УДК 681.324

**А.А. КОВАЛЕНКО[1], Г.А. КУЧУК[2], А.А. МОЖАЕВ[3]**

***[1]Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков***
***[2]Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков***
***[3]Национальный технический университет "ХПИ", Харьков***

# ПОСТРОЕНИЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ ШКАЛ ПРИ АНАЛИЗЕ ОЧЕРЕДЕЙ МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЕЙ

*В статье представлены результаты выбора оптимальной временной шкалы при аппроксимации максимума очереди для трафикового процесса, описываемого фрактальным броуновским движением (ФБД-трафика). Доказан ряд утверждений, позволяющих провести анализ выбранных метрик точности, доказана оптимальность на выбранной метрике экспоненциальных временных шкал. Исследованы асимптотические характеристики построенных экспоненциальных временных шкал, показаны достоинства и недостатки предлагаемого подхода при анализе трафика с долговременной зависимостью, доказана применимость подхода для любого конечного порога очереди.*

***Ключевые слова:*** *трафик, шкала, фрактальность, долговременная зависимость, телекоммуникационная сеть, очередь.*

## Введение

**Постановка задачи и анализ литературы.** При аппроксимации вероятности хвоста очереди трафиковых процессов с долговременной зависимостью (ДВЗ) используют понятие критической временной шкалы [1 – 9].

При заданном пороговом значении длины очереди b, критической временной шкалой наиболее вероятно является количество времени, необходимое для заполнения очереди до значения, большего чем b. Расчет критической шкалы непосредственно из эмпирических результатов является неосуществимым, так как для этого необходимо наличия статистики трафика во всех временных шкалах.

Использование статистических характеристик трафика на конечном наборе временных масштабов $\theta$, предоставляет три варианта аппроксимации вероятности превышения порогового значения длины очереди $P\{Q > b\}$, рассмотренных в [1]: аппроксимацию максимума, аппроксимацию произведения и аппроксимацию суммы. У всех них есть следующие важные свойства: применимость к любому конечному порогу очереди b, т.е., неасимптотичность; применимость к любой модели трафика, включая нестационарные; простота реализации, что обусловлено необходимостью знать статистические характеристики трафика только на нескольких масштабах времени $\theta$.

Основной задачей является определение соответствующего значения $\theta$. Выбор значения $\theta$ включает выбор оптимального соотношения между точностью аппроксимации и вычислительными требованиями. Например, небольшое значение $\theta$ уменьшает точность аппроксимации максимума, вместе с тем требуя вычисления статистических характеристик трафика и сбора данных на меньшем количестве масштабов времени. В [1] показано, что выбор экспоненциальных временных шкал для $\theta$ является оптимальным в случае очереди с ФБД входным трафиком. Важным преимуществом экспоненциальных временных шкал является их немногочисленность; только лишь некоторые из них охватывают широкий диапазон.

**Целью данной статьи** является теоретическое обоснование оптимальности экспоненциальных временных шкал, использующихся для аппроксимации максимума очереди ФБД-трафика в современных высокоскоростных сетях передачи данных.

## 1. Основные определения

Рассмотрим набор экспоненциальных временных шкал [1]

$$\theta_\alpha := \left\{\alpha^k : k \in Z\right\},\ \alpha > 1. \quad (1)$$

Определим метрику, которая характеризует точность $M^{[\theta]}(b)$ для очереди, на входе у которой присутствует ФБД. Если $\theta_\alpha$ является наиболее немногочисленным среди всех наборов $\theta$, удовлетворяющих частичному критерию точности для

$M^{[\theta]}(b)$; то получим неасимптотическую границу ошибки $M^{[\theta_\alpha]}(b)$ при аппроксимировании очереди $C(b)$. Эта граница доказывает, что $M^{[\theta_\alpha]}(b)$ точно аппроксимирует $C(b)$ в широком диапазоне значений $\alpha$.

*Метрика, характеризующая точность* $M^{[\theta]}(b)$. Рассмотрим очередь ФБД-трафика. Для $\tau > 0$ легко получить следующее выражение [5]

$$P\{K[\tau]-c\tau > b\} = \Phi(g(b,\tau)), \quad (2)$$

где

$$g(b,\tau) := \frac{b+\hat{c}\tau}{\sigma\tau^H} = \frac{b+(c-m)\tau}{\sigma\tau^H}. \quad (3)$$

Функция $\Phi$ – дополнительная кумулятивная функция распределения нулевого среднего дисперсии гауссовской случайной переменной.

Согласно выражениям (4) и (8) из [2], получим следующую оценку:

$$C(b) = \sup_{\tau>0}\Phi(g(b,\tau)) = \Phi\left(\inf_{\tau>0} g(b,\tau)\right) \quad (4)$$

и

$$M^{[\theta]}(b) = \sup_{\tau\in\theta}\Phi(g(b,\tau)) = \Phi\left(\inf_{\tau\in\theta} g(b,\tau)\right). \quad (5)$$

На заданном диапазоне временных шкал T можно описать точность $M^{[\theta]}(b)$ следующим образом:

$$h_\theta(T) := \sup_{b:\lambda(b)\in T}\frac{\inf_{t\in\theta} g(b,\tau)}{\inf_{t>0} g(b,\tau)} = \sup_{b:\lambda(b)\in T}\frac{\inf_{t\in\theta} g(b,\tau)}{g(b,\lambda(b))}. \quad (6)$$

Близким к единице значением $h_\theta(T)$ можно ограничить ошибку $M^{[\theta]}(b)$ аппроксимирования $C(b)$ для всех пороговых значений b очереди, соответствующих критической временной шкале $\lambda(b)$, находящейся в T.

Обозначим $h_\theta(T)$ как $h_\theta$, где $T=(0,\infty)$. Будем использовать следующую функцию для оценки метрики точности:

$$\varsigma(s,H) := \frac{(s-1)H^H(1-H)^{1-H}}{\left(s-s^H\right)^{1-H}\left(s^H-1\right)^H}. \quad (7)$$

Пусть $\theta=\left\{\tau_k^{[\theta]}\right\}_k$ будет набором временных шкал с элементами, упорядоченными в порядке увеличения. Начнем с изучения $h_\theta\left(T_k^{[\theta]}\right)$, где $T_k^{[\theta]} := \left[\tau_{k-1}^{[\theta]}, \tau_k^{[\theta]}\right]$. Заметим, что $h_\theta\left(T_k^{[\theta]}\right)$ является функцией соотношения временных шкал $s_k^{[\theta]} := \frac{\tau_k^{[\theta]}}{\tau_{k-1}^{[\theta]}}$ и не зависит ни от каких свойств $\theta$. Обозначим наибольшее соотношение последовательных шкал в $\theta$ с помощью $d_\theta := \sup_k s_k^{[\theta]}$.

## 2. Анализ метрик точности

**Утверждение 1**: Метрика точности на диапазоне шкал $T_k^{[\theta]}$ равна

$$h_\theta\left(T_k^{[\theta]}\right) = \varsigma\left(s_k^{[\theta]}, H\right). \quad (8)$$

*Доказательство утверждения 1.* Без потери точности опустим верхние индексы для $\tau_k^{[\theta]}, T_k^{[\theta]}$ и $s_k^{[\theta]}$. Определим $\inf_{\tau>0} g(b,\tau)$ для заданного значения b > 0. Согласно (3), получим

$$\frac{dg(b,\tau)}{d\tau} = \frac{\hat{c}\tau(1-H)-bH}{\sigma\tau^{1+H}}. \quad (9)$$

Таким образом, $g(b,\tau)$ минимизируется при $\tau=\lambda(b)$, где

$$\lambda(b) = \frac{bH}{\hat{c}(1-H)}. \quad (10)$$

Кроме того, $g(b,\tau)$ неубывающая функция от $\tau$, при $\tau$, удаляющемся от $\lambda(b)$. Тогда

$$\inf_{\tau>0} g(b,\tau) = g(b,\lambda(b)) = \frac{b^{1-H}\hat{c}^H}{\sigma H^H(1-H)^{1-H}}. \quad (11)$$

Теперь найдем

$$\varsigma(b) := \inf_{\tau\in\theta} g(b,\tau)/g(b,\lambda(b))$$

для заданного $b\in B_k$, где

$$B_k := \left[\lambda^{-1}(\tau_{k-1}), \lambda^{-1}(\tau_k)\right] \quad (12)$$

и $\lambda^{-1}(\tau)$ является инверсной функцией для функции $\lambda(b)$:

$$\lambda^{-1}(\tau) := \hat{c}\tau(1-H)/H. \qquad (13)$$

Согласно выражениям (12) и (13),

$$B_k = \{b : \lambda(b) \in T_k\}.$$

Положим

$$f(b,\tau) := \frac{g(b,\tau)}{g(b,\lambda(b))} = \frac{(b+\hat{c}\tau)\left(\sigma H^H (1-H)^{1-H}\right)}{\sigma\tau^H \left(b^{1-H}\hat{c}^H\right)}. \qquad (14)$$

Поскольку $g(b,\tau)$ неубывающая функция при удалении от значения $\tau = \lambda(b)$, то получим

$$\varsigma(b) = \min\{f(b,\tau_{k-1}), f(b,\tau_k)\}. \qquad (15)$$

Теперь можно определить $\sup_{b\in B_k} \varsigma(b)$. Простыми вычислениями получим, что $f(b,\tau_{k-1})$ монотонно возрастает по b, когда $b > \lambda^{-1}(\tau_{k-1})$, а $f(b,\tau_k)$ монотонно убывает при увеличении b, когда $b < \lambda^{-1}(\tau_k)$.

Если существует $a_k \in B_k$ такое что $f(a_k,\tau_{k-1}) = f(a_k,\tau_k)$, то $\varsigma(b)$ должно достигать своего супремума, большего $B_k$, в этой точке (согласно выражению (15)).

Действительно, такое $a_k$ существует. Из выражения (14) получим $a_k$ как

$$a_k = \frac{\hat{c}\tau_{k-1}\tau_k\left(\tau_{k-1}^{H-1} - \tau_k^{H-1}\right)}{\tau_k^H - \tau_{k-1}^H} = \frac{\hat{c}\tau_k}{s_k}\cdot\frac{s_k - s_k^H}{s_k^H - 1}. \qquad (16)$$

После упрощения получим

$$\sup_{b\in B_k} \varsigma(b) = f(a_k,\tau_k) = \frac{(s_k-1)H^H(1-H)^{1-H}}{\left(s_k^H - 1\right)H^H\left(s_k - s_k^H\right)^{1-H}} = \varsigma(s_k,H), \qquad (17)$$

т.е. утверждение 1 доказано.

**Утверждение 2.** Оценка метрики точности $\varsigma(s_k,Í\,)$ возрастает с $s_k$ для всех $H \in (0,1)$.

*Доказательство утверждения 2.* Согласно выражению (17), $\varsigma(s_k,H)$ равно значению f в точке $(a_k,\tau_k)$, т.е. $f(a_k,\tau_k)$, поэтому достаточно доказать что $f(a_k,\tau_k)$ возрастает с $s_k$. Без потери общности покажем, как изменяется $f(a_k,\tau_k)$ при изменении $\tau_{k-1}$ и неизменном $\tau_k$. Это эквивалентно изменению $s_k$. Согласно выражению (16), получим

$$\frac{1}{\hat{c}\tau_k}\cdot\frac{da_k}{d\tau_{k-1}} = \frac{\tau_{k-1}^{2H-1}s_k^{H-1}\left(Hs_k - s_k^H + (1-H)\right)}{\left(\tau_k^H - \tau_{k-1}^H\right)^2}. \qquad (18)$$

Легко показать, что функция

$$Hs_k - s_k^H + (1-H)$$

равна 0 при $s_k = 1$ и имеет положительную производную при $s_k > 1$. Соответственно, $\frac{da_k}{d\tau_{k-1}} > 0$ для всех $s_k > 1$. Учитывая, что $a_k < \lambda^{-1}(\tau_k)$, а также то, что $f(b,\tau_k)$ монотонно убывает при $b < \lambda^{-1}(\tau_k)$, определяем, что $f(a_k,\tau_k)$ убывает при увеличении $\tau_{k-1}$, или, что то же самое, увеличивается при увеличении $s_k$, ч.т.д.

**Утверждение 3:** Если $\theta$ изменяется от 0 до $\infty$, то есть $\sup_k \tau_k^\theta = \infty$ и $\inf_k \tau_k^{[\theta]} = 0$, то метрика точности для $T = (0,\infty)$ равна

$$h_\theta = \varsigma(d_\theta, H). \qquad (19)$$

*Доказательство утверждения 3.* Так как $\cup_k T_k = R_+$. Учитывая выражениям (13) и (14), получим, что $\cup_k B_k = R_+$. Воспользовавшись выражением (17), утверждением 2, а также непрерывностью $\zeta(s_k,H)$ (17), получим

$$h_\theta = \sup_{b\in R_+} \varsigma(b) = \sup_k \zeta(s_k,H) = \zeta(d_\theta,H), \qquad (20)$$

т.е. утверждение 3 доказано.

## 3. Анализ оптимальности экспоненциальных временных шкал

**Основная задача:** на заданном диапазоне временных шкал $T = (\tau',\tau'')$, $0 < \tau' < \tau''$ необходимо выделить такой набор, который содержит наименьшие элементы в T, в то же время гарантируя определенную точность значения $M^{[\theta]}(b)$.

Покажем, что существует экспоненциальный набор временных шкал, содержащий наименьшие значения элементов среди всех наборов $\theta$ и обладающий метрикой точности $h_\theta(T)$ меньшей, чем определенный порог. Для этого пределим

$$\Gamma(\alpha) := \{\theta : h_\theta(T) \le \varsigma(\alpha,H)\}, \qquad (21)$$

и обозначим как $\#\theta$ – количество элементов $\theta$, лежащих в T.

Определим обобщенные экспоненциальные временные шкалы как

$$\theta_{\alpha,\nu} := \left\{ \nu\alpha^k : k \in Z \right\}, \quad (22)$$

где $\nu > 0$.

**Утверждение 4.** Для всех $\nu$ $\theta_{\alpha,\nu} \in \Gamma(\alpha)$,

$$\#\theta_{\alpha,\nu} \le 1 + \min_{\theta\in\Gamma(\alpha)} \#\theta \quad (23)$$

и существует такое $\xi > 0$, что

$$\#\theta_{\alpha,\xi} = \min_{\theta\in\Gamma(\alpha)} \#\theta . \quad (24)$$

*Доказательство утверждения 4.* Согласно выражению (6), $h_{\theta_{\alpha,\upsilon}}(T) \le h_{\theta_{\alpha,\upsilon}} = \alpha$. Следовательно, $\theta_{\alpha,\upsilon} \in \Gamma(\alpha)$. Положим $D \in \Gamma_\alpha$ таким, что $\#D = \min_{\theta\in\Gamma(\alpha)}\#\theta$. Можно записать T как объединение для некоторого iследующих $\#D+1$ интервалов:

$$\left(\grave{\tau}, \tau_i^{[D]}\right), \left[\tau_i^{[D]}, \tau_{i+1}^{[D]}\right), \ldots, \left[\tau_{i+\#D-1}^{[D]}, \bar{\tau}\right), .$$

Поскольку $D \in \Gamma_\alpha$, согласно утверждению 1, отношение супремума к инфимуму для каждого из таких интервалов должно быть меньше или равно $\alpha$. Рассмотрим $\theta_{\alpha,\upsilon}$ для произвольного $\upsilon$. Как следует из определения, $\theta_{\alpha,\upsilon}$ может иметь не более одного элемента в каждом из интервалов, т.е. выражение (23) верно.

Рассмотрим $\theta_{\alpha,\xi}$, где $\xi = \tau_i^{[D]} / \alpha^i$. Очевидно, что $\theta_{\alpha,\xi}$ не имеет элементов в первом наборе объединения рассмотренного выше, и имеет не более одного элемента в остальных наборах, т.е. существует такое $\xi > 0$, что $\#\theta_{\alpha,\xi} = \min_{\theta\in\Gamma(\alpha)} \#\theta$, ч.т.д.

Используем доказанные утверждения для получения максимальной ошибки $M^{[\theta_\alpha]}(b)$ при оценивании $C(b)$ для всех возможных ФБД трафиковых процессов, удовлетворяющих $\hat{c} > 0$. Для этого определим $\varsigma^*(\alpha) := \max_{H\in(0,1)} \varsigma(\alpha, H)$.

**Утверждение 5.** Для входного ФБД трафика с $\hat{c} > 0$

$$\Phi\left(\varsigma^*(\alpha)\Phi^{-1}\left(C(b)\right)\right) \le M^{[\theta_\alpha]}(b) \le C(b). \quad (25)$$

*Доказательство утверждения 5.* Необходимо заметить, что, в соответствии построением $\theta_\alpha$ (выражение (22)), $d_{\theta_\alpha} = \alpha$. Таким образом, согласно утверждениям 1 – 4, имеем

$$C(b) \ge M^{[\theta_\alpha]}(b) =$$
$$= \Phi\left(\inf_{\tau\in\theta_\alpha} g(b,\tau)\right) \ge \Phi\left(h_{\theta_\alpha} \inf_{\tau>0} g(b,\tau)\right) =$$
$$= \Phi\left(\zeta(\alpha,H)\Phi^{-1}\left(C(b)\right)\right) \ge \Phi\left(\zeta^*(\alpha)\cdot\Phi^{-1}\left(C(b)\right)\right),$$

т.е. утверждение 5 доказано.

## 4. Асимптотические характеристики экспоненциальных временных шкал

Обозначим $g(b_k, \alpha^l)$ как $g_{k,l}$. Согласно выражению (11)

$$\inf_{\tau>0} g(b_k, \tau) = g(b_k, \lambda(b_k)) = g(b_k, \alpha^k) = g_{k,k} . \quad (26)$$

**Утверждение 6.** $M^{\theta_\alpha}(b_k) \approx s^{[\theta_\alpha]}(b_k)$.

*Доказательство утверждения 6.* Согласно предыдущим утверждениям

$$S^{[\theta_\alpha]}(b_k) = \sum_{l\in Z} \Phi(g_{k,l}) \quad (27)$$

и

$$M^{[\theta_\alpha]}(b_k) = \sup_{l\in Z} \Phi(g_{k,l}) = \Phi(g_{k,k}). \quad (28)$$

Теперь докажем, что максимальный член $\Phi(g_{k,k})$ преобладает при суммировании в выражении (27). Отметим два свойства функции $\frac{g_{k,l}}{g_{k,k}}$.

Первое свойство определяется неравенством

$$\frac{g_{k,l}}{g_{k,k}} = \frac{b_k + \hat{c}\alpha^l}{\sigma\alpha^{lH}} \cdot \frac{\sigma\alpha^{kH}}{b_k + \hat{c}\alpha^k} =$$
$$= (1-H)\alpha^{(k-l)H} + H\alpha^{(l-k)(1-H)} \ge \psi_H \alpha^{|l-k|\psi_H}, \quad (29)$$

где $\psi_H = \min(H, 1-H)$.

Второе свойство – монотонное возрастание функции $\frac{g_{k,l}}{g_{k,k}}$ при увеличении l (когда $l \ge k$), а также при уменьшении l (когда $l \le k$).

Тогда $\forall l \ne k$:

$$\frac{g_{k,l}}{g_{k,k}} \ge \min\left(\frac{g_{k,k+1}}{g_{k,k}}, \frac{g_{k,k-1}}{g_{k,k}}\right) =: I_H > 1 . \quad (30)$$

Следовательно, $g_{k,k}$ является возрастающей неограниченной функцией k.

Согласно выражению (27) и используя оценку Ф из [5], получим:

$$\frac{\left(1-1/\delta^2\right)e^{-\delta^2/2}}{\delta\sqrt{2\pi}} \le \Phi(\delta) \le \frac{e^{-\delta^2/2}}{\delta\sqrt{2\pi}}, \qquad (31)$$

т.е.

$$\begin{gathered}\Phi\left(g_{k,k}\right) \le S^{[\theta_k]}\left(b_k\right) = \\ = \Phi\left(g_{k,k}\right) + \sum_{l>k}\Phi\left(g_{k,l}\right) + \sum_{l<k}\Phi\left(g_{k,l}\right) \le \\ \le \Phi\left(g_{k,k}\right)\left(1 + \frac{2}{\psi_H}\cdot\frac{g_{k,k}^2 e^{-\left(I_H^2-1\right)g_{k,k}^2/2}\alpha^{-\psi_H}}{\left(g_{k,k}^2-1\right)\left(1-\alpha^{-\psi_H}\right)}\right).\end{gathered} \qquad (32)$$

На основании выражения (30) и того, что $g_{k,k} \xrightarrow{k\to\infty} \infty$, имеем:

$$\lim_{k\to\infty}\frac{S^{[\theta_k]}\left(b_k\right)}{\Phi\left(g_{k,k}\right)} = 1, \qquad (33)$$

т.е утверждение 11 доказано.

**Утверждение 7.** $\lim_{b\to\infty}\dfrac{C(b)}{P\{Q_\infty > b\}} = 0$.

*Доказательство утверждения 7.* Согласно выражению (31)

$$\Phi(\delta) \approx \frac{e^{-\delta^2/2}}{\delta\sqrt{2\pi}}.$$

Установив $\eta := \left(\dfrac{\hat{c}^H}{\sigma H^H(1-H)^{1-H}}\right)^2$, получим:

$$C(b) = \Phi\left(b^{1-H}\eta^{1/2}\right) \approx \frac{b^{-(1-H)}}{\eta^{1/2}\sqrt{2\pi}}e^{-b^{2-2H}\eta/2}. \qquad (34)$$

При $1/2 < H < 1$ (ФБД-трафик) $0 < \dfrac{2H-1}{H} < 1$, т.е.

$$\lim_{b\to\infty}\frac{b^{-(1-H)}}{b^{-(1-H)(2H-1)/H}} = 0, \qquad (35)$$

откуда следует равенство нулю рассматриваемого в утверждении выражения.

**Обобщение результатов.** Аппроксимации максимума, произведения и суммы имеют одинаковое логарифмически-ассимптотическое затухание, поскольку $P\left\{Q^{[\theta_\alpha]} > b_k\right\}$ и $P\left\{Q_\infty > b_k\right\}$; т.е. $b_k \to \infty$, следовательно

$$\begin{gathered}\lg M^{[\theta_\alpha]}\left(b_k\right) \approx \lg P^{[\theta_\alpha]}\left(b_k\right) \approx \lg S^{[\theta_\alpha]}\left(b_k\right) \approx \\ \approx \lg P\left\{Q^{[\theta_\alpha]} > b_k\right\} \approx \lg P\left\{Q_\infty > b_k\right\}.\end{gathered} \qquad (36)$$

Кроме того, аппроксимации максимума, произведения и суммы имеют одинаковое асимптотическое затухание, поскольку $P\left\{Q^{[\theta_\alpha]} > b_k\right\}$; т.е. при $b_k \to \infty$, получим

$$\begin{gathered}M^{[\theta_\alpha]}\left(b_k\right) \approx P^{[\theta_\alpha]}\left(b_k\right) \approx \\ \approx S^{[\theta_\alpha]}\left(b_k\right) \approx P\left\{Q^{[\theta_\alpha]} > b_k\right\}\end{gathered} \qquad (37)$$

и

$$\lim_{k\to\infty}\frac{P\left\{Q^{[\theta_\alpha]} > b_k\right\}}{P\left\{Q_\infty > b_k\right\}} = 0. \qquad (38)$$

Выражения (36) – (38) показывает достоинства и ограничения использования статистических характеристик трафика только на экспоненциальных временных шкалах $\theta_\alpha$ для выявления поведения очередей, показывая, что $\theta_\alpha$ является достаточно плотным в $\mathbf{R}_+$ для гарантирования того, чтобы вероятности $P\left\{Q^{[\theta_\alpha]} > b_k\right\}$ è $P\left\{Q_\infty > b_k\right\}$ имели одинаковые логарифмически-ассимтотические затухания для частичных неограниченных возрастающих последовательностей размеров очередей $b_k$. Однако $\theta_\alpha$ недостаточно плотное для гарантирования того, чтобы данные вероятности имели одинаковое асимптотическое затухание.

## Выводы

Проведено исследование экспоненциальных временных шкал, использующихся при изучении организации очередей современных высокоскоростных сетей передачи данных. Доказано, что экспоненциальные временные шкалы являются оптимальными для ФБД трафика в смысле согласования необходимой точности и вычислительной мощности, требуемой для вычисления аппроксимации максимума. Приложения могут производить точные аппроксимации вероятности хвоста очереди с использованием статистических характеристик трафика лишь на нескольких отдельных экспоненциальных временных шкалах. **Направление дальнейших исследований** – определение границ аппроксимаций экспоненциальных временных шкал для различных трафиковых процессов мультисервисных сетей

## Литература

*1. Кучук Г.А. Метод построения оптимальных временных шкал для аппроксимации значения максимального размера очереди / Г.А. Кучук, А.А. Можаев, А.А. Коваленко // Зб. наук. праць ХУ ПС. – Х.: ХУ ПС, 2009. – Вип. 3(21). – С. 93-96.*

*2. Norros I. A storage model with self-similar input / I. Norros // Queueing Syst. – 1994. – Vol. 16. – P. 387-396.*

*3. Duffield N. Large deviations and overflow probabilities for the general single-server queue, with applications / N. Duffield, N. O'Connell // Math. Proc. Cambr. Phil. Soc. – 1995. – Vol. 118. – P. 363-374.*

*4. Husler J. Extremes of a certain class of Gaussian processes / J. Husler, V. Piterbarg // Stochastic Process. Applicat. – 1999. – Vol. 83. – P. 257-271.*

*5. Neidhardt A.L. The concept of relevant time scales and its application to queueing analysis of self-similar traffic / A.L. Neidhardt, J.L. Wang // Proc. ACM SIGMETRICS. – 1998. – P. 222-232.*

*6. Grossglauser M. On the relevance of long-range dependence in network traffic / M. Grossglauser, J.-C. Bolot // Comput. Commun. Rev. – 1996. – Vol. 26, no. 4. – P. 15-24.*

*7. Choe J. Queueing analysis of high-speed multiplexers including long-range dependent arrival processes / J. Choe, N. B. Shroff // Proc. IEEE INFOCOM. – 1999. – P. 617-624.*

*8. Erramilli A. Performance impacts of multiscaling in wide area TCP/IP traffic / A. Erramilli, O. Narayan, A. Neidhardt, I. Sanjee // Proc. IEEE INFOCOM. – 2000. – P. 352-359.*

*9. Debicki K. A note on transient Gaussian fluid models / K. Debicki, T. Rolski // Queueing Syst. – 2002. - Vol. 41. – P. 321-342.*

*Поступила в редакцию 1.02.2010*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Ю.В. Стасев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

## ПОБУДОВА ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНИХ ЧАСОВИХ ШКАЛ ПРИ АНАЛІЗІ ЧЕРГ МУЛЬТИСЕРВИСНИХ МЕРЕЖ

***А.А. Коваленко, Г.А. Кучук, О.О. Можаєв***

У статті представлені результати вибору оптимальної часової шкали при апроксимації максимуму черги для трафикового процесу, що описується фрактальним броунівським рухом (ФБД-трафику). Доведено ряд тверджень, що дозволяють провести аналіз вибраних метрик точності, доведена оптимальність на вибраній метриці експоненціальних часових шкал. Досліджені асимптотичні характеристики побудованих експоненціальних часових шкал, показані переваги і недоліки пропонованого підходу при аналізі трафіку з довготривалою залежністю, доведена застосовність підходу для будь-якого кінцевого порогу черги.

**Ключові слова:** трафік, шкала, фрактальність, довготривала залежність, телекомунікаційна мережа, черга.

## CREATION OF EXPONENTIAL TIMESCALES IN MULTISERVICE NETWORK QUEUES ANALYSIS

***A.A. Kovalenko, G.A. Kuchuk, A.A. Mogaev***

In the article the results of choice of optimum timescales are presented during approximation of a maximum of turn for a traffic process, described fractal brownian motion (FBM-traffic). The row of assertions, allowing to conduct the analysis of the chosen birth-certificates of exactness is well-proven, an optimality is well-proven on the chosen birth-certificate of exponential timescales. Asymptotic descriptions of the built exponential timescales are investigational, dignities and lacks of offered approach are rotined at the analysis of traffic with of long duration dependence, applicability of approach for any eventual threshold of queue is well-proven.

**Keywords:** traffic, scale, fractal, long duration dependence, telecommunication network, queue.

**Коваленко Андрей Анатольевич** – канд. техн. наук, доцент кафедры Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

**Кучук Георгий Анатольевич** – канд. техн. наук, ст. научн. сотр, ведущий научный сотрудник Харьковского университета Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков, Украина, e-mail: kuchuk56@mail.ru.

**Можаев Александр Александрович** – канд. физ.-мат. наук, ст. научн. сотр, докторант Национального технического университета "ХПИ", Харьков, Украина.