

УДК 681.518.54;004.3.001.4

А.С. ЕПИФАНОВ

*Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия***АНАЛИЗ ОПЕРАЦИЙ СОВМЕЩЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ
ЗАКОНОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВТОМАТОВ**

В статье исследуются свойства законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем, заданных в виде геометрических образов - кривых с числовыми координатами точек. Используемый аппарат геометрических образов позволяет рассматривать с автоматной интерпретацией геометрические кривые и числовые последовательности, т.е. числовые последовательности и геометрические кривые могут рассматриваться как способ задания законов функционирования дискретных детерминированных динамических систем. В работе с автоматной интерпретацией рассматриваются графики линейных, квадратичных, тригонометрических, показательных функций, графики многочленов третьей, четвертой и пятой степени. Осуществляется построение и анализ автоматов по геометрическим кривым, полученным совмещением из выбранного базового набора кривых. Анализируются зависимость числа состояний у минимального автомата, построенного по кривой от числа входных сигналов автомата и способа доопределения функции переходов автомата.

Ключевые слова: конечный детерминированный автомат, геометрический образ законов функционирования, фазовая картина, дискретная детерминированная динамическая система.

Введение

Методы решения задач управления, синтеза и анализа дискретных детерминированных динамических систем используют задание законов функционирования систем. В фазовых картинах систематизированы и представлены фазовые траектории, определяющие поведение систем. Большое разнообразие фазовых картин Твердохлебовым В.А. в работах [1-2] сведено к единой форме - символьным и числовым графикам, точки которых размещаются на геометрических кривых линиях. Это позволяет не только сводить фазовые картины к удобной стандартной форме, но и использовать для постановок и решения задач мощные средства непрерывной математики: актуальную бесконечность, непрерывность, бесконечно малые величины, предельные переходы, суммирование бесконечных рядов и т.п. Существенной оказывается возможность доопределения фазовых картин, представленных частично заданными геометрическими образами, с использованием классических методов интерполяции. При задании автомата геометрическим образом соответствующее автоматное отображение преобразуется в точечный числовой график с точками, расположенными на геометрических кривых линиях [1]. При таком задании законов функционирования автомата мощности множеств состояний и сигналов автомата могут быть бесконечными или, для удобства математических вычислений, полагаться бесконечными.

В данной работе содержатся результаты исследований фазовых картин дискретных детерминированных динамических систем (автоматов), представленных в форме геометрических кривых. На основе метода синтеза автомата по геометрической кривой, предложенного и разработанного В.А.Твердохлебовым в работе [1], осуществляется построение автоматов по 50 наиболее распространенным математическим кривым, извлеченным из банка кривых [4]. По каждой из рассматриваемых базовых геометрических кривых строится семейство автоматов (при различных значениях мощности входного алфавита и различных способах доопределения функции переходов автомата). Анализу подвергаются 5000 кривых, полученных на основе двух операций совмещения 50 базовых кривых. По каждой из 5000 кривых также осуществляется построение семейства автоматов при различном числе входных сигналов автомата и различных способах доопределения функции переходов. Построенные автоматы минимизируются. Исследуется зависимость числа состояний у минимального автомата, построенного по кривой от мощности входного алфавита автомата.

**1. Геометрические образы законов
функционирования автоматов**

Преобразование символьной формы автоматной модели в числовую структуру (геометрический

образ законов функционирования автомата) включает линейное упорядочивание автоматного отображения

$$\rho_s = \bigcup_{p \in X^*} \{(p, \lambda(s_0, p))\}$$

для инициального автомата

$$A_s = (S, X, Y, \delta, \lambda, s),$$

где S, X и Y - соответственно множества состояний, входных и выходных сигналов, а $\delta: S \times X \rightarrow S$ - функция переходов, $\lambda: S \times X \rightarrow Y$ - функция выходов.

Автоматное отображение ρ_s взаимно-однозначно преобразуется в автоматное отображение вида

$$\rho'_s = \bigcup_{p \in X^*} \{(p, \lambda'(s_0, p))\},$$

где $\lambda'(s_0, p)$ - последний знак последовательности $\lambda'(s_0, p)$.

Для преобразования множества пар ρ_s и ρ'_s в графики на множестве всех слов в алфавите X вводится линейный порядок ω_1 [1, 2]. Упорядоченные множества пар (ρ_s, ω_1) и (ρ'_s, ω_1) дополняются линейными порядками ω_0 на Y^* и ω_2 на Y . В результате получаем графики $(\rho_s, \omega_1, \omega_0)$ и $(\rho'_s, \omega_1, \omega_2)$. Построенные графики размещены в системе координат с осью абсцисс (X^*, ω_1) и осями ординат соответственно (Y^*, ω_0) и (Y, ω_2) . Замена элементов множеств X^* и Y в графике $\gamma_s = (\rho_s, \omega_1, \omega_2)$ их номерами по порядкам ω_1 и ω_2 позволяет преобразовать символьный график γ_s в числовой график в системе координат с осью абсцисс N^+ и осью ординат $\{1, 2, \dots, l\}$, где $|Y|=l$.

2. Синтез автоматов по геометрическим кривым

Предложенный и разработанный Твердохлебовым В.А. аппарат геометрических образов автоматов позволяет рассматривать геометрическую кривую с автоматной интерпретацией. Использование геометрических образов впускает в анализ геометрических кривых методы теории автоматов. В данной работе исследование свойств кривых осуществляется на основе анализа свойств автоматов, построенных по кривым. На основе метода, предложенного Твердохлебовым В.А. в работе [1], осуществлено построение по каждой из анализируемых кривых 12 автоматов (при различных значениях мощности входного алфавита автомата, $|X| = 2, 5, 10, 25$). Извлеченное из банка [4] множество геометрических кривых состоит из 50 геометрических кривых, таким образом общее число автоматов равно 600. Существенным является способ доопределения функции переходов δ автомата. Возможно циклическое дооп-

ределение, доопределение в начальное состояние, генерация состояния псевдослучайным образом (из множества возможных состояний).

В случае, когда $\frac{k}{|X|} \neq \left\lfloor \frac{k}{|X|} \right\rfloor$, где $|X|$ - мощность входного алфавита автомата, а k - число точек на кривой (по которой строятся законы функционирования автомата), доопределение требуется и для функции выходов λ .

В данной работе доопределение функции переходов осуществляется всеми указанными способами, а значение мощности входного алфавита и количество точек выбраны таким образом, что

$\frac{k}{|X|} = \left\lfloor \frac{k}{|X|} \right\rfloor$, поэтому доопределение функции λ не требуется. В качестве примера в табл. 1 приведено задание автомата (при $|X|=10$), построенного по спирали Фибоначчи (в приближении кривой 30 точками) при циклическом доопределении функции переходов.

Таблица 1

Таблицы переходов и выходов автомата, построенного по спирали Фибоначчи

δ	S_0	S_1	S_2
X_1	S_1	S_0	S_1
X_2	S_2	S_1	S_2
X_3	S_0	S_2	S_0
X_4	S_1	S_0	S_1
X_5	S_2	S_1	S_2
X_6	S_0	S_2	S_0
X_7	S_1	S_0	S_1
X_8	S_2	S_1	S_2
X_9	S_0	S_2	S_0
X_{10}	S_1	S_0	S_1

λ	S_0	S_1	S_2
X_1	Y_5	Y_1	Y_{12}
X_2	Y_4	Y_0	Y_{13}
X_3	Y_3	Y_1	Y_{14}
X_4	Y_5	Y_2	Y_{15}
X_5	Y_6	Y_3	Y_{16}
X_6	Y_7	Y_7	Y_{17}
X_7	Y_6	Y_8	Y_{18}
X_8	Y_5	Y_9	Y_{18}
X_9	Y_3	Y_{10}	Y_{18}
X_{10}	Y_2	Y_{11}	Y_{17}

Проведенное выделение классов эквивалентных состояний показало, что у всех 600 автоматов, построенных по 50 геометрическим кривым (при выборе на кривых по 50 точек) количество классов эквивалентности совпадает с числом состояний автомата, т.е. автоматы уже являются минимальными по числу состояний.

Данное свойство присутствует у всех 600 автоматов, построенных при всех использованных способах доопределения функции переходов автомата: при циклическом доопределении функции переходов, при доопределении в начальное состояние, при доопределении с использованием генератора случайных чисел (состояние выбирается случайным образом из множества возможных состояний).

3. Анализ операций совмещения геометрических образов автоматов

В данной части работы проводится исследование операций совмещения геометрических образов. Осуществляется построение и анализ автоматов, геометрические образы которых получены совмещением из базового набора кривых. Рассматриваются 50 плоских кривых, извлеченных из банка [4] и две операции совмещения геометрических кривых (сложение и вычитание). Результатом операции сложения кривых $y_1=f_1(x)$ и $y_2=f_2(x)$ полагается кривая $y=f_1(x)+f_2(x)$, вычитания - $y=f_1(x)-f_2(x)$. Исследуется зависимость числа состояний в минимальных автоматах, построенных по базовым кривым и по кривым, полученным в результате совмещения базовых от числа входных сигналов автомата, способа доопределения функции переходов и вида операции совмещения кривых. В результате совмещения 50 базовых геометрических кривых получено 2500 кривых с помощью операции сложения и 2500 кривых с помощью операции вычитания. Синтез законов функционирования автоматов по кривым осуществляется при трех способах доопределения функции переходов автомата (циклическое доопределение, доопределение в начальное состояние, генерация состояния случайным образом) и следующим числе входных сигналов автомата: $|X|=2, 5, 10, 25, 50$.

В качестве примера на рис. 1 приведены 2 кривые $y_1=f_1(x)$ и $y_2=f_2(x)$ из базового набора кривых, и кривая $y=f_1(x)+f_2(x)$, полученная в результате сложения. Аналитическое задание указанных кривых имеет следующий вид: $y_1=\frac{|x|^5+15}{|x|^2+1}$, $y_2=e^x$.

Построенные по этим кривым автоматы при выборе на кривых 20 точек, циклическом доопределении функции переходов автомата и $|X|=5$ приведены в табл. 2 – 4.

Таблица 2

Таблицы переходов и выходов автомата A_1 (имеющего 5 входных сигналов), построенного по геометрической кривой $y_1=(x^5+15)/(|x|^2+1)$

δ	S_0	S_1	S_2	S_3
X_1	S_1	S_2	S_3	S_0
X_2	S_2	S_3	S_0	S_1
X_3	S_3	S_0	S_1	S_2
X_4	S_0	S_1	S_2	S_3
X_5	S_1	S_2	S_3	S_0

λ	S_0	S_1	S_2	S_3
X_1	Y_6	Y_0	Y_4	Y_1
X_2	Y_5	Y_1	Y_3	Y_2
X_3	Y_4	Y_2	Y_2	Y_4
X_4	Y_2	Y_3	Y_1	Y_5
X_5	Y_1	Y_4	Y_0	Y_6

В приведенном примере число состояний после минимизации у автоматов A_1 и A_2 , построенных по кривым $y_1=\frac{|x|^5+15}{|x|^2+1}$ и $y_2=e^x$, а также у автомата

B , построенного по кривой $y=\frac{|x|^5+15}{|x|^2+1}+e^x$, не изменяется, т.е. автоматы уже являются минимальными по числу состояний.

Таблица 3

Таблицы переходов и выходов автомата A_2 (имеющего 5 входных сигналов), построенного по геометрической кривой $y_2=e^x$

δ	S_0	S_1	S_2	S_3
X_1	S_1	S_2	S_3	S_0
X_2	S_2	S_3	S_0	S_1
X_3	S_3	S_0	S_1	S_2
X_4	S_0	S_1	S_2	S_3
X_5	S_1	S_2	S_3	S_0

λ	S_0	S_1	S_2	S_3
X_1	Y_0	Y_5	Y_{10}	Y_{15}
X_2	Y_1	Y_6	Y_{11}	Y_{16}
X_3	Y_2	Y_7	Y_{12}	Y_{17}
X_4	Y_3	Y_8	Y_{13}	Y_{18}
X_5	Y_4	Y_9	Y_{14}	Y_{19}

Отмечено, что при использовании доопределения функции переходов автомата в начальное состояние и значении $|X|=2$ число состояний у автомата B после минимизации уменьшается, в то время как у автоматов A_1 и A_2 уменьшения числа состояний не происходит. В случае, когда мощность входного алфавита автомата равна 10 число классов эквивалентных состояний у автоматов A_1 , A_2 и B при всех используемых в работе способах доопределения функции переходов (циклическое доопределение, доопределение в начальное состояние и доопределение случайным образом) совпадает с числом состояний (т.е. автоматы являются минимальными).

Таблица 4

Таблицы переходов и выходов автомата B (имеющего 5 входных сигналов), построенного по геометрической кривой $y=(x^5+15)/(|x|^2+1)+e^x$

δ	S_0	S_1	S_2	S_3
X_1	S_1	S_2	S_3	S_0
X_2	S_2	S_3	S_0	S_1
X_3	S_3	S_0	S_1	S_2
X_4	S_0	S_1	S_2	S_3
X_5	S_1	S_2	S_3	S_0

λ	S_0	S_1	S_2	S_3
X_1	Y_7	Y_1	Y_4	Y_3
X_2	Y_6	Y_0	Y_5	Y_4
X_3	Y_5	Y_1	Y_4	Y_5
X_4	Y_4	Y_2	Y_3	Y_6
X_5	Y_2	Y_3	Y_2	Y_7

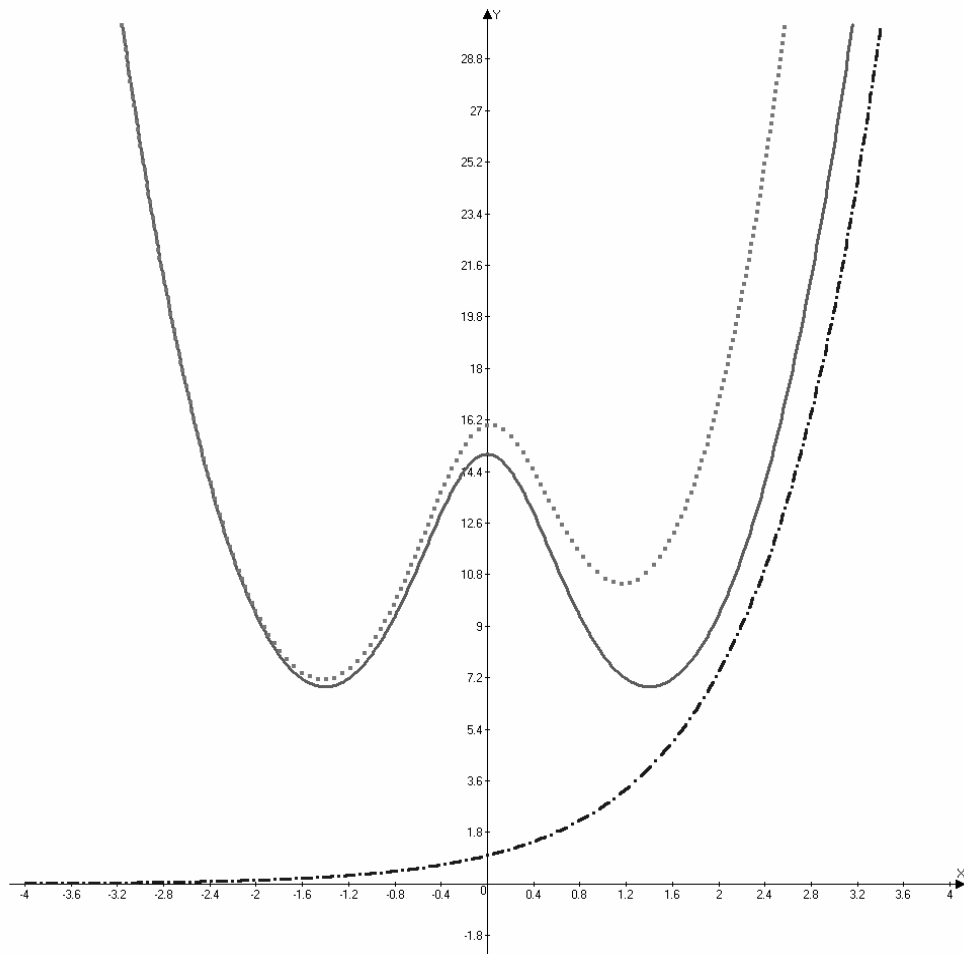


Рис. 1. Графики функций

$$\text{—} \quad y_1 = \frac{|x|^5 + 15}{|x|^2 + 1}, \quad \text{- - -} \quad y_2 = e^x, \quad \text{.....} \quad y = \frac{|x|^5 + 15}{|x|^2 + 1} + e^x$$

В результате построения и анализа 75000 автоматов по 5000 кривым, полученным в результате совмещения из базовых кривых, отмечено, что использование как операции сложения, так и операции вычитания при значениях $|X|=5, 10, 25, 50$ и доопределении функции переходов автомата случайным образом (с использованием генератора псевдослучайных величин) не происходит уменьшения числа состояний у автоматов.

При использовании доопределения функции переходов в начальное состояние и значениях $|X|=2, 5$ возможно уменьшение числа состояний после минимизации как у автоматов, построенных по базовым кривым, так и у автоматов, построенных по кривым, полученным в результате совмещения и с помощью операции сложения и с помощью операцию вычитания. Анализ автоматов, построенных с использованием всех указанных способов доопределения функции переходов и при значениях $|X|=10, 25, 50$, показал, что после минимизации уменьшения числа состояний не происходит. Также в работе проведен анализ автоматов, построенных по кри-

вым, полученных в результате совмещения базовых кривых с помощью операции возведения в степень, т.е. результатом совмещения кривых $y_1=f_1(x)$ и $y_2=f_2(x)$ из базового набора кривых полагается кривая $y=f_1(x)^{f_2(x)}$. В результате такого совмещения геометрических образов построены более 1500 кривых, по которым синтезированы законы функционирования более 18000 автоматов при различных способах доопределения функции переходов автомата и различных значениях мощности входного алфавита. Отмечено, что при некоторых сочетаниях кривых $y_1=f_1(x)$ и $y_2=f_2(x)$ и значениях $|X|=2$ и $|X|=5$ возможно уменьшение числа состояний после минимизации у автомата, построенного по кривой, полученной в результате совмещения кривых $y_1=f_1(x)$ и $y_2=f_2(x)$.

Заключение

Изложенные в статье результаты показывают возможность использования геометрических образов автоматов для задания и анализа законов функционирования дискретных детерминированных ди-

намических систем (автоматов). Геометрические кривые рассматриваются с автоматной интерпретацией. По базовым геометрическим кривым и кривым, полученным на основе совмещения базовых построены и проанализированы классы автоматов. Проведен анализ двух операций совмещения: сложения и вычитания. Построенные автоматы минимизированы по числу состояний и определены классы эквивалентных по сложности автоматов.

Литература

1. Твердохлебов В.А. Геометрические образы поведения дискретных детерминированных систем / В.А. Твердохлебов // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2006. - № 5. - С. 161-165.

2. Твердохлебов В.А. Геометрические образы законов функционирования автоматов / В.А. Твердохлебов. – Саратов: Научная книга, 2008. – 183 с.

3. Твердохлебов В.А. Техническое диагностирование систем с использованием геометрического представления законов функционирования / В.А. Твердохлебов. // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2009. - №6(40). - С. 113-117.

4. *Encyclopédie des formes mathématiques remarquables* [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.mathcurve.com>.

5. Епифанов А.С. Анализ фазовых картин дискретных динамических систем / А.С. Епифанов. – Саратов: Изд-во «Научная книга», 2008. – 156с.

6. Епифанов А.С. Анализ дискретных динамических систем, заданных в форме числовых структур / А.С. Епифанов // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. – 2009. - №6(40). - С.118-122.

7. Епифанов А.С. Анализ геометрических образов законов функционирования автоматов / А.С. Епифанов // *Управление большими системами*. - 2009. – Вып. 24. - С.81-98.

Поступила в редакцию 23.01.2010

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.Ф. Кривуля, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

АНАЛІЗ ОПЕРАЦІЙ СПОЛУЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБРАЗІВ ЗАКОНІВ ФУНКЦІОНУВАННЯ АВТОМАТІВ

А.С. Епифанов

В статті досліджуються властивості законів функціонування дискретних детермінованих динамічних систем, заданих у вигляді геометричних образів – кривих з числовими координатами точок. Використаний апарат геометричних образів дозволяє розглядати з автоматною інтерпретацією геометричні криві і числові послідовності, тобто числові послідовності і геометричні криві можуть розглядатися як спосіб завдання законів функціонування дискретних детермінованих динамічних систем. В роботі з автоматною інтерпретацією розглядаються графіки лінійних, квадратичних, тригонометричних, показових функцій, графіки багаточленів третьої, четвертої та п'ятої ступені. Здійснюється побудова та аналіз автоматів за геометричними кривими, що були отримані сполученням з вибраного базового набору кривих. Аналізується залежність кількості станів у мінімального автомату, побудованого за кривою від числа вхідних сигналів автомату та засобу доозначення функції переходів автомату.

Ключові слова: кінцевий детермінований автомат, геометричний образ законів функціонування, фазова картина, дискретна детермінована динамічна система.

THE ANALYSIS OF OPERATIONS OF OVERLAPPING OF GEOMETRICAL IMAGES OF LAWS FUNCTIONING OF STATE MACHINES

A.S. Epifanov

In clause are researched properties of laws of functioning of the discrete determined dynamic systems set in the form of geometrical images - curves with numerical coordinates of points. The used apparatus of geometrical images allows to consider geometrical curve and numerical sequences with automatic interpretation, i.e. numerical sequences and geometrical curves can be considered as a representation of laws of functioning of the discrete determined dynamic systems (automatons). In work are considered with automaton interpretation schedules of linear, square-law, trigonometrical, exponential functions, schedules of multinomial of 3-rd,4-th and 5-th degree. Construction and the analysis of automatons on the geometrical images received by overlapping from the chosen base set of curves is carried out. Are analyzed dependence of number of conditions at the minimal state machine constructed on curve from number of entrance signals of the state machine.

Key words: finite state machine, geometrical image of laws of functioning, phase picture, discrete determined dynamic system

Епифанов Антон Сергеевич – аспирант, Институт проблем точной механики и управления Российской Академии Наук, Саратов, Россия, e-mail: epifanovas@list.ru.