

УДК 62-192:519.2

Е.Н. МАЩЕНКО, О.В. ИВАНЧЕНКО, Н.В. СМАХАШЕВА

*Севастопольский национальный технический университет, Украина***АНАЛИТИКО-СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ  
ТЕХНИЧЕСКИМ СОСТОЯНИЕМ ИЗДЕЛИЙ КРИТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ**

*Изложен порядок разработки и построения математической модели управления техническим состоянием изделия критического применения (ИКП) с учетом различных режимов функционального контроля и эксплуатации. Разработана аналитико-стохастическая модель. Выполнен расчет надежностных характеристик функционирования ИКП. Представлены соответствующие графики зависимости в различных режимах. Получены соотношения для расчета значений комплексных показателей надежности, которые целесообразно использовать для численного обоснования требований к гарантоспособности ИКП.*

**Ключевые слова:** изделия критического применения, контроль технического состояния, техническое обслуживание по состоянию, комплексный показатель надежности.

**Постановка проблемы**

Существует широкий класс изделий, при оценке эффективности использования по назначению которых учитываются различные критические ситуации, возникающие вследствие реализации различного рода рисков и угроз. Такого рода изделия относят к классу изделий критического применения (ИКП). В качестве ИКП можно рассматривать системы управления обеспечения безопасности атомных электростанций, радиолокационные комплексы национального космического агентства, изделия военного назначения и т.д.

Одной из важнейших задач, возникающих в процессе эксплуатации ИКП, является обеспечение требуемого уровня их гарантоспособности [1]. Решить эту задачу представляется возможным посредством управления техническим состоянием ИКП. Для этого необходим комплексный подход к решению вопросов как организации, проведения всех видов технического обслуживания и ремонта, так и по их информационному обеспечению с помощью реализации различных режимов функционального контроля или контроля технического состояния (КТС).

Безусловно, базовой основой для проектирования интегрированных систем КТС (далее, систем контроля) являются соответствующие модели, которые учитывают различные технические состояния, режимы функционирования как самого изделия, так и его системы контроля.

Однако, большинство известных на сегодняшний день моделей, которые используются для решения аналогичных задач, являются марковскими.

Существенным недостатком таких моделей, ограничивающим их использование, является предположение об экспоненциальном распределении входного потока и длительности обслуживания. Это ограничение можно снять, если воспользоваться методами теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством [2].

**Цель работы** заключается в построении математической модели управления техническим состоянием изделий критического применения с различными режимами функционального контроля и использовании базовых соотношений предложенной модели для расчета комплексных показателей надежности.

**Изложение основного материала**

Специфика эксплуатации ИКП и учет условий возникновения их отказов позволяет рассматривать предлагаемую модель как полумарковскую. Построение модели традиционно начнем с описания начальных состояний ИКП и задания законов распределения наработки на отказ.

Предположим, что в начальный момент времени ИКП находится в работоспособном состоянии (РС), контроль не производится, восстановление работоспособности, техническое обслуживание по состоянию не производится. Кроме того, зададим следующие исходные данные:

- 1) время наработки на отказ – случайная величина (СВ)  $\alpha_1$  с произвольной функцией распределения (ФР)  $F_1\{\alpha_1 \leq t\}$ ;
- 2) время восстановления работоспособности – СВ  $\alpha_2$  с произвольной ФР  $F_2\{\alpha_2 \leq t\}$ ;

3) интервал времени от выключения до включения системы контроля – СВ  $\beta_1$  с произвольной ФР  $G_1\{\beta_1 \leq t\}$ ;

4) длительность контроля до обнаружения отказа – СВ  $\beta_2$  с произвольной ФР  $G_2\{\beta_2 \leq t\}$ .

5) случайные величины  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания и дисперсии;

6) у функций распределения  $F_i(t), G_i(t)$  существуют плотности  $f_i(t), g_i(t), i = 1, 2$ .

Для упрощения будем считать, что восстановление работоспособности начинается мгновенно по завершении контроля. Будем также считать, что время наработки на отказ не превышает периода контроля (под периодом понимается сумма интервалов времени от выключения до включения системы контроля и длительности контроля до обнаружения отказа). Далее будем полагать, что через время  $\alpha_1$  происходит переход ИКП в состояние отказа. Через время  $\beta_1$  включается система контроля, контроль длится время  $\beta_2$ . Во время включения системы контроля возможны следующие ситуации:

– отказ ИКП не наступил, но через некоторое время  $x_1 < \beta_2$  произойдет отказ;

– отказ ИКП наступил и через время  $\beta_2$  начинается восстановление; контроль продолжается до возврата ИКП в РС, через время  $\alpha_2$  ИКП возвращается в работоспособное состояние.

Определим следующие характеристики:  $\lambda_1$  – интенсивность отказов;  $M\alpha_1 = 1/\lambda_1$  – среднее время наработки на отказ;  $\lambda_2$  – интенсивность восстановления;  $M\alpha_2 = 1/\lambda_2$  – среднее время восстановления;  $\mu_1$  – интенсивность контроля;  $M\beta_1 = 1/\mu_1$  – среднее время от окончания до начала контроля;  $\mu_2$  – интенсивность длительности контроля до обнаружения отказа;  $M\beta_2 = 1/\mu_2$  – средняя длительность контроля до обнаружения отказа.

Введем следующую кодировку состояний:  $\bar{i} \bar{j} \bar{k} \bar{x} \bar{y}$ , где  $\bar{i}$  – индикатор состояния отказа ИКП:  $\bar{i} = 0$  – ИКП работоспособно;  $\bar{i} = 1$  – ИКП находится в состоянии отказа;  $\bar{j}$  – индикатор состояния системы контроля:  $\bar{j} = 0$  – контроль выключен;  $\bar{j} = 1$  – контроль включен;  $\bar{k}$  – индикатор восстановления:  $\bar{k} = 0$  – восстановление не производится;  $\bar{k} = 1$  – восстановление производится;  $\bar{x}$  – вектор остаточных времен до изменения состояния надежности;  $\bar{y}$  –

вектор остаточных времен до начала или окончания контроля.

Для описания процесса управления техническим состоянием ИКП определим следующие полумарковские состояния:

1) 000 – ИКП находится в РС, контроль выключен, восстановление не производится;

2) 010 $x_1$  – ИКП находится в РС, контроль включен, восстановление не производится, до наступления отказа осталось время  $x_1$ ;

3) 100 $y_1$  – ИКП находится в состоянии отказа, до начала контроля осталось время  $y_1$ ;

4) 110 – ИКП находится в состоянии отказа, контроль включен;

5) 110 $y_2$  – при включенном контроле произошел отказ, до начала восстановления осталось время  $y_2$ ;

6) 111 – ИКП находится в состоянии отказа, контроль включен, производится восстановление.

Таким образом, пространство состояний E имеет вид:

$$E = \{000, 010x_1, 100y_1, 110, 110y_2, 111\},$$

Опишем события переходов:

1)  $\{000 \rightarrow 100y_1\} = \{\alpha_1 < \beta_1\}$  – отказ наступил раньше момента времени начала контроля, до момента начала контроля осталось время  $y_1 = \beta_1 - \alpha_1$ ;

2)  $\{000 \rightarrow 010x_1\} = \{\beta_1 < \alpha_1\}$  – момент начала контроля наступил раньше события отказа, до отказа осталось время  $x_1 = \alpha_1 - \beta_1$ ;

3)  $\{100y_1 \rightarrow 110\} = \{I\}$  – ИКП находится в состоянии отказа, произошло включение системы контроля; через время  $\beta_2$  начнется восстановление, где  $\{I\}$  означает достоверное событие,  $P\{I\} = 1$ ;

4)  $\{010x_1 \rightarrow 110y_2\} = \{x_1 < \beta_2\} = \{I\}$  – при включенном контроле произошел отказ, до момента начала восстановления осталось время  $y_2 = \beta_2 - x_1$ ;

5)  $\{110 \rightarrow 111\} = \{I\}$  – ИКП находится в состоянии отказа, контроль включен, восстановление производится;

6)  $\{110y_2 \rightarrow 111\} = \{I\}$  – ИКП находится в состоянии отказа, контроль включен, восстановление производится;

7)  $\{111 \rightarrow 000\} = \{I\}$  – ИКП находится в работоспособном состоянии, контроль выключен, восстановление не производится.

Граф состояний и переходов системы изображен на рис. 1:

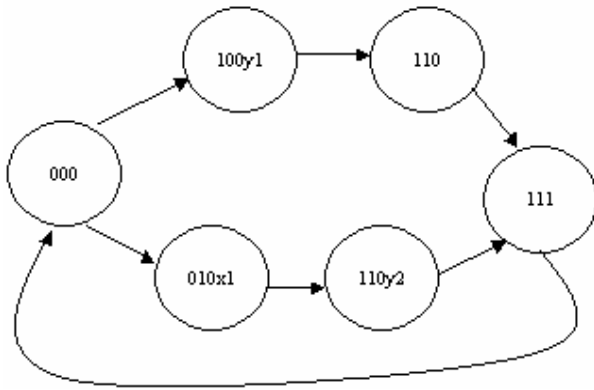


Рис. 1. Граф состояний и переходов ИКП

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВМЦ) [2]:

$$P\{000 \rightarrow 100y_1\} = P\{\alpha_1 < \beta_1\} = \int_0^{\infty} g_1(y_1 + t)f_1(t)dt,$$

$$P\{000 \rightarrow 010x_1\} = P\{\beta_1 < \alpha_1\} = \int_0^{\infty} f_1(x_1 + t)g_1(t)dt.$$

Вероятности переходов из остальных состояний равны единице.

Составив и решив систему интегральных уравнений в соответствии с [2- см. 4], получим выражения для искомых вероятностей

$$\rho(100y_1) = \rho_0 \int_0^{\infty} g_1(y_1 + t)f_1(t)dt, \quad (1)$$

$$\rho(010x_1) = \rho_0 \int_0^{\infty} f_1(x_1 + t)g_1(t)dt, \quad (2)$$

$$\rho(111) = \rho(000) = \rho_0, \quad (3)$$

$$\rho(110) = \rho_0 \int_0^{\infty} f_1(t)\bar{G}_1(t)dt, \quad (4)$$

$$\rho(110y_2) = \rho_0 \int_0^{\infty} g_2(x_1 + y_2)dx_1 \int_0^{\infty} f_1(x_1 + t)g_1(t)dt. \quad (5)$$

На основе разработанной модели определим следующие характеристики:

1)  $K_{\Gamma}$  – стационарный коэффициент готовности ИКП;

2)  $P_K$  – стационарную вероятность функционирования системы контроля, определяемую как доля времени функционирования ИКП с включенной системой контроля.

Определим необходимые для вычисления характеристик подмножества состояний:

1)  $E_{\text{раб}}$  – подмножество состояний, в которых ИКП находится в РС (состояния, в которых первый индекс  $i = 0$ ), т.е.  $E_{\text{раб}} = \{000, 010x_1\}$ ;

2)  $E_K$  – подмножество состояний, в которых контроль включен (состояния, в которых второй индекс  $j = 1$ ):  $E_K = \{010x_1, 110, 110y_2, 111\}$ .

Определим следующие временные показатели:

1)  $\bar{T}$  – среднее время функционирования ИКП от момента реализации события, заключающегося в восстановлении РС, до последующего восстановления;

2)  $\bar{T}_{\text{раб}}$  – среднее время функционирования ИКП в РС;

3)  $\bar{T}_K$  – среднее время функционирования ИКП с включенной системой контроля.

Тогда искомые характеристики на основе полумарковской модели определяются следующим образом [4]:

$$K_{\Gamma} = \frac{\bar{T}_{\text{раб}}}{\bar{T}} = \frac{E_{\text{онг}}}{E} \frac{\int M(x)\rho(dx)}{\int M(x)\rho(dx)}, \quad (6)$$

$$P_K = \frac{\bar{T}_K}{\bar{T}} = \frac{E_K}{E} \frac{\int M(x)\rho(dx)}{\int M(x)\rho(dx)}, \quad (7)$$

где  $M(x)$  – средние значения времени пребывания в состояниях заданного подмножества;

$\rho(dx)$  – стационарное распределение ВМЦ.

Подставляя исходные данные и выполнив ряд преобразований, получим выражения следующего вида:

для определения значений стационарного коэффициента готовности (СКГ)

$$K_{\Gamma} = \frac{M\alpha_1}{M\alpha_1 + M\alpha_2 + M\beta_1 - M\beta_2} - \frac{M\alpha_1}{\int_0^{\infty} G_2(u)du \int_0^{\infty} g_1(t)\bar{F}_1(u+t)dt}, \quad (8)$$

для определения значений стационарной вероятности функционирования системы контроля (СВФ)

$$P_K = 1 - \frac{M\beta_1}{M\alpha_1 + M\alpha_2 + M\beta_1 - M\beta_2} - \frac{M\beta_1}{\int_0^{\infty} G_2(u)du \int_0^{\infty} g_1(t)\bar{F}_1(u+t)dt}. \quad (9)$$

С помощью выражений (8), (9) был выполнен расчет надежностных характеристик функционирования ИКП в наиболее неблагоприятном режиме – в предположении простейших потоков событий и экспоненциальных распределений соответствующих параметров (рис. 2).

Следует особо отметить, что соотношениями (8), (9) можно пользоваться для расчета аналогичных показателей и для других произвольных законов распределения. Причем вид закона распределения для моментов времени между окончанием и началом контроля (фактически для интервала между восстановлением работоспособности и началом од-

ного сеанса контроля), а также для длительности контроля и времени наработки на отказ значения не имеет.

Так, в частности, на рис. 3 представлены соответствующие графики зависимости для случая, когда длительность контроля до обнаружения отказа распределена по закону Эрланга.

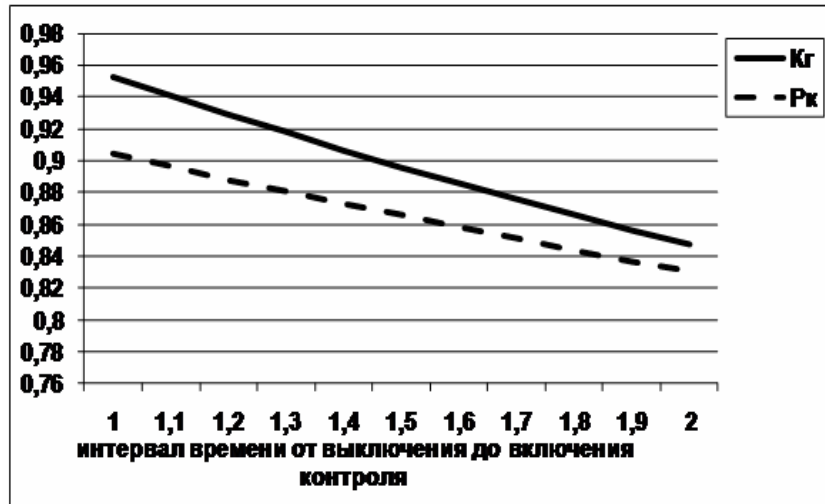


Рис. 2. Надежностные характеристики ИКП для экспоненциального закона распределения

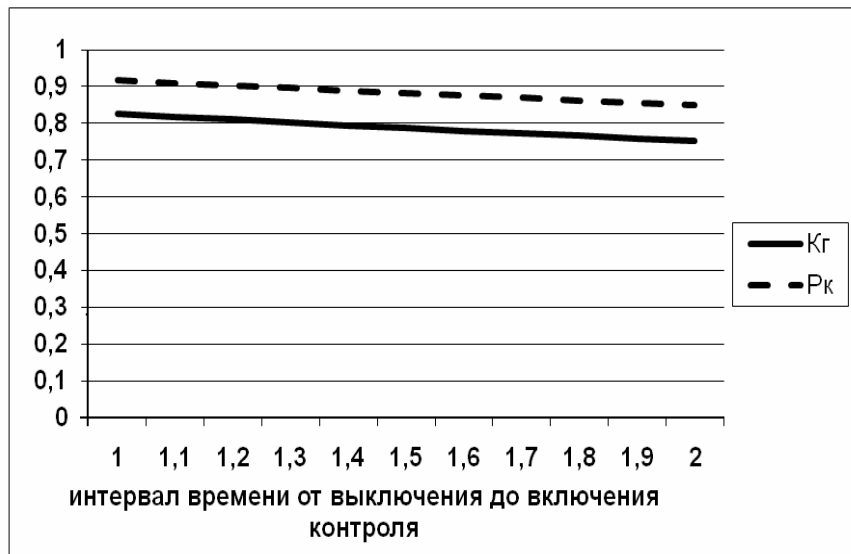


Рис. 3. Надежностные характеристики ИКП для распределения Эрланга

Расчеты выполнялись для следующих исходных данных: среднее время наработки на отказ  $M\alpha_1 = 10$  ч; среднее время восстановления  $M\alpha_2 = 2$  ч; средняя продолжительность контроля  $M\beta_2 = 1$  ч; средний интервал времени от выключения до включения контроля  $M\beta_1$  изменялся в диапазоне 1...2 ч.

### Анализ полученных результатов

Результаты расчетов позволяют сделать следующие выводы:

- 1) существенное влияние на величину стационарного коэффициента готовности оказывает период контроля (а именно, чем меньше период контроля, тем выше значение СКГ);

2) изменение вида закона распределения периодичности контроля (в частности, с экспоненциального на Эрланга) приводит к существенному снижению величины стационарного коэффициента готовности.

### Заклучение

Таким образом, разработана аналитико-стохастическая модель, которая позволяет учесть различные режимы эксплуатации и контроля технического состояния ИКП. А полученные на ее основе базовые соотношения могут применяться для расчета наиболее важных комплексных показателей надежности.

В качестве перспектив дальнейших исследований с использованием предложенной модели следует рассмотреть возможность разработки более

общих, комплексных критериев эффективности управления техническим состоянием изделий критического применения, а также выработка рекомендаций для систем принятия решений. Кроме того, предполагается расширить комплекс моделей управления техническим состоянием ИКП для различных систем контроля и стратегий управления по состоянию.

### Литература

1. Харченко В.С. *Гарантоздатні системи та багатроверсійні обчислення: аспекти еволюції.* // В.С. Харченко // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи.* – №7 (41). – Х.: ХАИ, 2009. – С. 46-59.
2. Королюк В.С. *Стохастические модели систем.* / В.С. Королюк – К.: Наук. думка, 1989. – 208 с.

Поступила в редакцию 11.02.2010

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой системного программирования В.Н. Локазюк, Хмельницкий национальный университет, Украина.

### АНАЛІТИКО-СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ТЕХНІЧНИМ СТАНОМ ВИРОБІВ КРИТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ

*О.М. Мащенко, О.В. Іванченко, Н.В. Смахашова*

Викладено порядок розробки та побудови математичної моделі управління технічним станом виробу критичного застосування (ВКЗ) з урахуванням різних режимів функціонального контролю та експлуатації. Розроблена аналітико-стохастична модель. Виконаний розрахунок надійності характеристик функціонування ВКЗ. Представлені відповідні графіки залежності в різних режимах. Отримано співвідношення для розрахунку значень комплексних показників надійності, які доцільно використовувати для чисельного обґрунтування вимог до гарантоздатності ВКЗ.

**Ключові слова:** вироби критичного застосування, контроль технічного стану, технічне обслуговування за станом, комплексні показники надійності.

### ANALYTICAL AND STOCHASTIC MODEL OF TECHNICAL STATE MANAGEMENT OF CRITICAL PRODUCT

*O.M. Mashenko, O.V. Ivanchenko, N.V. Smachasheva*

The order of development and mathematic model's making of controlling the product's technical state of critical application (CAP) was stated. It was obtained considering different modes of the functional control and maintenance. An analytical-stochastic model is developed. The calculation of reliable features of CAP functioning is made. The corresponding diagrams of dependence are presented in the different modes. The formula for the complex reliability index values calculation was obtained. This information can be used for numerical requirements formulation of the CAP dependability.

**Keywords:** critical application product, maintenance on technical state control, maintenance on technical state, complex reliability index.

**Мащенко Елена Николаевна** – канд. техн. наук, доц., доц. кафедри кібернетики і вичислительной техніки, Севастопольський Національний технічний університет, Севастополь, Україна, e-mail: kvf@sevgtu.sebastopol.ua.

**Іванченко Олег Васильевич** – канд. техн. наук, доц. кафедри кібернетики і вичислительной техніки, Севастопольський Національний технічний університет, Севастополь, Україна.

**Смахашова Наталья Валерьевна** – студентка кафедри кібернетики і вичислительной техніки, Севастопольський Національний технічний університет, Севастополь, Україна.