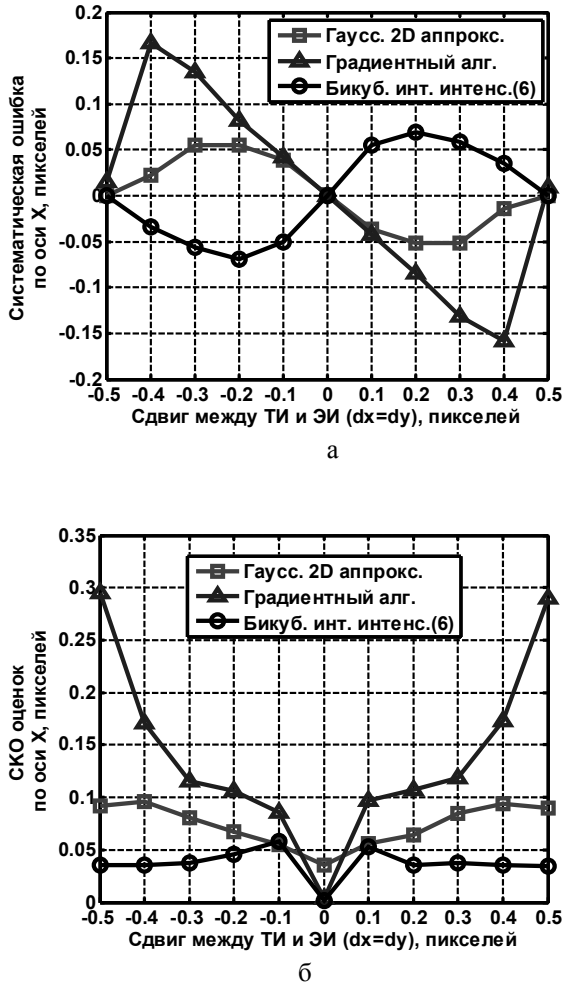


Рис. 3.  $m_x$  (а), и  $\sigma_x$  (б) для изрезанной текстуры ( $H=0,3$ ),  $s_n=30$

Можно сделать вывод, что закон изменения  $m_x$  итерационного алгоритма и метода аппроксимации гауссовой кривой близок к синусоидальному. При этом  $m_x$  максимальна при сдвиге ТИ и ЭИ порядка 0,2-0,3, а  $\sigma_x$  в точке 0,5. Наибольшие  $\sigma_x$  и  $m_x$  наблюдались у градиентного алгоритма: при сдвиге 0,5 пикселя  $\sigma_x$  достигало значения 0,3 пикселя.

На рис. 4а и 4б показаны графики для изрезанной текстуры ( $H=0,3$ ) при  $s_n$  порядка 3. По ним видно, что  $m_x$  практически не меняется, а  $\sigma_x$  несколько увеличивается.

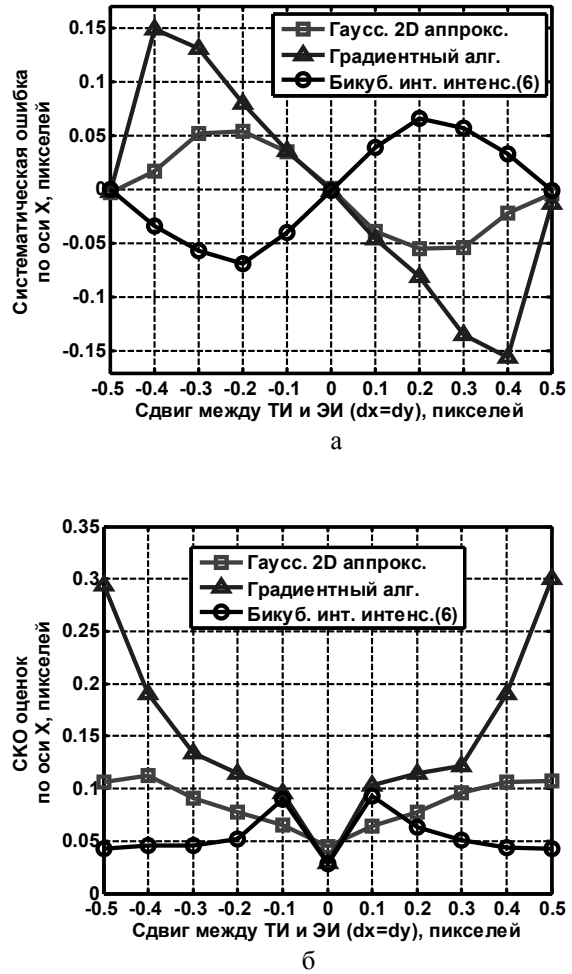


Рис. 4.  $m_x$  (а),  $\sigma_x$  (б) для изрезанной текстуры ( $H=0,3$ ),  $s_n=3$

Графики для гладкой текстуры ( $H=0,7$ ), при  $s_n$  порядка 30 и  $s_n$  порядка 3 приведены соответственно на рисунках 5 и 6. Из этих графиков следует, что  $m_x$  (сравнивая рис. 5а и 6а с рис. 3а и 4а) для гладкой текстуры меньше, чем при изрезанной текстуре. Для итерационного алгоритма при гладкой текстуре и  $s_n=3$  она значительно меньше  $\sigma_x$  ( $\sigma_x$  порядка 0,07,  $m_x < 0,02$ ).

Значение  $\sigma_x$  при  $s_n=3$  примерно одинаково для гладкой и изрезанной текстуры (сравнивая рис. 4б и рис. 6б), а при  $s_n=30$  (сравнивая рис. 3, б и рис. 5, б) несколько больше при гладкой текстуре.

Градиентный алгоритм значительно уступает двум другим во всех случаях. Наибольшей точностью обладает метод интерполяции интенсивности.

На рис. 7  $\sigma_x$  метода интерполяции интенсивности сравнивается с нижней границей Крамера-Рао при различном  $s_n$ .

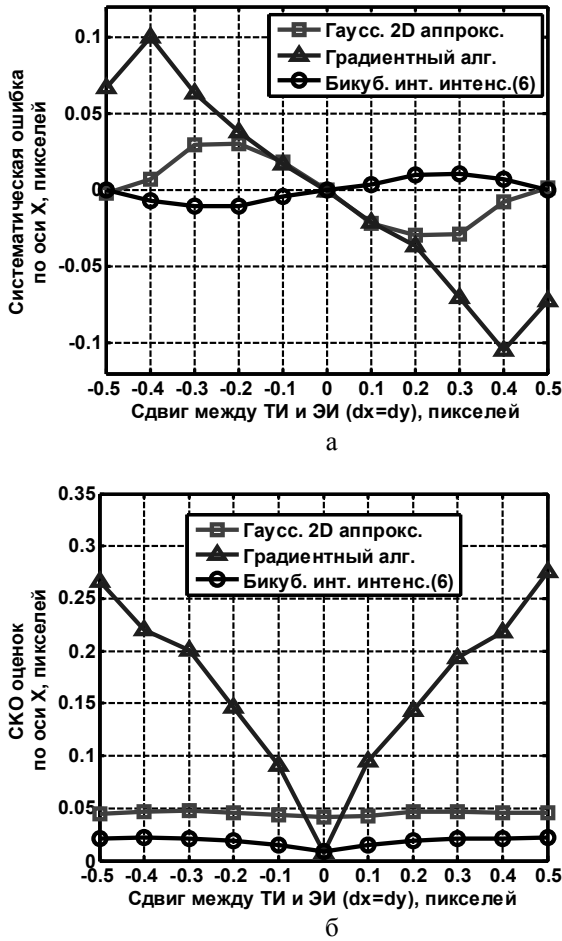


Рис. 5.  $m_x$  (а), и  $\sigma_x$  (б) для гладкой текстуры ( $H=0,7$ ),  $s_n=30$

При малых  $s_n < 5$  видим, что  $\sigma_x$ , полученное методом имитационного моделирования близко к предельной точности. Оно даже несколько меньше для гладкой текстуры, чем теоретическая оценка предельной точности. Это можно объяснить неточностью расчета теоретической оценки, в частности неточностью аппроксимации РФ в случае низкого  $s_n$ .

Также заметно, что теоретическая оценка предельной точности при всех  $s_n$  больше для  $H=0,3$ , однако результаты имитационного моделирования показывают, что при большом  $s_n$  точность оценивания лучше для  $H=0,7$ .

По графикам на рис. 7 видно, что  $\sigma_{x\text{теор}}$  при  $s_n \rightarrow \infty$  стремится к 0, однако  $\sigma_x$  рассматриваемых алгоритмов стремится к константе. Данное расхождение можно объяснить тем, что граница (9) выведена в предположении непрерывного ЭИ, тогда как на практике используется дискретное представление ЭИ. При этом ошибки интерполяции ЭИ, аппроксимации РФ или вычисления градиента ЭИ [11] (определяемые как  $s_n$ , так и размером пикселя ЭИ и не

учитываемые границей (9)) при некотором  $s_n$  начинают доминировать.

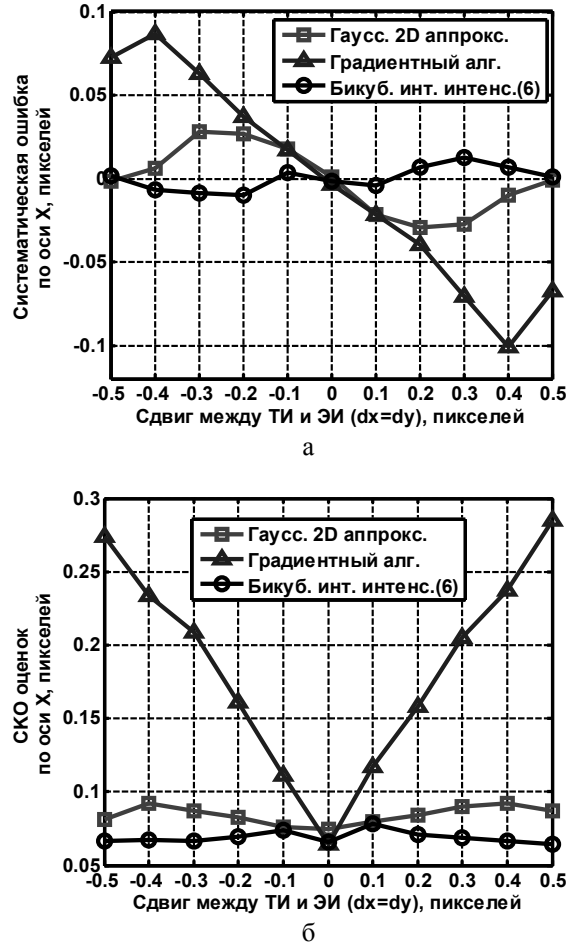


Рис. 6.  $m_x$  (а), и  $\sigma_x$  (б) для гладкой текстуры ( $H=0,7$ ),  $s_n=3$

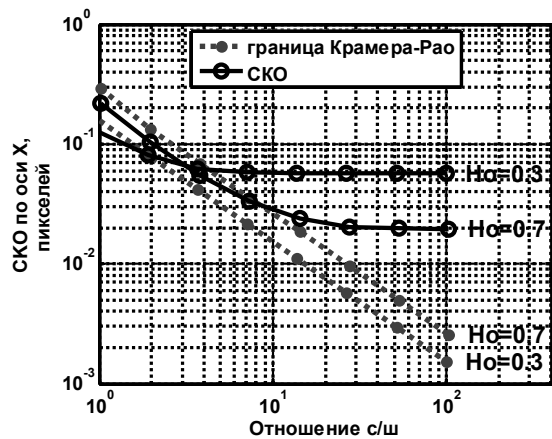


Рис. 7.  $\sigma_{x\text{теор}}$  и  $\sigma_x$  (для метода интерполяции интенсивности) при различном  $s_n$  (логарифмический масштаб по двум осям)

Для КЭСН данные на рис. 7 позволяют сделать следующие важные выводы. Во-первых, при фиксированном

рованном пространственном разрешении ЭИ (равном разрешению ТИ) увеличение  $s_n$  выше некоторого порога для исследуемых алгоритмов не приводит к дальнейшему увеличению точности совмещения ТИ и ЭИ, а, значит, и повышению точности навигации КЭСН. Во-вторых, одновременно увеличение  $s_n$  (ТИ и ЭИ) и повышение пространственного разрешения ЭИ относительно ТИ теоретически позволит получить более высокую точность совмещения ТИ и ЭИ и точность навигации КЭСН (напомним, что такой подход рассмотрен в работе [15]).

Представляет интерес также форма распределения ошибок КЭСН. Исследование проводилось для искусственно смоделированных текстурных изображений, так как в этом случае можно было задать случайные независимые  $dx$  и  $dy$  (в пределах  $[-0,5; 0,5]$ ).

На рис. 8 приведена нормированная гистограмма ошибок

$$\Delta x_i^{norm} = (\tilde{x}_i - x_0) / \sigma_{X_{теор}}$$

и 
$$\Delta y_i^{norm} = (\tilde{y}_i - y_0) / \sigma_{Y_{теор}}$$

для метода интерполяции интенсивности при  $H=0,3$ ,  $0,7$  и  $s_n=3$  в сравнении с плотностью вероятности случайной величины  $n_1 \in N(0;1)$ . По рис. 8 можно сделать вывод, что распределение ошибок  $\tilde{x}_i$  и  $\tilde{y}_i$  при заданных параметрах близко к нормальному закону.

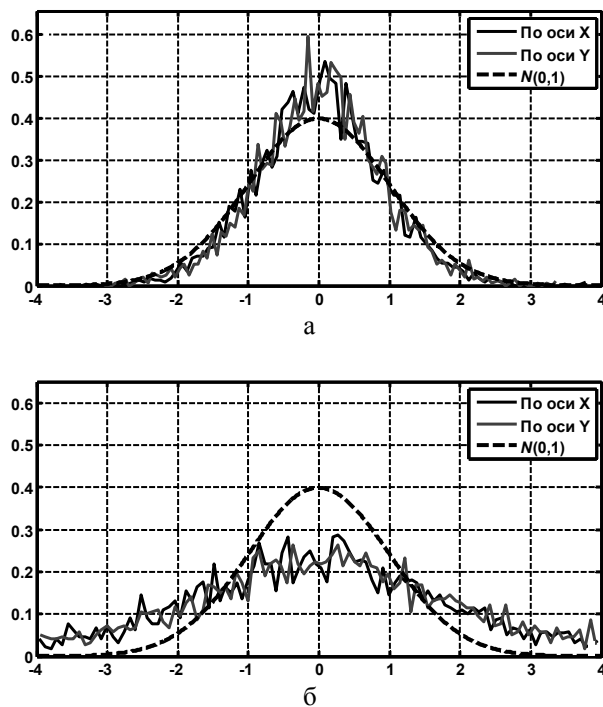


Рис. 8. Нормированная гистограмма ошибок  $\Delta x_i^{norm}$  и  $\Delta y_i^{norm}$  в сравнении с плотностью вероятности  $n_1 \in N(0;1)$  при  $H=0,7$  (а),  $H=0,3$  (б) для  $s_n=3$

На следующем этапе использовались реальные изображения гиперспектрального радиометра AVIRIS [17]. Пространственный сдвиг ТИ и ЭИ моделировался описанным выше способом.

На рис. 9 показан участок изображения AVIRIS (Jasper Ridge, 1997, канал 31).



Рис. 9. AVIRIS (канал 31, 665,73 нм)

На рис. 10, а и 10, б приведены графики  $m_x$  и  $\sigma_x$  при  $s_n=30$ , а на 11, а и 11, б – при  $s_n=3$ .

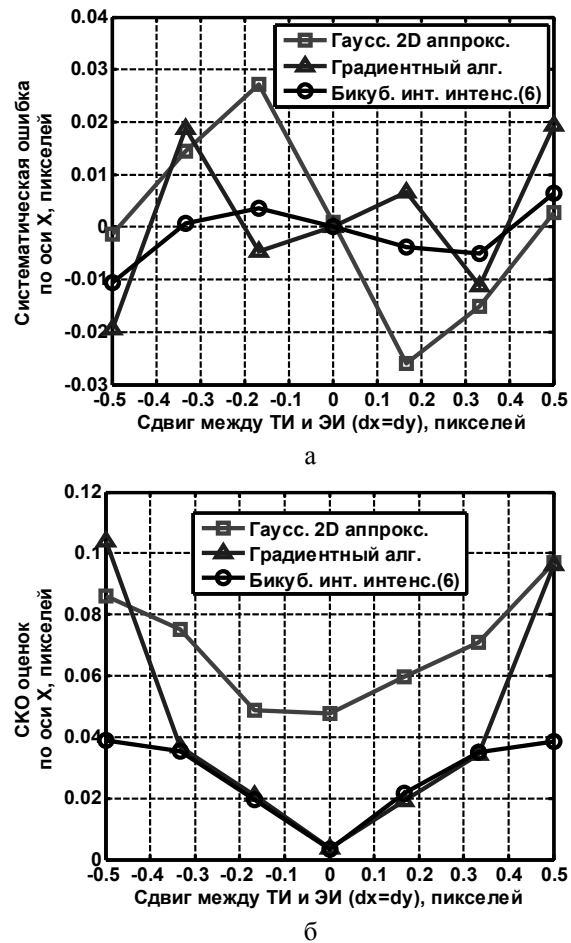


Рис. 10.  $m_x$  (а), и  $\sigma_x$  (б) для изображения AVIRIS,  $s_n=30$



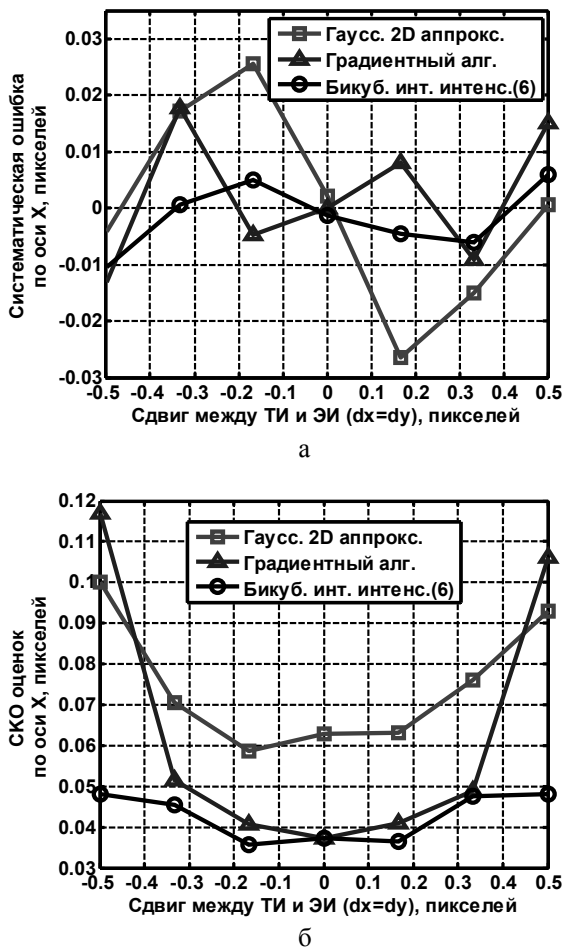


Рис. 11.  $m_x$  (а), и  $\sigma_x$  (б) для изображения AVIRIS,  $s_n=3$

Результаты для изображений AVIRIS близки к результатам для гладкой текстуры (кроме градиентного алгоритма). Градиентный алгоритм для изображений AVIRIS показывает даже лучшие результаты, чем аппроксимация гауссовой кривой.

Был проведен сравнительный анализ алгоритмов по быстродействию. Имитационное моделирование проводилось на персональном компьютере с процессором AMD Athlon(tm) 64 Processor 3400+, 2,21 ГГц, 512 МБ ОЗУ. Результаты приведены в таблице 1 (без учета вычисления дискретной РФ с помощью НКА).

Таблица 1

Время вычисления субпиксельных алгоритмов (размер ТИ 21x21)

Алгоритм	Время вычисления, с
Интерполяция интенсивности (6 итераций)	0,957
Градиентный	0,002
Аппроксимация РФ двумерной гауссовой функцией	0,000214

Как показывают приведенные данные алгоритм интерполяции интенсивности требует значительно больших вычислительных затрат, чем другие два алгоритма. Учитывая, что к современным КЭСН предъявляется требование по быстродействию не более 0,2-0,3 с [5], алгоритм интерполяции интенсивности требует более мощного вычислителя.

## Заключение

В статье рассмотрена проблема сравнения различных способов достижения субпиксельной точности при совмещении изображений в КЭСН. Сравнительный анализ трех субпиксельных алгоритмов показал, что наиболее точным является алгоритм интерполяции интенсивности, однако он требует и значительно больше вычислительных затрат. Использование данного метода в КЭСН требует мощного вычислителя. Градиентный алгоритм при экспериментах с искусственно смоделированными текстурными изображениями явно уступал по точности двум другим алгоритмам, однако для изображений AVIRIS показывал даже лучшие результаты, чем аппроксимация гауссовой кривой. Наибольшее быстродействие продемонстрировал алгоритм аппроксимации гауссовой кривой.

Оценки для всех методов имели систематическую ошибку, которая зависела от сдвига ТИ и ЭИ, и практически не зависела от уровня шума. Для алгоритмов интерполяции интенсивности и аппроксимации гауссовой кривой зависимость систематической ошибки от сдвига можно описать синусоидальным законом с минимумами при сдвигах 0 и 0,5 пикселя. Наименьшая систематическая ошибка была получена для алгоритма интерполяции интенсивности.

СКО ошибок также зависит от пространственного сдвига. Для всех алгоритмов (разве что кроме метода интерполяции интенсивности) четко заметна тенденция увеличения СКО при увеличении сдвига (особенно для градиентного алгоритма). СКО увеличивается с ростом шума и уменьшением размера ТИ. Для гладкой текстуры ( $H_0=0,7$ ) при большом  $s_n$  СКО меньше по сравнению с изрезанной текстурой. Для  $s_n < 3$  – наоборот. Результаты для изображений AVIRIS близки к результатам для гладкой текстуры (кроме градиентного алгоритма).

При  $s_n < 5$  точность оценок метода интерполяции интенсивности была близка к теоретически предельной (по Крамеру-Рао), однако при  $s_n \rightarrow \infty$  стремилась к константе, в то время как расчетная предельная точность стремилась к нулю. Т.е. расчетная точность по Крамеру-Рао неадекватна для оценки точности исследуемых алгоритмов при большом  $s_n$ . Также это позволяет сделать важный

вывод о том, что с использованием существующих алгоритмов совмещения, увеличение  $s_n$  выше некоторого порога не приводит к дальнейшему увеличению точности совмещения в КЭСН.

Исследование формы распределения для ошибок метода интерполяции интенсивности показали, что она близка к нормальному закону распределения.

### Литература

1. Шапиро, Л. Компьютерное зрение [Текст]: пер. с англ. /Л. Шапиро, Дж. Стокман. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 752 с.
2. Rodrigues, Ricardo C. Bonfim. An Experimental Evaluation of Algorithms for Aerial Image Matching [Text] / Ricardo C. Bonfim Rodrigues, Sergio Roberto Pellegrino // 17th International Conference on Systems, Signals and Image Processing (IWSSIP). – 2010. – P.416 – 419.
3. Андреев, Г.А. Алгоритмы обработки навигационной пространственно-временной информации. Часть 1. [Текст] / Г.А. Андреев, А.А. Потапов // Зарубежная радиоэлектроника. – 1989. – № 3. – С. 3 – 19.
4. Андреев, Г.А. Алгоритмы обработки навигационной пространственно – временной информации. Часть 2. [Текст] / Г.А. Андреев, А.А. Потапов // Зарубежная радиоэлектроника. – 1989. – № 4. – С. 3 – 21.
5. Антюфеев, В.И. Сравнительный анализ алгоритмов совмещения изображений в корреляционно-экстремальных системах навигации летательных аппаратов [Текст] / В.И. Антюфеев, В.Н. Быков // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 1 (48). – С. 70 – 74.
6. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. [Text] / B. Pan, K. Qian, H. Xie, A. Asundi // Meas. Sci. Technol. – 2009. – №20. – P. 1 – 17.
7. Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation. [Text] / P. Bing, X. Hui-min, P. Bo-qin, D. Fu-long // Meas. Sci. Technol. – 2006. – Vol. 17. – P. 1615 – 1621.
8. Tian, Qi. Algorithms for sub-pixel registration. [Text] / Qi Tian, M. N. Nuhns. // CVGIP. – 1986. – №35. – P. 220 – 223.
9. Huang, H. On errors of digital particle image velocimetry. [Text] / H. Huang, D. Dabiri, M. Gharib, // Measurement Science and Technology. – 1997. – № 8(12). – P. 1427 – 1440.
10. Blumrich, F. On the Occurrence of Systematic Errors in Cross-Correlation based Measurements for Aerodynamics [Электронный ресурс] / F. Blumrich. // 27th International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS 2010). – Nice, France, 19-24 Sept. 2010. – Режим доступа: [http://www.icas.org/ICAS\\_ARCHIVE\\_CD1998-2010/ICAS2010/ABSTRACTS/578.HTM](http://www.icas.org/ICAS_ARCHIVE_CD1998-2010/ICAS2010/ABSTRACTS/578.HTM) – 17.11.11 г.
11. Robinson, D. Fundamental performance limits in image registration. [Text] / D. Robinson, P. Milanfar // IEEE Trans. Image Process. – 2004. – № 13. – P. 1185 – 1199.
12. Debella-Gilo, M. Sub-pixel precision image matching for measuring surface displacements on mass movements using normalized cross-correlation. [Text] / M. Debella-Gilo, A. Käb // Remote Sensing of Environment. – 2011. – № 115(1). – P.130 – 142.
13. Повышение точности местоопределения радиометрических корреляционно-экстремальных систем навигации путем использования методов приближения решающей функции (Сообщение 1) [Текст] / В.И. Антюфеев, И.Е. Бакулин, В.Н. Быков и др. // Радиотехника. – 2002. – Вып. 124. – С. 84 – 89.
14. Повышение точности местоопределения радиометрических корреляционно-экстремальных систем навигации путем использования методов приближения решающей функции (Сообщение 2) [Текст] / В.И. Антюфеев, И.Е. Бакулин, В.Н. Быков и др. // Радиотехника. – 2002. – Вып. 124. – С. 45 – 48.
15. Усс, М.Л. Поиск в пространстве параметров положения и ориентации летательного аппарата в задачах корреляционно-экстремальной навигации. [Текст] / М.Л. Усс, В.А. Комяк // Успехи современной радиоэлектроники. – 2009. – №8. – С. 30 – 43.
16. Фалькович, С.Е. Статистическая теория измерительных радиосистем [Текст] / С.Е. Фалькович, Э.Н. Хомяков. – М.: Радио и связь, 1981. – 288 с.
17. AVIRIS Free Standard Data Products [Электронный ресурс] / Jet Propulsion Laboratory (JPL), National Aeronautics and Space Administration (NASA). – Режим доступа: <http://aviris.jpl.nasa.gov/html/aviris.freedata.html>. – 14.02.2011 г.
18. Fractal analysis of remotely sensed images: A review of methods and applications. [Text] / W. Sun, G. Xu, P. Gong, S. Liang // International Journal of Remote Sensing. – 2006. – Vol. 27, Issue 22. – P. 4963 – 4990.

Поступила в редакцию 18.11.2011

**Рецензент:** канд. физ.-мат. наук, с.н.с., с.н.с. отдела радиоинтроскопии В.А. Комяк, Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины, Харьков.

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СУБПІКСЕЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ ПРИ СУМІЩЕННІ ЗОБРАЖЕНЬ

*В.А. Душена, М.Л. Усс*

В даному дослідженні проведено порівняльний аналіз субпіксельних алгоритмів при суміщенні зображень за допомогою нормованого кореляційного алгоритму в кореляційно-екстремальних системах навігації. Розглянуто три субпіксельних алгоритми: інтерполяція інтенсивності еталонного зображення, інтерполяція (уточнення) розв'язувальної функції, градієнтний алгоритм. Алгоритми досліджувались на штучно змодельованих текстурних зображеннях з різною гладкістю і реальних зображеннях гіперспектрального радіометру AVIRIS при різному заданому просторовому зміщенні поточного та еталонного зображень. Згідно з результатами імітаційного моделювання найбільшу точність має метод інтерполяції інтенсивності. Проведено аналіз точності досліджуваних алгоритмів у порівнянні з теоретично граничною точністю, отриманої на основі нерівності Крамера-Рао. Показано, що границя Крамера-Рао неадекватно описує реальну точність досліджуваних алгоритмів при великих відношеннях сигнал/шум.

**Ключові слова:** суміщення зображень, субпіксельна точність, нормований кореляційний алгоритм, кореляційно-екстремальні системи навігації, границя Крамера-Рао.

## COMPARATIVE ANALYSIS OF SUBPIXEL ALGORITHMS FOR IMAGE MATCHING

*V.A. Dushcha, M.L. Uss*

In this study, a comparative analysis of subpixel algorithms for image matching using normalized cross-correlation in image-based navigation systems is conducted. Three subpixel algorithms (intensity interpolation of the reference image, correlation coefficient curve-fitting (interpolation) and gradient-based method) are considered. The algorithms were investigated on artificially simulated textured images with different smoothness and a real image of hyperspectral radiometer AVIRIS at different spatial displacements between a current image and a reference image. According to simulation results, the intensity interpolation method has the best accuracy. The accuracy analysis of considered algorithms in comparison with the Cramer-Rao lower bound is conducted. It is shown that this bound becomes inadequate for describing real accuracy of considered algorithms when the signal-to-noise ratio is large.

**Key words:** image matching, subpixel accuracy, normalized cross-correlation, image-based navigation, Cramer-Rao bound.

**Душена Віталій Анатольевич** – аспірант каф. проектування радіоелектронних систем летательних апаратів, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: vitaliy\_dushcha@mail.ru.

**Усс Михаил Леонтьевич** – канд. техн. наук, доц. каф. проектування радіоелектронних систем летательних апаратів, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: uss@xai.edu.ua.