УДК 621.396

А.Д. АБРАМОВ, А.В. ОДОКИЕНКО, А.М. ВЕТОШКО, Т.И. МОСКАЛЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

УСТОЙЧИВЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА С НЕФИКСИРОВАННОЙ ОГИБАЮЩЕЙ ПРИ МНОГОКАНАЛЬНОМ ПРИЕМЕ

В работе решения задачи обнаружения сигнала многоканальной системой аэрокосмического базирования проведено при использовании критерия отношения правдоподобия. Синтезирована удобная в вычислительном отношении технология, которая обеспечивает оперативность получения результата в априорно неопределённой сигнально-помеховой обстановке, возможность использования табулированной статистики и управление величиной ошибки первого рода. Приведены результаты аттестационных исследований, проведенных на уровне цифрового статистического моделирования. Показано, что при практически обоснованных отношениях сигнал/шум качественные показатели оценок, полученных при использовании синтезированного алгоритма, близки к показателям оценок теста, оптимального в рамках критерия Неймана-Пирсона.

Ключевые слова: *алгоритм обнаружения, огибающая, многоканальный приём, критерий отношения правдоподобия, технология, сигнально-помеховая обстановка, табулированная статистика, ошибка первого рода, М-элементная решетка, фазовые центры, функция правдоподобия.*

Введение

В комплексе проблем по обеспечению рационального построения радиотехнических систем аэрокосмического базирования особое место занимают вопросы, связанные с разработкой структурно устойчивых и эффективных алгоритмов обнаружения сигнала в условиях априорной неопределенности [1].

Известные тесты обнаружения (максимально правдоподобные и правила, вытекающие из решения оптимизационных задач при использовании критерия Неймана-Пирсона) теряют свою значимость, если дисперсия аддитивных помех неизвестна, а амплитудная огибающая сигнала на интервале наблюдения может быть подвергнута непредсказуемым искажениям [2].

Указанные факторы существенно ограничивают рамки использования традиционных алгоритмов обнаружения в реальных условиях приема.

В работе решения задачи обнаружения сигнала в условиях априорной неопределённости многоканальной системой проведено при использовании критерия отношения правдоподобия.

Синтезирована удобная в вычислительном отношении технология, которая обеспечивает оперативность получения результата в условиях широкой априорной неопределенности, возможность использования табулированной статистики и управление величиной ошибки первого рода.

Постановка задачи

Пусть апертура антенны многоканальной информационно-измерительной системы выполнена в виде М-элементной решетки. Фазовые центры приемных элементов расположены на оси ОХ эквидистантно в точках 0, d, 2d, …,(M-1)d. В моменты времени на выходах антенной решетки (АР) регистрируют вектор

$$U_k^T = U^T(k\Delta t) = [\dot{U}_1(k\Delta t), \dot{U}_2(k\Delta t), ..., \dot{U}_M(k\Delta t)].$$

Здесь $\dot{U}_m(k\Delta t)$ − комплексная амплитуда отсчета , измеренная в k-й момент времени на выходе m-го элемента АР ($m=\overline{1,M}$), «T» − знак транспонирования.

Функциональная связь между вектором наблюдения U_k и фазовым распределением

$$\Lambda^T = \left(1, \dot{\Lambda}, \dot{\Lambda}^2, ..., \dot{\Lambda}^{M-1}\right)$$

поля источника излучения по апертуре антенны определяется уравнением наблюдения:

$$U_k = \Lambda \dot{E}_k + \varepsilon_k, \qquad (1)$$

где $\dot{E}_k = \dot{E}(k\Delta t)$ - отсчет в момент времени $k\Delta t$ амплитуды $\dot{E}(t)$ сигнала, спектр $\left|\dot{G}(t)\right|$ которого сосредоточен в полосе 2F, $\Delta t = \dfrac{1}{2 \times F}$. Элемент $\dot{\Lambda}$ вектора Λ связан с фиксированной координатой Θ источника излучения соотношением:

$$\dot{\Lambda} = \exp\left\{ j2\pi \frac{d}{\lambda} \Theta \right\}, \quad (2)$$

где $\Theta = \sin(Q)$, $Q-$ угол между направлением на источник и нормалью к апертуре АР, $\lambda -$рабочая длина волны, $\varepsilon_k^T = [\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2, ...\dot{\varepsilon}_M]$ −случайный гауссовский процесс(шум, вносимый каналами решетки) с характеристиками:

$$\left\langle \dot{\varepsilon}_m(k\Delta t) \right\rangle = 0, \; m = \overline{1,M},$$

$$\left\langle \varepsilon_{k1} \varepsilon_{k2}^{+} \right\rangle = \delta_0^2 I_M \delta(k_1 - k_2). \quad (3)$$

В последнем выражении «+»−символ сопряжения по Эрмиту, δ – символ Кронекера, $I_M = \text{diag}(1,1,...,1)$ − диагональная единичная матрица размером (MxM), $\sigma_0^2 -$ мощность помехи. Изменение интенсивности сигнала от источника считаем нефиксируемым, распределенным с априорной плотностью вероятности $\rho(E^k)$ (известной или неизвестной) в области Φ, $E^K = [\dot{E}_1, \dot{E}_2, ..., \dot{E}_K]^T$

Требуется разработать процедуру, позволяющую на основании наблюдений $U^k = [U_1, U_2, ..., U_k]^T$ обнаружить сигнал , приходящий с фиксированного направления Q, при отсутствии априорных сведений о σ_0^2 и указанном характере изменения амплитуды.

Как следствие модельных приближений матрицу $S_1 = \left\langle U_k U_k^t \right\rangle$ межэлементных корреляций вектора U_k рассчитываем так:

$$S_1 = \Lambda \Psi \Lambda^{+} + \sigma_0^2 I_M, \quad (4)$$

где

$$\Psi = \left\langle \dot{E}_k \times \dot{E}_k^{*} \right\rangle.$$

Решение задачи проведем на основании критерия отношения правдоподобия. Для этого введем в изложение гипотезу H_1 о наличии в наблюдениях сигнала с неизвестными $\dot{E}_k$ (альтернатива $H_0 -$ сигнала нет).

При указанных исходных данных функция правдоподобия $P(U^k / H_1, \Lambda, E^k, R_0)$ выборки U^k относительно сложной гипотезы H_1 и фиксированных $E^k = [\dot{E}_1, \dot{E}_1, ..., \dot{E}_k]^T$, Λ, R_0 запишется так:

$$P(U^k / H_1, \Lambda, E^k, R_0) = \pi^{-MK} \left| R_0 \right|^{-K} \times$$
$$\times \exp\left\{ -\sum_{k=1}^{K} (U_k - \Lambda \dot{E}_k)^{+} R_0^{-1} (U_k - E\Lambda \dot{E}_k) \right\}. \quad (5)$$

Очевидно, что норма $\left\| U_k - \Lambda \dot{E}_k \right\|$ не изменится при ортогональном преобразовании вектора $\xi_k = U_k - \Lambda \dot{E}_k$ [3]. Следовательно, если D− ортогональная (M x M) матрица, то при заданной модели U_k для невязки ε^2 будет выполнено:

$$\varepsilon^2 = \sum_{k=1}^{K} \xi_k^{+} R_0^{-1} \xi_k = \sum_{k=1}^{K} (D\xi_k)^{+} R_0^{-1} (D\xi_k). \quad (6)$$

При K >> 1 соотношение (6) тривиально приводится к виду [3]:

$$\varepsilon^2 = K \times \text{Sp}\left\{ R_0^{-1} (\Phi - Y) \right\}. \quad (7)$$

Здесь Sp T − след матрицы T, а матрицы Φ и Y определены соответственно как

$$Y = DS_0 D^{+} = \text{diag}(Y_1, Y_2, ..., Y_M), y_i {}^3 0 \;\; (i = \overline{1,M}),$$

$$\Phi = DS_0 D^{+} = \text{diag}(\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_M), \Phi_i {}^3 0 \;\; (i = \overline{1,M}),$$

$$S_1 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} U_k U_k^{+}, \; S_0 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} (\Lambda \dot{E}_k)(\Lambda \dot{E}_k)^{+}.$$

Представим (M x M) − размерную матрицу $(\Phi - Y)$ в виде составной

$$(\Phi - Y) = \begin{bmatrix} \Phi_1 - Y_1 & ... & 0_{(1)}^{(M-1)} \\ ... & & ... \\ 0_{(M-1)}^{(1)} & ... & \nu_{(M-1)}^{(M-1)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

В последнем равенстве

$$\nu_{(M-1)}^{(M-1)} = \text{diag}(\nu_2, \nu_3, ..., \nu_M), 0_i^j$$

нулевая матрица размером (i x j). С учетом (7) и (8) получаем, что:

$$\varepsilon^2 = K \times \text{Sp}\left\{ R_{(1)}^{-1} (\Phi_1 - Y_1) \right\} + K \times \text{Sp}\left\{ R_{(M-1)}^{-1} \nu_{(M-1)}^{(M-1)} \right\}, \; (9)$$

где $R_{(1)} = \sigma_0^2$, $R_{M-1} = \sigma_0^2 I_{M-1}$, а функция правдоподобия $P(U^k / H_1, \Lambda, \dot{E}^k, R_0)$ представлена в факторизованной форме как:

$$P(U^k / H_1, \Lambda, \dot{E}^k, R_0) =$$
$$= P_1(U^k / H_1, \Lambda, \dot{E}^k, R_1) \times P_2(U^k / R_{M-1}). \quad (10)$$

Здесь:

$$\left. \begin{aligned} & P_1(...) = \pi^{-K} \left| R_1 \right|^{-1} \exp\left\{ K \times \text{Sp} R_1^{-1} (\Phi_1 - Y_1) \right\}; \\ & P_2(...) = \pi^{-K(M-1)} \left| R_{(M-1)} \right|^{-1} \exp\left\{ K \times \text{Sp} R_{M-1}^{-1} \nu_{(M-1)}^{(M-1)} \right\}. \end{aligned} \right\} (11)$$

Сомножитель $P_2(\ldots)$ в (10) не зависит от характера поведения $\dot{E}_K$, а в первом $\text{Sp} R_1^{-1} (\Phi_1 - Y_1)$ фактически определяет невязку между σ_0^2 и ее локальной оценкой $\sigma_0^2 = (\Phi_1 - Y_1)$.

Представление о сравнительной правдоподобности имеющихся наблюдений U^k в отношении проверяемой H_1 и альтернативной H_0 гипотез дает нам сопоставление функций правдоподобия, в частности, логарифм их отношения [2]:

$$\gamma = -\ln\left\{P(U^k / H_1, \Lambda_0) / P(U / H_0)\right\}, \qquad (12)$$

где

$$P(U^k / H_1, \Lambda_0) = \max_{E^K, R_0} \left\{P(U^k / H_1, \Lambda_0) / P(U / H_0)\right\} \quad (13)$$

$$P(U/H_0) = \max_{R_0} (U^k / R_0).$$

Конкретизируя методику формирования отношения правдоподобия для сигнала с нефиксированными параметрами к рассматриваемой задаче, приходим к выводу, что

$$\gamma = \left\{ W_1(U^k, \grave{R}_1) + W_2(U^k, \grave{R}_{M\text{-}1}) \right\},$$

в котором :

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= -\ln \int_{\Omega} \frac{1}{P(U^k / \grave{R}_1)} P\left(\frac{U^k}{H_1}, \Phi_1 - Y_1, E^k\right) \rho(E^k) dE^k; \\ W_2 &= -\ln[P(U^k / \nu_{(M\text{-}l)}^{(M\text{-}l)}) / P(U^k / \grave{R}_{M\text{-}1}]. \end{aligned}\right\} (14)$$

Здесь $\hat{R}$ − оценка максимального правдоподобия R_0. Следовательно, правило принятия решения об обнаружении сигнала «неизвестной формы» с фиксированного направления Q будет оптимальным в рамках критерия логарифма отношения правдоподобия, если оно обеспечит минимум по R_1 и по $R_{M\text{-}1}$ величины γ .

Очевидно, что выбор практически целесообразных тестов принятия решения непосредственно связан, с аналитическим удобством оптимизации совокупности слагаемых $W_1(...)$ и $W_1(...)$. В то же время независимость «вклада» в достижение общего экстремума указанных слагаемых (14) позволяет говорить о возможности самостоятельного использования каждого из них для синтеза реальных правил обнаружения, например, посредством адаптационной минимизации $W_2(U^k, R_{M\text{-}1})$ по σ_0^2. Придерживаясь этой позиции и методологических принципов работы [4], нетрудно показать, что критическая статистика γ_1 в рассматриваемой задаче имеет вид:

$$\gamma_1 = (K-1)\left\{ \begin{aligned} (M-1)\ln \sum_{l=l+1}^{M} \nu_i - \sum_{i=l+1}^{M} \ln \nu_i - \\ -(M-1)\ln(M-1) \end{aligned} \right\}, \; l=0,1. \; (15)$$

В технологическом отношении процесс обнаружения сводится к формированию по наблюдениям U_k матрицы корреляции S_1, вычислению ее собственных значений для выдвинутой гипотезы H_0 или H_1, сравнения γ_1 с порогом $\chi^2_{\alpha,t(l,M)}$, который выбран из таблиц χ^2 −распределений по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы $t(1,M)=0,5(M\text{-}l)(M\text{-}l+1)$. При условии $\gamma_1 > \chi^2_{\alpha,t(l,M)}$ гипотеза отвергается, в противном случае $\gamma_1 < \chi^2_{\alpha,t(l,M)}$ − принимается.

Для подтверждения теоретических выводов приводим результаты исследований , полученных на уровне цифрового статистического эксперимента.

Моделировалась обработка наблюдений , полученных на выходах девятиэлементной эквидистантной АР. Межэлементное расстояние d задавалось равным $d = 0,5\lambda$. Аттестация синтезированного правила в первом режиме проводилась для следующих видов изменения модуля $|\dot{E}(t)|$ амплитуды сигнала:

– линейно возрастающий закон в пределах наблюдений (№1);

– синусоидальный закон в пределах наблюдений (№2).

Эксперименты проводились при $Q=2^o$.

Для упрощения полагалось, что фазовые искажения $\varphi(t)$ комплексной амплитуды $\dot{E}(t)=|\dot{E}(t)|e^{j\varphi(t)}$ отсутствуют: $\varphi(t)=0$.

Для каждого случая проводилось 1000 экспериментов. Уровень значимости был выбран равным $\alpha = 0,01$.

В результате эксперимента определялось количество правильных решений по обнаружению сигнала для различных соотношений сигнал/шум $\mu = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_0^2}$ (σ_c^2 − мощность сигнальной составляющей наблюдений на выходе m-го элемента АР). Выборочная корреляционная матрица S_1 оценивалась по 100 временным отсчетам.

Табл. 1 иллюстрирует зависимость вероятностей $P_{пр}$ (отношение правильных решений к общему числу экспериментов) от соотношения сигнал/шум μ, полученных в результате аттестации рассматриваемого теста.

Верхняя строка в таблице − номер заданного изменения $|\dot{E}(t)|$, первый столбец− последовательность соотношений сигнал/шум.

Числовое значение на пересечении упомянутых строки и столбца − $P_{пр}$ (в %).

Анализ приведенного числового материала дает возможность убедится, что «форма» $|\dot{E}(t)|$ не оказывает существенного влияния на качество обнаружения. Небольшие отклонения обусловлены тем, что вероятность $P_{пр}$ оценивалась по конечному числу экспериментов.

Таблица 1

Результаты математического моделирования для синтезированного алгоритма

Сигнал/шум	№1	№2
0,05	84	82,2
0,055	87,9	89,3
0,06	96,6	94,7
0,065	97	96,9
0,07	98,2	97,6
0,075	98,6	98,7
0,08	99,7	99
0,085	99,5	99,8
0,09	99,8	99,7
0,095	99,6	99,9
1	99,9	99,99

Во втором режиме анализу была подвергнута ситуация: $|\dot{E}(t)| = |E| = 1, \varphi(t) = \varphi_0 -$ случайная начальная фаза, распределенная равномерно

$$\rho(\varphi_0) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}, \text{ при } \varphi_0 \in (0, 2\pi); \\ 0, \text{ при } \varphi_0 \notin (0, 2\pi). \end{cases}$$

Эффективность синтезированного правила в указанных условиях иллюстрирует зависимость вероятности $P_{пр}$ от μ, которая приведена на рис. 1, где ломаная пунктирная кривая, соединяющая непрерывно экспериментальные результаты− рабочая характеристика синтезированного теста при $\alpha = 0,01$.

Сплошная кривая −рабочая характеристика классического алгоритма обнаружения, оптимального в рамках критерия Неймана-Пирсона при известной σ_0^2, которая получена по результатам моделирования при идентичных исходных данных.

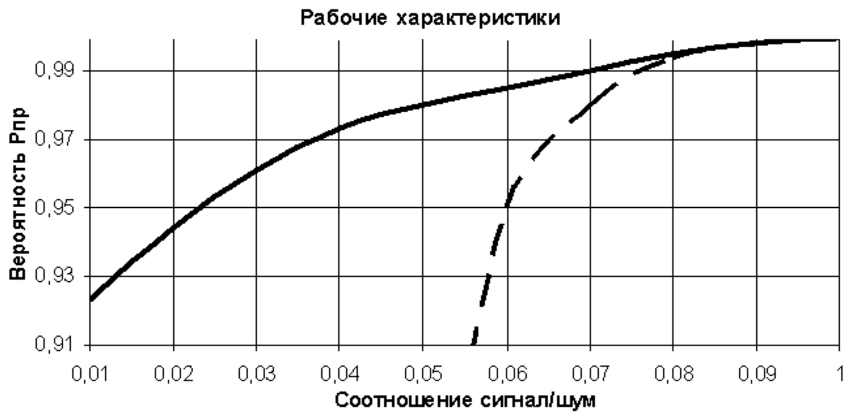

Рис. 1. Зависимость вероятности правильного обнаружения от соотношения сигнал/шум при постоянной начальной фазе

Заключение

Приведенные теоретические и экспериментальные результаты аттестации позволяют сделать следующие выводы:

− синтезированное правило принятия решения о наличии в наблюдениях сигнала не зависит от характера изменения его интенсивности на интервале наблюдения;

− технология, реализующая тест, проста в вычислительном отношении, использует табулированную статистику и позволяет управлять величиной ошибки первого рода.

− при достаточных практически обоснованных соотношениях сигнал/шум качественные показатели близки к показателям теста, оптимального в рамках критерия Неймана-Пирсона.

Литература

1. Репин, В.Г. Статистический синтез при априорной неопределённости и адаптации информационных систем [Текст] / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский. - М.: Сов. Радио, 1977. – 379 с.

2. Богданович, В.А. Теория устоичивого обнаружения, различения и оценивания сигналов [Текст] / В.А. Богданович, А.Г. Вострецов. - М.: Физматлит, 2004. - 320 с.

3. Хорн, Р. Матричный анализ [Текст]: пер. с анг. / Р. Хорн, Ч. Джонс. - М.: Мир, 1989. – 655 с.

4. Абрамов, А.Д. Определение числа шумовых пространственно-временных сигналов методом проверки сложных гипотез по критерию отношения правдоподобия.[Текст] / А.Д. Абрамов // Авиационно-космическая техника и технология. Сб. научн. тр. – Х.: Харьковский авиационный ин-т им Н.Е. Жуковского, 1997. – С. 284-288.

Поступила в редакцию 21.09.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

СТІЙКИЙ АЛГОРИТМ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛУ З НЕФІКСОВАНОЮ ОГИБАЮЧОЮ ПРИ БАГАТОКАНАЛЬНОМУ ПРИЙОМІ

О.Д. Абрамов, О.В. Одокієнко, О.М. Ветошко, Т.І. Москаленко

У роботі рішення задачі виявлення сигналу багатоканальною системою аерокосмічного базування проведено при використанні критерію відношення правдоподібності. Синтезована зручна в обчислювальному відношенні технологія, яка забезпечує оперативність здобуття результату в апріорі невизначеній сигнально-перешкодній обстановці, можливість використання табульованої статистики і управління величиною помилки першого роду. Приведені результаті атестаційних досліджень, проведених на рівні цифрового статистичного моделювання. Показано, що при практично обґрунтованих відношеннях сигнал/шум якісні показники оцінок, отриманих при використанні синтезованого алгоритму, близькі до показників оцінок тесту, оптимального в рамках критерію Неймана-Пірсону.

Ключові слова: алгоритм виявлення, огибаюча, багатоканальний прийом, критерій відношення правдоподібності, технологія, сигнально-перешкодна обстановка, табульована статистика, помилка першого роду, М-елементна решітка, фазові центри, функція правдоподібності.

STEADY ALGORITHM OF FINDING OUT SIGNAL WITH UNFIXED CIRCUMFLEX AT MULTICHANNEL RECEPTION

A.D. Abramov, A.V. Odokienko, A.M. Vetoshko, T.I. Moskalenko

In process decision of task of finding out a signal the multichannel system of the aerospace basing it is conducted at the use of criterion of relation of verisimilitude. Comfortable in a calculable relation technology which provides the operationability of receipt of result in an a priori indefinite signal-noise situation, possibility of the use of the tabbed statistics and management in size errors of the first family, is synthesized. The results of attestation researches, conducted at the level of digital statistical design are resulted. It is rotined that at the practically grounded relations signal/noise the high-quality indexes of estimations, got at the use of the synthesized algorithm, are near to the indexes of estimations of test, optimum within the framework criterion of Neyman-Pearson.

Keywords: algorithm of discovery, circumflex, multichannel reception, criterion of relation erisimilitude, technology, signal-noise situation, tabbed statistics, error of the first family, m-element grate, phase centers, function of verisimilitude.

Абрамов Александр Дмитриевич – канд. техн. наук, с.н.с., доц. кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Одокиенко Алексей Владимирович – аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Ветошко Алексей Михайлович– аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Москаленко Татьяна Игоревна– аспирант кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.