

УДК: 004.655

Л.М. СІЛЬВЕЙСТРУК

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Україна

## БАГАТОСТОРОННІ ЗВ'ЯЗКИ В РОЗШИРЕНІЙ МОДЕЛІ „СУТНІСТЬ-ЗВ'ЯЗОК”

В роботі розглядаються та уточнюються наступні елементи розширеної моделі „сутність-зв'язок”: тип зв'язку суперклас/підклас, тип зв'язку isa. Уточнені поняття базових типів обмеження кардинальності для багатосторонніх типів зв'язків введенням операторів *min*, *max*, *top*. При розгляді моделі „сутність-зв'язок”, особлива увага приділяється обмеженням, які застосовують до її елементів. Одне з таких обмежень – кардинальність. Тип зв'язку isa є бінарним типом зв'язку „один до одного” і його уточнення здійснюється за допомогою відношень за загальною схемою.

**Ключові слова:** розширена модель „сутність-зв'язок”, тип зв'язку, тип зв'язку суперклас/підклас, тип зв'язку isa, обмеження кардинальності, кардинальність „дивитися через”, кардинальність участі.

### Вступ

Представлення інформації про предметну область пов'язано з моделюванням даних. На сьогодні існують різні моделі даних, які мають свої переваги та недоліки, і кожна з моделей має свою область застосування. Однією з найпопулярніших концептуальних моделей даних є модель „сутність-зв'язок” або ER-модель (Entity-Relationship model).

Розширена модель „сутність-зв'язок” (Enhanced Entity-Relationship model) або EER-модель з'являється у 1980-х роках у результаті введення в модель „сутність-зв'язок” категорії абстракції [1, 2]. Розширена модель „сутність-зв'язок” має засоби для безпосередньої підтримки об'єктно-орієнтованих концепцій. Дана модель включає всі поняття моделі „сутність-зв'язок” та власні поняття.

Одна з переваг даних моделей – це підтримка багатосторонніх зв'язків, які несуть глибше смислове навантаження ніж бінарні зв'язки.

У роботі розглядаються багатосторонні зв'язки, обмеження кардинальності багатосторонніх типів зв'язків та їх уточнення. Окремо розглядаються типи зв'язків суперклас/підклас та isa.

Відповідно до уточнень Чена, тип сутності (entity type) інтерпретується як множина, а сутність (entity) – як елемент цієї множини. Надалі тип сутності позначається звичайними літерами, а відповідна множина – жирними літерами (наприклад, тип сутності E інтерпретується як множина E). Тип зв'язку (relationship type) R, який заданий на типах сутностей  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , інтерпретується як n-арне відношення R на множинах  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , причому  $R \subseteq E_1 \times E_2 \times \dots \times E_n$ . На типах сутностей ніякого

порядку нема, а в декартовому добутку порядок множин, що інтерпретують типи сутностей, суттєвий. Отже, стаючи на теоретико-множинну платформу для уточнення, треба насильно вводити іррелевантну інформацію. Слід зауважити, що результати насправді не залежать від порядку на типах сутностей.

### 1. Обмеженнями кардинальності: сучасний стан

При розгляді моделі „сутність-зв'язок”, особлива увага приділяється обмеженням, які застосовують до її елементів. Одне з таких обмежень – кардинальність (cardinality). Обмеження кардинальності (cardinality constraints) застосовують до типів зв'язків; існує декілька різновидів вказаних обмежень, які можна знайти, наприклад, у роботах Ферга (Ferg) [3], Тхелхеїма (Thalheim) [4], Лензеріні (Lenzerini) і Сантуккі (Santucci) [5].

Обмеження кардинальності, в залежності від так званих базових типів обмежень кардинальності та концепцій відображення значень обмежень кардинальності, можна розглядати у розрізі наступних типів:

- *min* та *max* обмежень кардинальності (обмежена кардинальність);
- *min* та *max* обмежень кардинальності (необмежена кардинальність);
- *top* обмеження кардинальності.

В літературі найчастіше зустрічаються два наступні різновиди обмежень кардинальності: кардинальність „дивитися через” (look across cardinality) [6] та кардинальність участі (participation cardinality) [3].

Кардинальність „дивитися через” – параметричне поняття (параметром виступає один з типів сутностей), яке залежить від зв’язків типу зв’язку для будь-якої комбінації сутностей, що належать решті типів сутностей даного типу зв’язку.

Кардинальність участі – параметричне поняття (параметром виступає один з типів сутностей), яке залежить від зв’язків типу зв’язку для будь-якої сутності, що належить типу-параметру.

Розглядаючи дані види обмежень кардинальності (обмеження кардинальності „дивитися через” та обмеження кардинальності участі) цікаво знайти логічний зв’язок між ними або показати, що його не має. В роботі [7] Хартман (Hartmann) висловив декілька спостережень щодо даних логічних зв’язків та розглянув конкретні приклади, які їх ілюструють.

Різниця між даними підходами до обмежень кардинальності очевидна, коли розглядаються багатосторонні типи зв’язків; для бінарних типів зв’язків різниця полягає у питанні виду, тобто ці два підходи співпадають (див., наприклад, [7, 3]). Тому Ферг у роботі [3] запропонував розглядати для бінарних типів зв’язків єдиний вид обмежень кардинальності – просту кардинальність (common cardinality).

Проста кардинальність, змістовно кажучи, задає кількість зв’язків для кожної сутності типу сутності даного типу зв’язку; якщо казати більш точно, то ця кардинальність задає кількість сутностей, асоційованих з фіксованою сутністю.

У роботі [8] подана низка тверджень про зв’язки між значеннями обмежень кардинальності для двох підходів – „дивитися через” та участі (твердження обґрунтовуються за допомогою нижче поданих уточнень обмежень кардинальності):

– встановлено логічні зв’язки між значеннями:  $\min$  та  $\text{тор}$  обмеження кардинальності для підходів „дивитися через” і участі та обґрунтована необхідність їх одночасного використання; обмеження кардинальності для обмеженої та необмеженої кардинальності та показано, що за допомогою  $\min$  і  $\text{max}$  обмеження кардинальності для необмеженої кардинальності можна виразити інші базові типи обмеження кардинальності; обмежень кардинальності для бінарних та багатосторонніх типів зв’язків при підходах „дивитися через” і участі та показано, що дані підходи принципово різні при розгляді тільки багатосторонніх типів зв’язків;

– встановлено логічні зв’язки між значеннями операторів  $\min, \text{max}$  на взаємоінверсних бінарних відношеннях (отриманий аналогічний результат для багатосторонніх типів зв’язків). На основі отриманих результатів показано, що немає логічного зв’язку між значеннями операторів  $\min, \text{max}$  на вихідному бінарному та оберненому відношеннях

(між значеннями  ${}^1\min_i(E_1, \dots, E_{i-1}, E_{i+1}, \dots, E_n; R)$ ,  ${}^1\max_i(E_1, \dots, E_{i-1}, E_{i+1}, \dots, E_n; R)$  та  ${}^2\min_i(E_i; R)$ ,  ${}^2\max_i(E_i; R)$ ): для довільного розподілу значень операторів існує відношення, на якому ці значення досягаються.

Необхідно зазначити, що в доступній російсько- та україномовній літературі, на жаль, кардинальність „дивитися через” та кардинальність участі чітко не розрізняються. Тобто, як правило, автори розглядають обмеження кардинальності тільки для бінарних типів зв’язків або розглядають лише один з підходів для багатосторонніх типів зв’язків

## 2. Обмеженнями кардинальності: уточнення

Обмеження кардинальності типів зв’язків уточнюються на мові теорії відношень. В роботах [8, 9, 10, 11, 12] були розглянуті та уточненні наступні поняття:  $\text{max}$  обмеження кардинальності (обмежена кардинальність),  $\text{тор}$  обмеження кардинальності і  $\min$  та  $\text{max}$  обмеження кардинальності (необмежена кардинальність); в роботах [8, 9] ці поняття для бінарних типів зв’язків мають такі назви відповідно – показник кардинальності, ступінь участі сутності в зв’язку і структурні обмеження вигляду ( $\min, \text{max}$ ).

Всі невизначені тут поняття можна знайти у роботах [8, 9, 10, 11, 12].

Якщо типи сутностей  $E_1, E_2, \dots, E_n$  інтерпретуються як множини  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , а тип зв’язку  $R$ , заданий на типах сутностей  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , як  $n$ -арне відношення  $R$ , причому  $R \subseteq E_1 \times E_2 \times \dots \times E_n$ , то базові типи обмежень кардинальності формалізуються за допомогою функціональності відношення за  $i$ -тою компонентою ( $\text{max}$  обмеження кардинальності, концепція обмеженої кардинальності), найменшої та найбільшої потужності повних образів одноелементних множин, побудованих певним чином на основі  $n$ -арного відношення ( $\min$  та  $\text{max}$  обмеження кардинальності, концепція необмеженої кардинальності), проекції відношення ( $\min$  обмеження кардинальності, концепція обмеженої кардинальності) та  $\text{тор}$  обмеження кардинальності).

Далі дані уточнення розглянуто детальніше.

Функціональність за  $i$ -ою компонентою  $n$ -арного відношення  $R$  зведено до функціональності деякого бінарного відношення. А саме,  $n$ -арне відношення  $R$  представляється у вигляді бінарного відношення виду

$${}^1R_i \subseteq (E_1 \times \dots \times E_{i-1} \times E_{i+1} \times \dots \times E_n) \times E_i$$

(для кардинальності „дивитись через”),

$$\text{де } {}^1R_i \stackrel{\text{def}}{=} \{ \langle \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle, e_i \rangle \mid \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_i, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \in R \} \quad (1)$$

$i$  розглядається функціональність першого роду за  $i$ -тою компонентою; або бінарного відношення

${}^2R_i \subseteq E_i \times (E_1 \times \dots \times E_{i-1} \times E_{i+1} \times \dots \times E_n)$  (для кардинальності участі), де

$${}^2R_i \stackrel{\text{def}}{=} \{ \langle e_i, \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \rangle \mid \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_i, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \in R \} \quad (2)$$

$i$  розглядається функціональність доугого роду за  $i$ -тою компонентою.

Очевидно, що  $n$ -арне відношення  $R$  на множинах функціональне за  $i$ -тою компонентою (першого або другого роду) тоді і тільки тоді, коли відповідне бінарне відношення функціональне,  $i = 1, \dots, n$ .

Випадок, коли вихідне відношення  $R$  бінарне, потребує деяких пояснень: одноелементний кортеж отожднюється з самим елементом (тобто кортеж  $\langle e \rangle$  з елементом  $e$ ), тоді отримуються рівності  ${}^1R_1 = R^{-1}$ ,  ${}^1R_2 = R$ ,  ${}^2R_2 = R^{-1}$  та  ${}^2R_1 = R$ .

Повний образ одноелементної множини  $\{ \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \}$  відношення  ${}^1R_i$  позначено через  ${}^1R_i[e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n]$ , а множини потужностей повних образів всіх комбінацій елементів множин  $E_1, E_2, \dots, E_{i-1}, E_{i+1}, \dots, E_n$  через  ${}^1Im_i(R)$ ; згідно з означеннями повного образу та відношення  ${}^1R_i$  і множини потужностей повних образів отримуються рівності

$${}^1R_i[e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n] = \{ e_i \mid \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_i, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \in R \} \quad (3)$$

$${}^1Im_i(R) \stackrel{\text{def}}{=} \{ R[e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n] \mid e_1 \in E_1 \wedge \dots \wedge e_{i-1} \in E_{i-1} \wedge e_{i+1} \in E_{i+1} \wedge \dots \wedge e_n \in E_n \} \quad (4)$$

В подальших конструкціях припускається, що множини  $E_1, E_2, \dots, E_i, \dots, E_n$  не більш ніж злічені, а всі повні образи одноелементних множин (кортежів) скінченні; з огляду на фінітність всіх об'єктів такі обмеження є природними. Очевидно, що коли відношення  $R$  непорожнє, то і введена множина непорожня також. Зрозуміло, що  ${}^1Im_i(R)$  – непорожня підмножина натуральних чисел, скінченна (тобто обмежена зверху) або нескінченна (тобто необмежена зверху). В будь-якому випадку ця множина має найменший елемент, якій позначено як

${}^1\min_i(R)$ . Найбільшого ж елементу множина  ${}^1Im_i(R)$  може і не мати, тому введено наступне означення, в якому  $\infty$  – деякий елемент, що не належить множині натуральних чисел:

$${}^1\max_i(R) = \begin{cases} \text{найбільший елемент множини } {}^1Im_i(R), \\ \text{якщо } {}^1Im_i(R) \text{ скінченна множина;} \\ \infty, \text{ інакше.} \end{cases}$$

Безпосередньо з означень випливають рівності  ${}^1\min_i(R) = \prod {}^1Im_i(R)$ ,  ${}^1\max_i(R) = \coprod {}^1Im_i(R)$ , де символи  $\prod$ ,  $\coprod$  використовуються для позначення інфімумів та супремумів відповідно в повній решітці  $\langle N', \leq \rangle$ , яка отримується поповненням множини натуральних чисел  $N$  з стандартним порядком  $\leq$  найбільшим елементом  $\infty$ , де  $N' \stackrel{\text{def}}{=} N \cup \{ \infty \}$ .

Аналогічно вводяться поняття повного образу  ${}^2R_i[e_i]$  одноелементної множини  $\{ e_i \}$  відношення  ${}^2R_i$  та множини потужностей повних образів всіх елементів множини  $E_i$  –  ${}^2Im_i(R)$ , де

$${}^2R_i[e_i] = \{ \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \mid e_i \in E_i \left( \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_i, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \in R \right) \} \quad (5)$$

$${}^2Im_i(R) \stackrel{\text{def}}{=} \{ \left| {}^2R_i[e_i] \right| \mid e_i \in E_i \} \quad (6)$$

Найменша та найбільша потужність повних образів одноелементних множин означаються так:

$${}^2\min_i(R) = \prod {}^2Im_i(R), \quad {}^2\max_i(R) = \coprod {}^2Im_i(R).$$

Проекції відношень першого та другого роду за  $i$ -тою компонентою ( ${}^1\pi_i^n(R)$  та  ${}^2\pi_i^n(R)$ ) визначаються наступним чином

$${}^1\pi_i^n(R) \stackrel{\text{def}}{=} \{ \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \mid \exists e_i \left( \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_i, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \in R \right) \} \quad (7)$$

$${}^2\pi_i^n(R) = \{ e_i \mid \exists e_1, \dots, \exists e_{i-1}, \exists e_{i+1}, \dots, \exists e_n \left( \langle e_1, \dots, e_{i-1}, e_i, e_{i+1}, \dots, e_n \rangle \in R \right) \} \quad (8)$$

Для бінарних відношень проекції першого та другого роду пов'язані рівностями (звісно, за умови отожднення одноелементних кортежів з самими компонентами):

$${}^1\pi_1^2(R) = \pi_2^2(R), \quad {}^1\pi_2^2(R) = \pi_1^2(R),$$

$${}^1\pi_1^2(R) = {}^2\pi_2^2(R), \quad {}^1\pi_2^2(R) = {}^2\pi_1^2(R).$$

### 3. Типи зв'язків суперклас/підклас та isa

В розширеній моделі „сутність-зв'язок” виділяють окремі види зв'язків:

– тип зв'язку суперклас/підклас (superclass/subclass relationship type) – це тип зв'язку між типом сутності суперклас та його типами сутностей підклас;

– тип зв'язку isa (isa relationship type) – це тип зв'язку суперклас/підклас між типом сутності суперклас та його (одним з багатьох, взагалі кажучи) типом сутностей підклас.

Тип зв'язку суперклас/підклас є  $(n+1)$ -арним типом зв'язку (тобто це тип зв'язку між одним типом сутності суперклас та його  $n$  типами сутностей підклас), де  $n \geq 1$ .

Уточнення типу зв'язку суперклас/підклас між типами сутностей  $E, E_1, E_2, \dots, E_n$  проводиться в два етапи: визначення серед типів єдиного суперкласа (нехай для визначеності  $E$ , решта типів є підкласами) та співставлення типам  $E, E_1, E_2, \dots, E_n$  множин  $E, E_1, E_2, \dots, E_n$  відповідно, причому множини  $E_1, E_2, \dots, E_n$  формують покриття множини  $E$  або її власної підмножини.

Тип зв'язку isa є бінарним типом зв'язку „один до одного” (1:1) і його уточнення здійснюється за допомогою відношень за загальною схемою.

Згідно попередніх уточнень бінарний тип зв'язку уточнюється за допомогою бінарного відношення, тому тип зв'язку isa інтерпретується як тотожне відношення вигляду  $\Delta_{E_1} = \{ \langle e, e \rangle \mid e \in E_1 \}$  (діагональ на множині  $E_1$ ).

Нагадаємо, max обмеження кардинальності (простой, обмежена кардинальність) пов'язане з функціональністю бінарних відношень; в даному випадку бінарний тип зв'язку буде виду „один до одного”, оскільки відповідне відношення та обернене до нього відношення функціональні. Дійсно, тотожне відношення та обернене до нього (яке співпадає з вихідним відношенням) є функціональними, тобто тип зв'язку isa – це дійсно бінарний тип зв'язку „один до одного”.

На типи зв'язків суперклас/підклас та isa накладаються обмеження кардинальності, але при цьому необхідно враховувати наступне:

– тор обмеження кардинальності усіх типів сутностей підклас, які є учасниками типу зв'язку суперклас/підклас, обов'язкове (відповідно, мінім обмеження кардинальності участі типу сутності підклас при концепціях обмеженої та необмеженої кардинальності дорівнює одиниці);

– тор обмеження кардинальності типу сутності підклас типу зв'язку isa обов'язкове (відповідно, мінім обмеження простої кардинальності типу сутності підклас при концепціях обмеженої та необмеженої кардинальності дорівнює одиниці).

### Висновок

В роботі розглянуто та уточнено наступні елементи моделі „сутність-зв'язок” та розширеної моделі „сутність-зв'язок”: тип зв'язку, тип зв'язку суперклас/підклас, тип зв'язку isa. Уточнені поняття базових типів обмеження кардинальності для багатосторонніх типів зв'язків введенням операторів min, max, тор.

### Література

1. Elmasri R. *The category concept: An extension to the entity-relationship model* / R. Elmasri, A. Hevner, J. Weldreyer // *Data & Knowledge Engineering*. – 1985. – Vol. 1, No. 1. – P. 75-116.
2. Navathe S. *A methodology for database schema mapping from extended entity relationship models into the hierarchical model* / S. Navathe, A. Cheng // *Entity-Relationship Approach to Software Engineering: International conference, October 10-15, 1983*. – Anaheim, California, 1983. – P. 12-20.
3. Ferg S. *Cardinality concepts in entity-relationship modeling* / S. Ferg // *Entity-Relationship Approach: international conference, October 23-25, 1991*. – San Mateo, California. – 1991. – P. 1-30.
4. Thalheim B. *Fundamentals of cardinality constraints* / B. Thalheim // *Entity-Relationship Approach: international conference, October 7-9, 1992*. – Karlsruhe, Germany, 1992. – P. 7-23.
5. Lenzerini M., Santucci G. *Cardinality constraints in the entity-relationship model* // *Proceeding of the International Conference on the Entity-Relationship Approach to Software Engineering*. – 1983. – P. 529-549.
6. Chen P.P. *The entity-relationship model – towards a unified view of data* / P.P. Chen // *ACM Transactions on Database Systems*. – March 1976. – Vol. 1, No. 1. – P. 9-36.
7. Hartmann S. *Reasoning about participation constraints and Chen's constraints* / S. Hartmann // *Conferences in Research and Practice in Information Technology*. – 2003. – Vol. 17. – P. 8-16.
8. Сільвейструп Л.М. *Формалізація моделі „сутність-зв'язок”: типи сутностей, типи зв'язків та їх обмеження: дисертація кандидата фізико-математичних наук: 01.05.03 – математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин та систем* / Л.М. Сільвейструп – К., 2009. – 176 с.

9. Буй Д.Б. Модель „сутність-зв'язок”: формалізація сутностей та зв'язків / Д.Б. Буй, Л.М. Сільвейструк // Вісник Київського університету. Сер.: фіз.-мат. науки. – 2006. – Вип. 3. – С. 143-152.

10. Буй Д.Б. Уточнення обмежень кардинальності типу зв'язку у моделі „сутність-зв'язок” / Д.Б. Буй, Л.М. Сільвейструк // *Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development: international conference, September 22-26, 2008: abstracts.* – К., 2008. – С. 10-15.

11. Сільвейструк Л.М. Обмеження кардинальності типу зв'язку у моделі „сутність-зв'язок” / Л.М. Сільвейструк // *Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики, 23-25 вересня 2008.* – Львів, 2008. – С. 119.

12. Сільвейструк Л.М. Схема доведення основної теореми про властивості операторів  $\min$ ,  $\max$  в формалізації ER-моделі / Л.М. Сільвейструк // *Theoretical and Applied Aspects of Program Systems Development: international conference, 4-9 September 2007, Berdyansk, Ukraine.* – К., 2007. – Р. 229-234.

Надійшла в редакцію 3.03.2010

**Рецензент:** д-р фіз.-мат. наук, ст. наук. співр. науково-дослідного НДС «Проблем програмування», заст. декана з наукової роботи факультету кібернетики Д.Б. Буй, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ, Україна.

### МНОГОСТОРОННИЕ СВЯЗИ В РАСШИРЕННОЙ МОДЕЛИ «СУЩНОСТЬ-СВЯЗЬ»

*Л.М. Сильвейструк*

В работе рассматриваются и уточняются следующие элементы расширенной модели «сущность-связь»: тип связи суперкласс / подкласс, тип связи isa. Уточнены понятия базовых типов ограничения кардинальности для многосторонних типов связей введением операторов  $\min$ ,  $\max$ ,  $\text{top}$ . При рассмотрении модели «сущность-связь», особое внимание уделяется ограничениям, которые применяют к ее элементам. Одно из таких ограничений - кардинальность. Тип связи isa является бинарным типом связи «один к одному» и его уточнения осуществляется посредством отношений по общей схеме.

**Ключевые слова:** расширенная модель «сущность-связь», тип связи, тип связи суперкласс / подкласс, тип связи isa, ограничения кардинальности, кардинальность "смотреть через", кардинальность участия.

### MULTIWAY RELATIONSHIPS OF EXTENDED ENTITY-RELATIONSHIP MODEL

*L.M. Silveystruk*

In the paper the constraints and formalization the followings elements of the extended entity-relationship model are superclass/subclass relationship type, isa relationship type. Basic types notions of cardinality constraints for multilateral relations types were formalized introductions of operators  $\min$ ,  $\max$ ,  $\text{top}$ . When considering model cutnist-Communications, emphasis restrictions applying to its elements. One such limit – cardynality. isa type of communication is the type of binary relation "to each other and its improvement by using relations for the overall scheme.

**Keywords:** the extended entity-relationship model, relationship type, superclass/subclass relationship type, isa relationship type, cardinality constraints, cardinality constraints, look across cardinality, participation cardinality.

**Сільвейструк Людмила Миколаївна** – канд. фіз.-мат. наук, мол. наук. співр. НДС «Проблем програмування» факультету кібернетики, Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, Київ, Україна, e-mail: slm-klm@ukr.net.