УДК 004.519.217

Д.А. МАЕВСКИЙ

Одесский национальный политехнический университет, Украина

ДИНАМИКА ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ И МОДЕЛИ ИХ НАДЕЖНОСТИ

В статье излагаются основные положения теории динамики программных систем. Теория рассматривает возникающие при эксплуатации программных систем ошибки как результат действия прямого и обратного потоков дефектов. Выводятся соотношения, позволяющие прогнозировать количество выявленных и внесенных в систему ошибок и открывающие возможность моделирования надежности программных систем на основании понятия потоков дефектов. Показано, что большинство существующих моделей надежности программного обеспечения вытекают из положений динамики программных систем. Предложено решение проблемы вторичных ошибок как потока вторичных дефектов, который направлен из внешней среды в программную систему.

Ключевые слова: *надежность систем, модели надежности программного обеспечения, дефекты программного обеспечения, динамические системы*

Введение

В связи с увеличением количества разнообразных программных систем (ПС), используемых сегодня практически во всех отраслях науки, техники и народного хозяйства, сегодня на первый план выходит проблема обеспечения и прогнозирования их надежности. Повсеместная передача таким системам выполнения критических функций приводит к тому, что цена отказа ПС становится слишком высока [1]. Поэтому особую актуальность приобретает задача моделирования показателей надежности ПС с целью прогнозирования количества оставшихся в дефектов, а также времени и динамики их выявления.

Такая постановка задачи не является новой, а методы ее решения считаются хорошо изученными. Действительно, на сегодняшний день известно более двадцати различных моделей надежности программного обеспечения (МНПО). Наиболее полное систематизированное описание этих моделей в иностранной литературе приведено в [2], а в отечественной – в [3]. Каждая модель характерна собственным набором допущений, ограничивающих область ее применения. Принимая во внимание, что большинство моделей имеет пересекающиеся множества допущений, возникает проблема их выбора для использования в том или ином конкретном случае.

Авторы [3] разработали процедуру выбора МНПО, основанную на составленной ими расширенной базе данных моделей и использовании метода экспертных оценок. Предлагается также использовать комплексирование (объединение) моделей, при котором в качестве параметров одной модели используются выходные параметры другой. Такой подход может быть использован разработчиками программных систем, которые знают их параметры. Однако, для пользователя в стадии эксплуатации ПС зачастую представляет «черный ящик», характеризующие его параметры неизвестны, а из опыта можно получить только количество отказов в выбранных промежутках времени. Это сужает область применения комплексирования моделей.

Представляется, что обилие разных МНПО не может являться доказательством хорошей изученности этого вопроса, а свидетельствует, скорее, о нашем непонимании сути процессов, приводящих к проявлению программных ошибок. В.А. Эткин в работе «К единой теории реальных процессов» [4] отмечает, что «ученые перестали тяготиться тем, что теории не проясняют реальности, и уже не ставят задачей понимание причинно-следственных связей в проявлениях тех или иных законов. Объяснение явлений перестало быть основной функцией науки». С учетом сказанного, несомненный интерес представляет создание единого теоретического и методологического базиса, объединяющего и объясняющего различные МНПО.

В [5] приведены основные положения теории динамики программных систем и показано, что потоки ошибок подчиняются законам динамики неравновесных процессов. Согласно [6], главное достоинство метода неравновесной динамики «заключается в способности предсказывать взаимосвязь между наблюдениями в отсутствие детальных сведений о структуре системы: он устанавливает рамки, в пределах которых могут быть построены и испытаны на самосогласованность модели поведения систем». При этом речь идет о любой системе, а не только об ассоциирующейся с термином «термодинамика» системе «нагретое тело – холодильник».

В настоящей работе методы динамики неравновесных процессов применяются для изучения законов возникновения и взаимодействия двух имеющихся в программной системе потоков – основного потока дефектов, возникших при разработке (первичные ошибки) и дополнительного потока, который в литературе называется термином «вторичные ошибки» [7]. Эти ошибки являются следствием исправления уже обнаруженных первичных в процессе эксплуатации ПС. Сама ПС в этом случае рассматривается как динамическая система, пространство состояний которой образует количество находящихся в ней первичных и вторичных дефектов. Причиной перехода ПС из одного состояние в другое являются возникающие в ней потоки переноса. Подробнее понятие дефектов и их потоков рассмотрено ниже.

1. Потоки дефектов в программных системах

Согласно [5], **дефектом** будем называть любое отклонение в информационной модели ПС относительно информационной модели его предметной области (ПрО). Если ПС содержит дефекты, то это рано или поздно приведет к их проявлению в виде неверной работы системы. Такие проявления дефектов будем называть **ошибками**. Под неверной работой понимается любое отклонение результата работы ПС от правильного с точки зрения ПрО результата.

При выявлении дефекта он устраняется, исчезая из ПС. Такое исчезновение можно трактовать как вынос дефекта за пределы ПС, то есть, как возникновение потока дефектов, направленного из ПС в окружающую среду. Конкретный механизм такого выноса, конкретный процесс выявления и устранения ошибки, равно как и исполнители, нас в данный момент не интересует. Важен сам факт наличия дефекта в системе и его исчезновение спустя какое-то время.

В процессе исправления выявленных ошибок неизбежно внесение в ПС новых, вторичных дефектов. Эти вторичные дефекты не существуют в программе до начала процесса исправления, а вносятся в нее именно в этом процессе. Поэтому можно говорить о возникновении еще одного потока дефектов, вторичного потока, направленного из окружающей среды в ПС.

Сложность восприятия процесса выявления и исправления отдельных ошибок как потока обусловлена тем, что человек (будем называть его «наблюдатель»), который собственно выявляет и исправляет дефекты, сам является составной частью рассматриваемой системы. Именно его целенаправленные действия и являются той причиной, по которой дефекты ПС исправляются, то есть он сам является носителем потока, а его действия – причиной возникновения потоков дефектов.

Схема возникновения и взаимодействия этих потоков представлена на рис. 1.

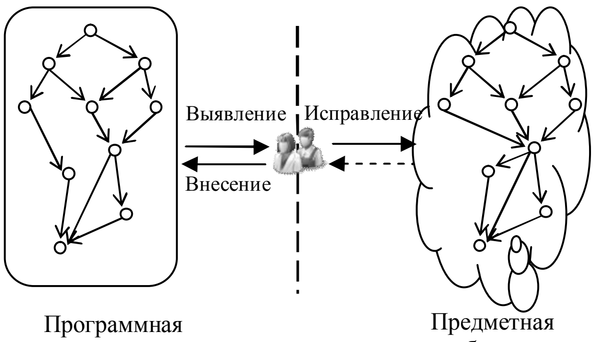

Рис. 1. Потоки дефектов в программных системах

Таким образом, потоки дефектов, как объективные процессы, свойственны любой программной системе на этапах ее тестирования и эксплуатации.

В работе [8] показано, что для каждого независимого процесса, каким в частности является процесс выявления программных дефектов, существует и может быть найдена особая, специфическая для него функция состояния – соответствующая ему координата. В случае рассмотрения только одного процесса – процесса выявления и исправления только первичных ошибок, в качестве координаты процесса можно рассматривать текущее количество первичных дефектов в ПС, которое обозначим как f_1. Система в этом случае является одномерной, имеющей одну степень свободы. В случае учета второго процесса – внесения в ПС вторичных дефектов, его координатой может быть текущее количество таких внесенных вторичных дефектов, обозначенное как f_2. При совместном рассмотрении процессов получим две координаты, характеризующие процессы динамики дефектов в ПС – f_1 и f_2, а сама ПС в этом случае должна рассматриваться как система с двумя степенями свободы.

В неравновесной динамике под вектором плотности потока $\vec{j}$ какой-либо величины f понимается вектор, модуль которого равен величине f, переносимой за единицу времени через элементарную площадку dS, перпендикулярную направлению переноса x, т.е. $j = \frac{df}{dt \cdot dS}$, а направление – совпадает с направлением переноса [8]. Сам поток величины f при этом соответствует интегралу

$$J = \int_S j \cdot dS = \frac{df}{dt}.$$

Это выражение дает возможность уйти от использования понятия площади, неопределимого для ПС. Однако при этом сама величина f для возможности введения понятия потока, должна быть непрерывной на всем интервале значений времени. Строго говоря, количество дефектов в ПС может принимать только целочисленные значения, что не дает возможности использования производных. Поэтому для рассмотрения потоков дефектов такую непрерывность необходимо постулировать.

2. Постулат непрерывности

Так как количество дефектов в ПС – это величина, которая может принимать только целочисленные положительные значения, то отношение

$$\frac{f(t) - f(t + \Delta t)}{\Delta t}$$

описывает среднюю скорость изменения количества дефектов в интервале времени от t до $t + \Delta t$. Если количество дефектов в ПС достаточно велико, то случайные отклонения, вызванные обнаружением или необнаружением каждого отдельного дефекта в масштабах этого общего количества будут пренебрежимо малы. Это дает возможность **постулировать существование производной** $\frac{df}{dt}$ как предела

$$\frac{df}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t) - f(t + \Delta t)}{\Delta t}.$$

Постулат о существовании производной $\frac{df}{dt}$ означает непрерывность потока дефектов во времени, что позволяет уйти от рассмотрения вероятностей проявления дефектов и ввести для ПС детерминированную динамическую модель в виде системы дифференциальных уравнений.

3. Поток дефектов в одномерной системе

Показанные на рис. 1 прямой и обратный потоки дефектов предполагают существование двухмерного пространства состояний, координатами которого будут количество дефектов, выносимых из ПС (f_1) и количество внесенных вторичных дефектов (f_2). В частных случаях, когда наличие встречного потока дефектов не учитывается, размерность будет равна единице.

Одномерная система – это простейший случай динамических ПС. Именно его и предполагают практически все имеющиеся на сегодняшний день МНПО. Поэтому рассмотрение динамики ПС начнем именно с такого одномерного случая.

Будем считать, что в программной системе действует только прямой поток дефектов, то есть, поток, направленный из ПС. Положение об единственности потока эквивалентно следующим двум допущениям большинства известных МНПО [3]:

– при обнаружении ошибки она исправляется до обнаружения следующей;

– новые ошибки при исправлениях обнаруженных не вносятся.

Действительно, первое допущение фактически эквивалентно наличию потока дефектов (они исправляются, то есть перестают существовать, выносятся из ПС), а второе допущение говорит об отсутствии потока вторичных дефектов.

В [9] показано, что поток любой скалярной величины в неравновесной системе возникает только за счет действия соответствующих этому потоку движущих сил. В качестве такой движущей силы в непрерывных системах выступает градиент потенциала соответствующей величины, а в прерывных – разность потенциалов на границе контакта. ПС, как показано на рис. 1, следует рассматривать именно как прерывную – внутри системы дефекты есть, а во внешней среде они отсутствуют. Из этого следует, что потенциал на границе контакта меняется скачкообразно. Принимая во внимание отсутствие дефектов во внешней среде, можем принять потенциал дефектов этой среды равным нулю. Тогда, согласно [9], поток первичных дефектов, величины f_1, может быть представлен как:

$$\frac{df_1}{dt} = -G_1 \cdot \varphi_1, \tag{1}$$

где G_1 – коэффициент пропорциональности, а φ_1 – потенциал дефектов ПС.

Знак «минус» в формуле (1) говорит о том, что поток $\frac{df_1}{dt}$ направлен в сторону убывания потенциала, то есть из ПС во внешнюю среду.

Между потенциалом φ_1 и соответствующей ему величиной f_1 существует соотношение

$$f_1 = C_1 \cdot \varphi_1, \tag{2}$$

в котором коэффициент C_1 назовем дефектоемкостью системы по отношению к величине f_1. Поэтому, с учетом (2), обозначив $A_1 = \frac{G_1}{C_1}$, уравнение (1) можно переписать как

$$\frac{df_1}{dt} = -A_1 \cdot f_1. \tag{3}$$

Попробуем разобраться с физическим смыслом коэффициентов G_1 и C_1 для ПС. В теории неравновесных процессов коэффициент G_1 называется проводимостью системы по отношению к величине f_1. Из уравнения (1) следует, что при постоянной величине φ_1 скорость выявления первичных ошибок $\frac{df_1}{dt}$ прямо пропорциональна величине G_1. В реальной ПС скорость выявления ошибок будет прямо пропорциональна частоте обращений пользователя к системе. Поэтому проводимость G_1 в формуле (1) может трактоваться как частота обращений к ПС. При этом имеется в виду «идеальный пользователь», задающий при каждом обращении другой, в общем случае случайный набор входных данных. В действительности приближением к идеальности можно считать коллектив пользователей, каждый член которого работает со своим узким множеством наборов данных. Таким образом, в качестве проводимости G_1 в ПС выступает частота обращений, а сама проводимость имеет размерность s^{-1}. Потенциал φ_1, в силу этого, должен быть безразмерным.

Дефектоемкость C_1 показывает, как должно увеличиться количество дефектов в ПС, чтобы их потенциал φ_1 увеличился на единицу. С учетом того, что потенциал φ_1 безразмерен, безразмерной должна быть и дефектоемкость ПС. Дефектоемкость ПС может трактоваться как максимально возможное число дефектов, которые может содержать рассматриваемая система.

Выражение (3) представляет собой линейное однородное дифференциальное уравнение. В [5] получено решение этого уравнения в виде

$$f_1(t) = F_{10} \cdot e^{-A_1 \cdot t}, \tag{4}$$

где F_{10} – начальное количество дефектов в ПС на момент начала отладки.

По формуле (4) рассчитывается количество дефектов, которые остались в ПС на момент времени t. Как показано в [3], наиболее удобной для экспериментального определения является зависимость общего количества дефектов, выявленных в системе на тот же момент времени (кумулятивное количество ошибок f_Σ). Для расчета f_Σ можно воспользоваться следующим очевидным соотношением:

$$f_\Sigma = F_0 - F_0 \cdot e^{-A_1 t}. \tag{5}$$

Выражение (5) позволяет осуществлять прогнозирование количества выявленных ошибок в ПС. Для этого можно воспользоваться экспериментально полученными значениями кумулятивного числа ошибок на начальном этапе тестирования. Располагая рядом значений моментов времени $t_1, t_2, t_3, ..., t_n$ и соответствующих этим моментам значениями $f_{\Sigma 1}, f_{\Sigma 2}, f_{\Sigma 3}, ..., f_{\Sigma n}$, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} f_{\Sigma 1} = F_0 - F_0 \cdot e^{-A_1 t_1} \\ f_{\Sigma 2} = F_0 - F_0 \cdot e^{-A_1 t_2} \\ f_{\Sigma 3} = F_0 - F_0 \cdot e^{-A_1 t_3} \\ ... \\ f_{\Sigma n} = F_0 - F_0 \cdot e^{-A_1 t_n} \end{cases},$$

из которой можно найти неизвестные F_0 и A_1. Решение этой системы может быть получено численными методами.

Располагая значениями F_0 и A_1 можно спрогнозировать развитие во времени процесса выявления ошибок.

4. Поток дефектов в двумерной системе

В случае учета потока вторичных ошибок, ПС имеет две степени свободы и характеризуется двумя координатами – количеством дефектов f_1, которые будут вынесены из системы и количеством внесенных в нее вторичных дефектов f_2. Согласно [8], связь между потоками $\frac{df_1}{dt}$ и $\frac{df_2}{dt}$ описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{df_1}{dt} = -G_{11} \cdot \varphi_1 - G_{12} \cdot \varphi_2, \\ \frac{df_2}{dt} = -G_{21} \cdot \varphi_1 - G_{22} \cdot \varphi_2. \end{cases} \tag{6}$$

В этой системе φ_1 – потенциал выносимых дефектов, а φ_2 – потенциал вносимых вторичных. Коэффициенты G_{11} и G_{22} характеризуют влияние потенциалов φ_1 и φ_2 на сопряженные с ними потоки. По аналогии с изложенным в п. 2, эти коэффициенты играют роль проводимостей и характеризуют частоту обращений к системе. Частота внесения в программную систему вторичных дефектов, как правило, значительно ниже, чем частота обнаружения первичных. На основании этого можно утверждать, что $G_{11} > G_{22}$. Назовем эти коэффициенты собственными проводимостями ПС.

Коэффициенты G_{12} и G_{21} характеризуют перекрестные влияния потенциалов на не сопряженные с ними потоки. Согласно принципу симметрии Онзагера [10], эти перекрестные влияния одинаковы, что приводит к равенству $G_{12} = G_{21}$. Коэффициенты G_{12} и G_{21} назовем взаимными проводимостями.

Потенциалы φ_1 и φ_2 связаны с соответствующими величинами f_1 и f_2 соотношениями вида (2):

$$f_1 = C_1 \cdot \varphi_1 , \ f_2 = C_2 \cdot \varphi_2 ,$$

где C_1 – дефектоемкость ПС по отношению к первичным дефектам, а C_2 – дефектоемкость той же системы по отношению ко вторичным. Очевидно, что если речь идет об одной и той же системе, то обе эти дефектоемкости должны быть равными: $C_1 = C_2$.

Используя связи между количеством дефектов и соответствующим потенциалом, с учетом равенства $G_{12} = G_{21}$ и обозначив отношения $A_1 = \frac{G_{11}}{C_1} = \frac{G_{22}}{C_2}, A_2 = \frac{G_{12}}{C_1} = \frac{G_{21}}{C_2}$, систему (6) можно переписать следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{df_1}{dt} = -A_1 \cdot f_1 - A_2 \cdot f_2, \\ \frac{df_2}{dt} = -A_2 \cdot f_1 - A_1 \cdot f_2. \end{cases} \tag{7}$$

Система (7) является автономной системой дифференциальных уравнений, решение которой полностью определяется только начальными условиями [11]. Она позволяет определить закон изменения во времени имеющихся в ПС первичных и вторичных дефектов начиная с любого произвольного момента начала отладки или эксплуатации.

Следует отметить, что поток $\frac{df_1}{dt}$ является потоком именно ***выносимых*** из системы дефектов, а не потоком первичных. Действительно, как отмечалось в [5], попавшие в систему вторичные дефекты неотличимы но первичных и наравне с ними выносятся из ПС. В этом плане можно сказать, что разделение имеющихся в ПС дефектов на первичные и вторичные чисто условно. Они различаются только моментом внесения, но влияют на состояние ПС одинаковым образом.

Рассмотрим решение системы (7) отдельно для выходного и входного потоков дефектов.

4.1. Решение для выходного потока

Для нахождения динамики изменения выходного потока решим систему (7) относительно переменной f_1. Для нахождения зависимости f_1 от времени продифференцируем первое уравнение системы (7):

$$\frac{d^2 f_1}{dt^2} = -A_1 \cdot \frac{df_1}{dt} - A_2 \cdot \frac{df_2}{dt} .$$

Значение $\frac{df_2}{dt}$ найдем из второго уравнения системы (7). Получим:

$$\frac{d^2 f_1}{dt^2} = -A_1 \cdot \frac{df_1}{dt} + A_2^2 \cdot f_1 + A_1 A_2 \cdot f_2 . \tag{8}$$

Значение f_2 найдем из первого уравнения системы (7) и подставим в (8). Окончательно получим:

$$\frac{d^2 f_1}{dt^2} + 2A_1 \cdot \frac{df_1}{dt} + (A_1^2 - A_2^2) \cdot f_1 = 0 . \tag{9}$$

Уравнение (9) – это линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Его решение относительно f_1 будем искать в виде:

$$f_1 = B_1 \cdot e^{p_1 t} + B_2 \cdot e^{p_2 t} ,$$

где p_1 и p_2 – корни характеристического уравнения, а B_1 и B_2 – неизвестные пока постоянные интегрирования.

Характеристическое уравнение, соответствующее уравнению (9) имеет вид:

$$p^2 + 2A_1 \cdot p + (A_1^2 - A_2^2) = 0 ,$$

а его корни равняются:

$$p_1 = -A_1 + A_2, p_2 = -A_1 - A_2 . \tag{10}$$

Постоянные интегрирования B_1 и B_2 найдем из системы:

$$\begin{cases} B_1 + B_2 = f_1(0), \\ (A_2 - A_1) \cdot B_1 - (A_2 + A_1) \cdot B_2 = \left.\frac{df_1}{dt}\right|_{t=0} \end{cases} . \tag{11}$$

Начальное условие $f_1(0)$ - это количество первичных дефектов, содержащихся в ПС при $t = 0$. В п. 3. это количество обозначено как F_{10}. Значение производной $\left.\frac{df_1}{dt}\right|_{t=0}$ может быть получено из первого уравнения системы (7) :

$$\left.\frac{df_1}{dt}\right|_{t=0} = -A_1 \cdot f_1(0) + A_2 \cdot f_2(0) .$$

Относительно $f_1(0)$ мы уже определились, $f_1(0) = F_{10}$. Количество вторичных дефектов $f_2(0) = 0$ так как при $t = 0$ вторичные ошибки еще не могли быть внесены в ПС. Поэтому

$$\left.\frac{df_1}{dt}\right|_{t=0} = -A_1 \cdot F_{10} .$$

Решая систему (11) при этих значениях свободных членов, получаем:

$$B_1 = B_2 = \frac{F_{10}}{2} .$$

С учетом этого:

$$f_1 = \frac{F_{10}}{2} \cdot e^{(A_2 - A_1)t} + \frac{F_{10}}{2} \cdot e^{-(A_2 - A_1)t} . \tag{12}$$

После преобразований получим окончательно:

$$f_1 = F_{10} \cdot e^{-A_1 t} \cdot ch(A_2 t) . \tag{13}$$

Сравнивая выражение (13) с выражением (4), полученным только для выходного потока дефектов без учета встречного входного, можно видеть, что он отличается присутствием множителя $\mathrm{ch}(A_2 t)$, роль которого заключается в корректировке выходного потока дефектов встречным потоком вторичных.

Для интерпретации и анализа полученных результатов, на рис. 2 показаны графики зависимости количества дефектов, которые остались в системе от времени при разных соотношениях $k = \frac{A_2}{A_1}$. Эти кривые построены для некоторой гипотетической программной системы с такими параметрами: количество дефектов при $t = 0$ – $F_{10} = 100$, значение коэффициента $A_1 = 0{,}01 \text{суток}^{-1}$, коэффициент k изменяется в пределах от 0 до 1,1. При этом $k = 0$ соответствует полному отсутствию потока вторичных дефектов, а значение $k = 1$ – случаю, когда исправление одного первичного дефекта сопровождается внесением одного вторичного. При значениях $k > 1$ количество внесенных вторичных дефектов превышает количество исправленных.

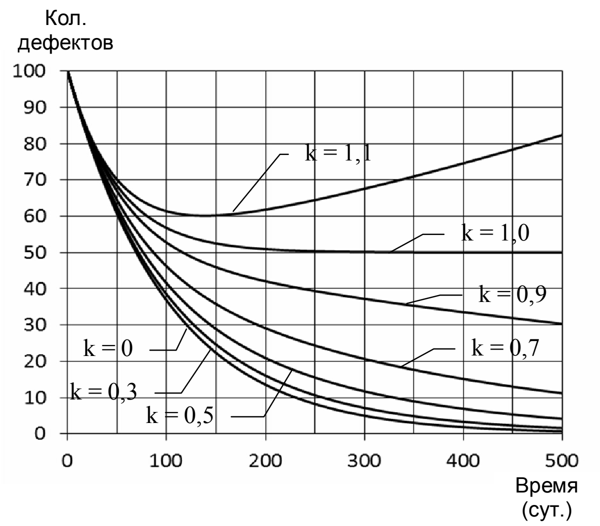

Рис. 2. Зависимость $f_1(t)$

Анализируя полученные выражения и зависимости, представленные на рис. 2, можно сделать следующие выводы:

1. При отсутствии вторичных дефектов ($k = 0$) формула (13) полностью совпадает с выражением (4), полученным без учета их влияния. Такое совпадение соответствует реальности, что может свидетельствовать о правильности основных положений теории динамики ПС.

2. Влияние вторичных дефектов сводится к увеличению времени затухания выходного потока. Действительно, время затухания, согласно выражению (12), определяется меньшим по модулю корнем характеристического уравнения ($p_1 = -A_1 + A_2$), который, в свою очередь, имеет меньшее, чем в (4) значение. Таким образом, теорией динамики ПС подтверждается интуитивно понятное утверждение о том, что в случае внесения в ПС вторичных дефектов, время полного их выявления увеличивается.

3. При $k = 1$ количество выносимых из ПС дефектов стабилизируется и стремится к значению $\frac{F_{10}}{2}$. Интерпретацию этого неочевидного факта отложим до выявления закономерностей изменения входного потока вторичных дефектов.

4.2. Решение для входного потока

Для нахождения динамики изменения входного потока (потока вторичных дефектов) решим систему (7) относительно переменной f_2. Для этого продифференцируем второе уравнение системы по t и подставим в полученную производную значение $\frac{df_1}{dt}$ из первого уравнения. Получим:

$$\frac{d^2 f_2}{dt^2} - A_1 \cdot A_2 \cdot f_1 - A_2^2 \cdot f_2 + A_1 \cdot \frac{df_2}{dt} = 0 .$$

Подставив в качестве f_1 его значение из второго уравнения системы (7), получим окончательно:

$$\frac{d^2 f_2}{dt^2} + 2A_1 \cdot \frac{df_2}{dt} + (A_1^2 - A_2^2) \cdot f_2 = 0 . \qquad (14)$$

Сравнивая это уравнение с уравнением (9), полученным для выходного потока, можно увидеть, что они одинаковы как по структуре, так и по значениям коэффициентов. Это говорит о принципиальной схожести и неразделимости процессов, протекающих в ПС как при исправлении существующих дефектов, так и при внесении новых.

Корни характеристического уравнения для (14) соответствуют корням, найденным ранее в п. 4.1:

$$p_1 = -A_1 + A_2, \; p_2 = -A_1 - A_2. \qquad (15)$$

Постоянные интегрирования B_1 и B_2 найдем из системы:

$$\begin{cases} B_1 + B_2 = f_2(0), \\ (A_2 - A_1) \cdot B_1 - (A_2 + A_1) \cdot B_2 = \left. \frac{df_2}{dt} \right|_{t=0} \end{cases} . \qquad (16)$$

Очевидно, что при $t = 0$ вторичных дефектов в ПС еще не было внесено, поэтому $f_2(0) = 0$. Производную $\left. \frac{df_2}{dt} \right|_{t=0}$ получим из второго уравнения системы (7):

$$\left. \frac{df_2}{dt} \right|_{t=0} = -A_2 \cdot f_1(0) + A_1 \cdot f_2(0) = -A_2 \cdot F_{10} .$$

С учетом этого, решением системы (16) будут такие постоянные интегрирования:

$$B_1 = \frac{F_{10}}{2}; B_2 = -\frac{F_{10}}{2}.$$

Тогда решение уравнений (7) относительно $f_2(t)$ запишется как:

$$f_2 = \frac{F_{10}}{2} \cdot e^{-(A_1+A_2)t} - \frac{F_{10}}{2} \cdot e^{(A_2-A_1)t},$$

или после преобразований:

$$f_2 = F_{10} \cdot e^{-A_1 t} \cdot sh(A_2 t). \qquad (17)$$

На рис. 3 показаны графики зависимости $f_2(t)$, построенные для той же гипотетической ПС при разных значениях коэффициента $k = \frac{A_2}{A_1}$.

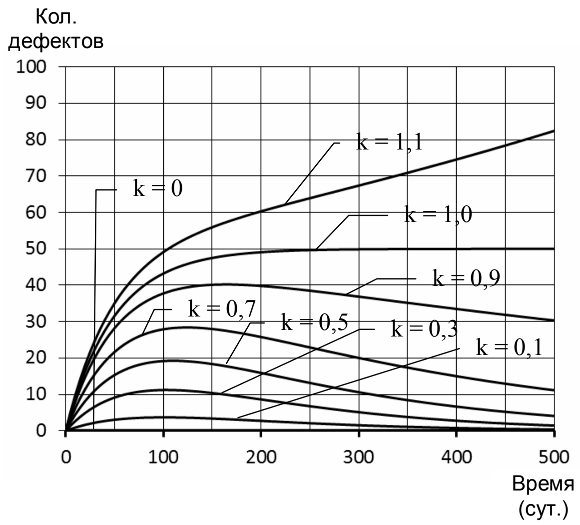

Рис. 3. Зависимость $f_2(t)$

Анализируя полученные выражения и зависимости, представленные на рис. 3, можно сделать следующие выводы.

1. При $k = 0$ потока вторичных ошибок не существует.

2. При значениях $0 < k < 1$ количество вносимых в систему вторичных ошибок имеет максимум, который выражен тем четче, чем большее значение имеет коэффициент k.

3. Скорость возрастания количества вторичных ошибок имеет наибольшее значение на начальном этапе, до достижения максимума. После этого количество вторичных ошибок стремится к нулю, но со значительно меньшей скоростью.

4. При $k < 1$ количество вторичных ошибок с течением времени уменьшается, что соответствует процессам в реальных ПС и может служить подтверждением теории динамики ПС.

5. При $k = 1$ количество вносимых в ПС дефектов стабилизируется и стремится к значению $\frac{F_{10}}{2}$. Однако, в отличие от выходного потока, количество вторичных дефектов стремится к этому значению снизу. Для интерпретации этого факта рассмотрим закономерности изменения во времени суммарного количества дефектов, имеющегося в системе.

4.3. Решение для остаточного количества дефектов

В любой произвольный момент времени остаточное количество дефектов, имеющихся в ПС, можно найти как сумму количества дефектов, которые будут вынесены из нее (f_1) и количества уже внесенных вторичных дефектов (f_2). Для построения графика этой зависимости достаточно просто сложить соответствующие кривые из графиков на рис. 2 и 3. Результат такого сложения показан на рис. 4.

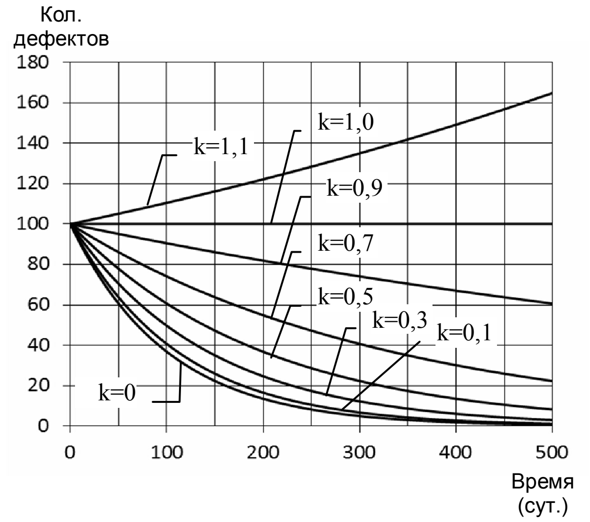

Рис. 4. Зависимость остаточного количества дефектов от времени

Как видно из рис. 4, при $k = 1$, т.е. когда количество вносимых дефектов равно количеству исправляемых, остаточное количество дефектов в ПС остается неизменным. Теперь становится понятным, почему при $k = 1$ значения $f_1(t)$ и $f_2(t)$ стремились с разных сторон к значению $\frac{F_{10}}{2}$. Их сумма в любой момент времени равна начальному количеству дефектов в ПС – F_{10}. Это положение однозначно следует из анализа стационарных решениях уравнений динамики ПС.

Найдем уравнения зависимости остаточного количества дефектов в ПС от времени. Для получения этой зависимости сложим между собой первое и второе уравнение системы (7). Получим:

$$\frac{df_1}{dt}+\frac{df_2}{dt}=(A_2-A_1)\cdot f_1+(A_2-A_1)\cdot f_2\,,$$

или после преобразований, с учетом того, что остаточное количество дефектов $f=f_1+f_2$, получим:

$$\frac{df}{dt}=(A_2-A_1)\cdot f\,. \qquad (18)$$

Теорема о стационарных решениях. Уравнение (18) имеет стационарные решения при следующих условиях:

1. $A_1=A_2$ (количество вносимых дефектов равно количеству исправляемых).
2. $F_{10}=0$ (нулевое начальное условие);

Доказательство. При выполнении условия 1 производная $\frac{df}{dt}$ равна нулю при любых значениях f_1 и f_2, что соответствует первому стационарному решению.

Для доказательства стационарности при выполнении условия 2 найдем сумму $f=f_1+f_2$ из (13) и (17):

$$f=f_1+f_2=F_{10}\cdot e^{-A_1t}\cdot(chA_2t+shA_2t)=$$
$$=F_{10}\cdot e^{(A_2-A_1)t}\,. \qquad (19)$$

При нулевом начальном условии $(F_{10}=0)$ f также обращается в ноль при любых значениях A_1 и A_2, что соответствует второму стационарному решению. Теорема доказана.

Обратим внимание, что при $A_1=A_2$ из (19) следует, что остаточное количество дефектов в ПС всегда равно F_{10}. Это свидетельствует об общем характере поведения ПС при $k=A_2/A_1=1$ для любых начальных условий и любых значений коэффициентов A_1 и A_2.

Из сказанного можно сделать два вывода.

1. Разделение дефектов, имеющихся в ПС, на первичные и вторичные является чисто условным. В любой момент времени это количество равно $f_1(t)+f_2(t)$, причем выявить отдельно первичные и отдельно вторичные дефекты в этой сумме не представляется возможным.
2. Неизменность остаточного количества дефектов в ПС при $k=1$ соответствует здравому смыслу, что еще раз подтверждает справедливость теории динамики программных систем.

5. Модели надежности в свете теории динамики программных систем

Теория динамики ПС позволяет подвести теоретический базис под существующие МНПО.

Из уравнения (4) следует, что количество дефектов в программной системе с одной степенью свободы изменяется во времени по экспоненциальному закону. Обращаясь к существующим МНПО можно предположить, что все модели, у которых закон изменения интенсивности или частоты отказов экспоненциален, на самом деле суть следствие общей теории динамики ПС.

На основании теории динамики программных систем предлагается следующая классификация известных МНПО.

1. Динамические – модели, в которых зависимость интенсивности отказов от времени является экспоненциальной. Все эти модели следуют непосредственно из изложенной теории динамики ПС.
2. Статистические – модели, в которых интенсивность отказов определяется на основании разного вида статистических распределений. Они напрямую не следуют из теории динамики ПС, но тесно с ней связаны.
3. Эмпирические – модели, в которых интенсивность отказов по сути аппроксимируется каким-либо аналитическим выражением с последующим подбором коэффициентов. Эти модели далеки от понимания и использования реальных законов, описывающих выявление дефектов в ПС.

Распределение МНПО в соответствии с предложенной классификацией представлено на рис. 5.

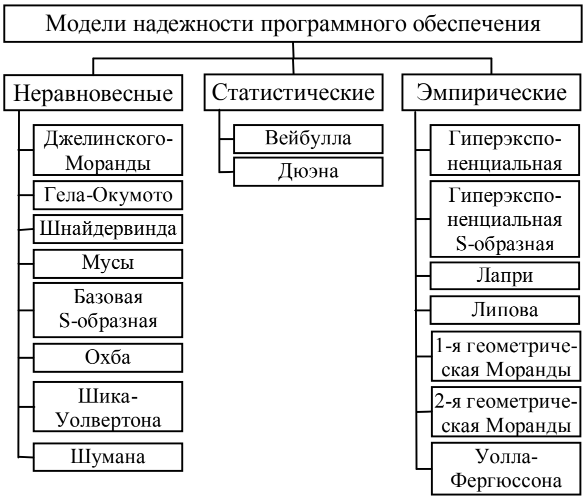

Рис. 5. Классификация МНПО по отношению к теории динамики программных систем

Гиперэкспоненциальная модель, предложенная М. Охба [12], не смотря на то, что ее математическое выражение представляет собой сумму нескольких экспонент, отнесена в этой классификации к числу эмпирических моделей. Это связано с главной идеей данной модели – все дефекты по степени серьезности произвольно делятся на несколько классов, каждый из которых учитывается отдельной экспонентой. Такое деление является чисто условным и не может быть строго обосновано. Поэтому применение модели требует эмпирического подбора коэффициентов при экспонентах в каждом конкретном случае.

То же можно отметить и для гиперэкспоненциальной S-образной модели.

Причинами отнесения модели Лапри к классу эмпирических являются, во-первых, сложное математическое выражение интенсивности отказов в виде отношения экспонент, и, во-вторых, попытка разделения дефектов на группы (серьезные и тривиальные).

Выражение интенсивности отказов в модели Липова имеет степенной вид, однако основанием степени в общем случае не является число Эйлера. Это дает основание для отнесения модели к классу эмпирических. На этом же основан к классу эмпирических отнесены первая и вторая геометрические модели Моранды.

В степенной модели Уолла-Фергюссона [13] вводится, но не поясняется понятие «отлаженности» программного обеспечения, а интенсивность отказов вычисляется на основе нескольких эмпирических коэффициентов.

6. Выводы и нерешенные проблемы

В настоящей работе изложены основы теории динамики программных систем. Показано, что из приведенной теории непосредственно следуют все наблюдаемые и ожидаемые закономерности выявления ошибок в ПС. Динамика ПС может выступать в качестве единой теоретической базы для многих моделей надежности, что позволило ввести их новую классификацию.

Одновременно с этим следует отметить интересные и не решенные пока проблемы.

Первая проблема связана с постулатом непрерывности. Он введен при условии того, что число дефектов в ПС достаточно велико. Однако при этом сразу возникает вопрос относительно минимального критического количества дефектов, при котором постулирование непрерывности потока будет справедливым. Очевидно, что для любой ПС всегда можно указать такое число дефектов, при котором уже нельзя пренебречь случайным выявлением каждого дефекта. Именно поэтому введенные в классификацию МНПО статистические модели можно рассматривать как продолжение динамических при уменьшении количества дефектов ниже критического. Интересным представляется установление аналитической зависимости между таким критическим уровнем остаточных дефектов в ПС и ее параметрами.

Вторая проблема связана с исследованием вопросов устойчивости ПС. Интуитивно понятно, что система будет устойчива к случайным возмущениям (внесению достаточно большого количества вторичных дефектов) при $k < 1$. Однако, при значениях k близких к единице, устойчивость может быть потеряна. Этот факт должен служить предметом дополнительного математического исследования.

Третья, связанная с предыдущей проблема, сводится к выявлению аттракторов в фазовом пространстве уравнений (7) при разных значениях коэффициента k. Понятно, что при $k < 1$ таким аттрактором автоматически будет являться начало координат. Однако, при $k = 1$, как следует из теоремы о стационарных решениях, возможно появление еще одного аттрактора. Этот факт надо доказать и изучить его последствия.

Четвертая проблема связана с интерпретацией совершенно неочевидного факта, показанного на рис. 2. Даже при условии, что в ПС вносится большее количество дефектов, чем исправляется ($k > 1$), на начальных этапах количество выявленных дефектов все равно будет уменьшаться. Это говорит о том, что уменьшение со временем количества выявленных дефектов само по себе не может свидетельствовать об уменьшении количества дефектов, оставшихся в ПС. Это количество, как видно из рис. 4, при $k > 1$ будет неуклонно возрастать.

Пятая проблема связана с физической интерпретацией и определением дефектоемкости и коэффициентов проводимости. Представляется, что полезными здесь могут быть результаты, полученные в монографии [14], посвященной энергетическому подходу к анализу программного обеспечения

Следующая, шестая проблема, заключается в необходимости разработки математических методов определения значений F_{10}, A_1 и A_2 на основании ряда экспериментально полученных значений $f_1(t)$. Это позволит осуществлять прогнозирование дальнейшего количества выявленных дефектов, что создаст основу для планомерного распределения человеческих и финансовых ресурсов, необходимых для создания надежного программного обеспечения.

Литература

1. Скляр, В.В. Оценка качества и экспертиза программного обеспечения. Лекционный материал [Текст] / В.В. Скляр; под ред. В.С. Харченко. – Мин-во образования и науки Украины, Нац. аэрокосмический университет им. Жуковского Н.Е. «ХАИ». – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2008. – 204 с.

2. Lyu, M.R. Handbook of Software Reliability Engineering [Текст] / M.R. Lyu. – London: McGraw-Hill, 1996. – 805 p.

3. Харченко, В.С. Методы моделирования и оценки качества и надежности программного обеспечения [Текст]: учеб. пособие / В.С. Харченко, В.В. Скляр, О.М. Тарасюк. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2004. – 159 с.

4. Эткин, В.А. К единой теории реальных процессов [Электронный ресурс] / В.А. Эткин. –Режим доступа к журналу : http://zhurnal.lib.ru/e/etkin_w_a/kedinoyteoriirealnychprozessov.shtml. 15.01.2011 г.

5. Маєвський, Д.А. Структурна динаміка програмних систем та прогнозування їх надійності при наявності вторинних дефектів [Текст] / Д.А. Маєвський // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2010. – № 3 (44). – С. 103–109.

6. Кеплен, С.Р. Биоэнергетика и линейная термодинамика необратимых процессов (стационарное состояние) [Текст]: пер. с англ. / С.Р. Кеплен, Э.Эссинг. – М.: Мир, 1986. – 384 с.

7. Руденко, А.А. Модели оценки надежности программных средств с учетом недетерминированного числа вторичных дефектов [Текст] / А.А. Руденко, О.Н. Одарущенко, В.С. Харченко // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2010 – № 6(47). – С. 197 – 203.

8. Эткин, В.А. Термокинетика (термодинамика неравновесных процессов переноса и преобразования энергии) [Текст]: учебн. пос. для вузов. / В.А. Эткин. – 2-е изд., перераб. и допе. – Тольятти, 1999. – 216 с.

9. Пригожин, И. Введение в термодинамику необратимых процессов [Текст] / И. Пригожин. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 216 с.

10. Onsager, L., Reciprocal relations in irreversible processes [Текст] / L. Onsager // Phys. Rev.. – 1931. – V. 37. – P. 405.

11. Арнольд, В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Текст] / В.И. Арнольд. – Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000. – 368 с.

12. Ohba, M. Software Reliability Analysis Models [Текст] / M. Ohba // IBM Journal of Research and Development. July 1984. – Vol. 21, no. 4, – P. 428 – 443.

13. Wall, J.K. Pragmatic software reliability prediction [Текст] / J.K .Wall, P.A. Ferguson // Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symp. – 1977. – P. 485 – 488.

14. Мищенко, В.О. Энергетический анализ программного обеспечения с примерами реализации для Ада-программ [Текст] / В.О. Мищенко. – Х.: ХНУ им. В.Н. Каразина, 2007. – 119 с.

Поступила в редакцию 20.05.2011

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой компьютерных систем и сетей В.С. Харченко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ДИНАМІКА ПРОГРАМНИХ СИСТЕМ ТА МОДЕЛІ ЇХ НАДІЙНОСТІ

Д.А. Маєвський

У статті викладаються основні положення теорії динаміки програмних систем. Теорія розглядає помилки, що виникають при експлуатації програмних систем як результат дії прямого і зворотного потоків дефектів. Виводяться співвідношення, що дозволяють прогнозувати кількість виявлених і внесених в систему помилок та відкривають можливість моделювання надійності програмних систем на підставі поняття потоків дефектів. Показано, що більшість існуючих моделей надійності програмного забезпечення витікають з положень динаміки програмних систем. Запропоновано вирішення проблеми вторинних помилок як потоку вторинних дефектів, який спрямований із зовнішнього середовища в програмну систему.

Ключові слова: надійність систем, моделі надійності програмного забезпечення, дефекти програмного забезпечення, динамічні системи.

DYNAMICS OF PROGRAMMING SYSTEMS AND THEIR RELIABILITY MODELS

D.A. Maevsky

The substantive provisions of theory of dynamics of the programmatic systems are expounded in the article. A theory examines arising up during exploitation of the programmatic systems of error as a result of action direct and reverse threads of bugs. Correlations allowing to forecast the amount of the errors educed and brought in the system and opening possibility designs of reliability of the programmatic systems on the basis of concept of threads of bugs hatch. It is shown that most existent models of reliability of software follow from positions of dynamics of the programmatic systems. Solution of problem of secondary errors is offered as a thread of secondary bugs, that is directed from an environment in the programmatic system.

Key words: reliability of the systems, models of reliability of software, software failures, programming defects.

Маевский Дмитрий Андреевич – канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой теоретических основ и общей электротехники Одесского национального политехнического университета, Одесса, Украина, e-mail: toe-onpu@ukr.net