

УДК 681.324

Г.А. КУЧУК¹, А.А. МОЖАЕВ², А.А. КОВАЛЕНКО³¹Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Украина²Национальный технический университет «ХПИ», Украина³Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина

МНОГОШКАЛЬНОЕ ВЕЙВЛЕТ-МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАФИКА МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЕЙ

Предложен новый подход к многошкальному моделированию, необходимому для описания трафикового процесса с долговременной зависимостью автокорреляционной функции. Используя вейвлет-преобразование Хаара, специальную мультипликативную структуру вейвлета и коэффициенты масштабирования для гарантирования положительных результатов, модель предоставляет быстрый $O(N)$ -каскадный алгоритм для синтеза N -точечных наборов данных. Наряду с мультифрактальными проанализированы статистические характеристики второго порядка. Разработана схема для согласования модели с реальными данными мультифрактального трафикового процесса.

Ключевые слова: трафик, фрактальность, долговременная зависимость, вейвлет-преобразование, модель, телекоммуникационная сеть, самоподобие.

Введение

Постановка задачи и анализ литературы. В настоящее время при описании и моделировании многих процессов учитывается их фрактальная (самоподобная либо $1/f$) природа [1, 2]. В области обработки изображений фракталы применяются в компьютерной графике, моделировании текстур, сжатии и распознавании изображений [3, 4].

Фрактальные характеристики свойственны и ряду процессов, протекающих в телекоммуникационных сетях [5]. В частности, сетевой трафик мультисервисных сетей проявляет такие фрактальные свойства как самоподобие и долговременную зависимость (ДВЗ). Существующие классические пуассоновские или марковские модели передачи данных в телекоммуникационных сетях не отражают адекватно все эти свойства [5]. Например, прогноз производительности сети, основанный на классических моделях трафика, зачастую слишком оптимистичен по сравнению с ее реальной производительностью. Фрактальные модели трафика создают базу для разработки новых алгоритмов прогнозирования и управления процессом передачи данных в сети.

Наиболее известны следующие фрактальные модели трафиковых процессов: фрактальное броуновское движение (ФБД), фрактальный гауссовский шум (ФГШ), независимая гауссовская модель области вейвлета (НГМОВ).

Фрактальное броуновское движение (ФБД) $V(t)$ является одной из наиболее широко употребляемых

моделей фрактального процесса [5–7]. Его преимущество заключается в простоте: ФБД является статистически самоподобным, т.е.

$$V(at) = a^H V(t), \quad (1)$$

где $a = \text{const}$; H – параметр Херста,

В результате статистического анализа этой модели установлено, что модель ФБД нестационарна, но ее инкременты представляют собой стационарный процесс фрактального гауссовского шума (ФГШ). Когда параметр Херста $H > 0,5$, ФГШ проявляет свойство ДВЗ. При моделировании процессов передачи данных в компьютерных сетях на основании модели ФГШ существующие методы аппроксимации обладают значительной вычислительной сложностью (обычно $O(N^3)$), что может вызвать перегрузки, особенно в сетевых приложениях, где зачастую $N \gg 10^6$. Для таких больших задач разработана техника аппроксимаций $O(N)$ -сложности, основанная на вейвлет-преобразованиях.

Дискретное вейвлет-преобразование представляет собой одномерный процесс $X(t)$, формируемый из смещенных и расширенных версий прототипа вейвлет-функции полосы пропускания $\psi(t)$ и смещенных версий низкочастотной функции масштабирования $\phi(t)$ [8–10]. Вейвлет-функции и функции масштабирования, определенные как

$$\psi_{j,k}(t) := 2^{j/2} \psi(2^j t - k), \quad (2)$$

$$\phi_{j,k}(t) := 2^{j/2} \phi(2^j t - k), \quad j, k \in Z, \quad (3)$$

образуют ортонормальный базис. Тогда справедливо разложение процесса $X(t)$ по базису (2) – (3):

$$X(t) = \sum_k U_{J_0,k} \phi_{J_0,k}(t) + \sum_{j=J_0}^{\infty} \sum_k W_{j,k} \psi_{j,k}(t), \quad (4)$$

где соответствующие коэффициенты вейвлет-преобразования $W_{j,k}$ и $U_{j,k}$ принимают вид:

$$W_{j,k} := \int X(t) \psi_{j,k}(t) dt; \quad (5)$$

$$U_{j,k} := \int X(t) \phi_{j,k}(t) dt. \quad (6)$$

Для вейвлет-функции $\psi(t)$ с частотой f_0 , симметричной относительно значения $t_0 = 0$, коэффициент вейвлета $W_{j,k}$ измеряет величину сигнала вблизи момента времени $2^{-j}k$ и частоты $2^j f_0$. Коэффициент масштабирования $U_{j,k}$ измеряет среднее значение вблизи момента времени $2^{-j}k$. В вейвлет-преобразовании значение j указывает шкалу анализа: J_0 указывает наибольшую шкалу либо наименьшую точность анализа, большее значение j соответствует большей точности анализа.

Вейвлет-функция и функция масштабирования Хаара (рис. 1, а) представляют собой простейший пример ортогонального вейвлет-базиса. Согласно (3), поддержка функций масштабирования на мелких шкалах несет в себе поддержку функций масштабирования на более крупных шкалах; это можно представить двоичным деревом (рис. 1, б). Ряд (шкала) j дерева коэффициентов масштабирования содержит аппроксимацию $X(t)$ с разрешающей способностью 2^{-j} . Фактически, коэффициенты $U_{j+1,k}$ представляют масштабированную сумму и разность коэффициентов $U_{j,k}$ и $W_{j,k}$.

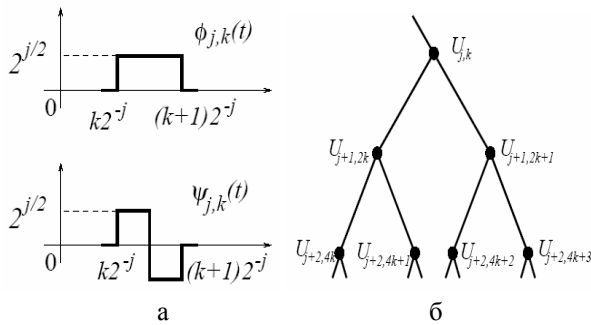


Рис. 1. Ортогональный вейвлет-базис (а) и двоичное дерево коэффициентов масштабирования (б)

Однако, такие фрактальные модели как ФБД и ФГШ имеют существенные ограничения при моделировании негауссовских процессов, возникающих в мультисервисных сетях, особенно таких, которые обладают свойством ДВЗ, но в тоже время наблюдаются кратковременные корреляции и поведение, несовместимое со строгим самоподобием. Таким образом, отсутствие достаточно полной модели процесса

передачи данных в мультисервисных сетях обеспечивает **актуальность** рассматриваемой проблемы.

Целью данной статьи является разработка модели процессов передачи данных в мультисервисных сетях, основанной на вейвлет-преобразованиях, которая учитывает долговременную зависимость трафикового процесса.

1. Математическая многошкальная вейвлет-модель мультифрактального трафикового процесса

Рассмотрим многошкальную вейвлет-модель (МВМ), которая должна позволить, применительно к сетевому трафику, согласовать ее с концепцией трафика как суперпозиции отдельных компонент, что является достаточно точным описанием при больших масштабах времени, а также обладать свойством мультипликативности. Мультипликативные модели интерпретируют моменты начала отсчетов трафикового процесса произведением случайных множителей, которые подобны разбиению общей производительности трафика на части. Этот подход справедлив при рассмотрении трафика на малых масштабах времени [6].

Рассматриваемый трафиковый процесс $X(t) \geq 0$, поэтому описание данных в пространстве общих вейвлетов проблематично, однако для вейвлета Хаара неотрицательность определяется простым условием: $X(t)$ является неотрицательным тогда и только тогда, если $|W_{j,k}| \leq U_{j,k} \quad \forall j, k$.

Рассмотрим дискретный по времени процесс $C^{(n)}[k]$, который аппроксимирует процесс $C(t)$ с разрешением 2^{-n} . Заменяем в вейвлет-преобразовании полубесконечную сумму в (4) суммой на конечном числе масштабов $0 \leq j < n, j, n \in Z_+$. Установим также без потери общности самую крупную временную шкалу $J_0 = 0$, обозначающую, что первая сумма в (4) сводится к одному терму $U_{0,0} \phi_{0,0}$, что соответствует дереву с одним коэффициентом масштабирования, аппроксимирующем $C(t)$ на интервале $[0, 1]$. При определенных условиях он удобен для применения при R деревьях с корнями в R коэффициентах масштабирования $U_{0,k}, k = 0, 1, \dots, R-1$, т.е. процесс $C(t)$ находится в интервале $[0, R]$.

При применении вейвлета Хаара дискретный процесс $C^{(n)}[k]$ принимает значения, которые соответствуют значению интеграла $C(t)$ в интервале $[k \cdot 2^{-n}, (k+1) \cdot 2^{-n}]$, т.е. для $k = 0, \dots, 2^{-n} - 1$

$$C^{(n)}[k] = I((k+1)2^{-n}) - I(k2^{-n}) = \int_{k2^{-n}}^{(k+1)2^{-n}} C(t) dt = 2^{-n/2} U_{n,k}. \quad (7)$$

Покажем возможность использования простого вейвлета Хаара при построении процесса $C^{(n)}[k]$.

Для вейвлета Хаара коэффициенты масштабирования и вейвлет-преобразования могут быть рекуррентно вычислены следующим образом:

$$U_{j,k} = 2^{-1/2} (U_{j+1,2k} + U_{j+1,2k+1}); \quad (8)$$

$$W_{j,k} = 2^{-1/2} (U_{j+1,2k} - U_{j+1,2k+1}). \quad (9)$$

К тому же в преобразовании Хаара для положительных данных известно, что все $U_{j,k} > 0$, поскольку каждое $U_{j,k}$ равно масштабированному локальному среднему. Переписав (8) и (9) как:

$$U_{j+1,2k} = 2^{-1/2} (U_{j,k} + W_{j,k}); \quad (10)$$

$$U_{j+1,2k+1} = 2^{-1/2} (U_{j,k} - W_{j,k}), \quad (11)$$

получим простые ограничения для гарантирования неотрицательности процесса:

$$|W_{j,k}| \leq U_{j,k}. \quad (12)$$

Хотя выражение (12) было получено как необходимое условие, легко доказать, что оно также является достаточным.

Построим статистическую модель для значений $W_{j,k}$, в которую автоматически включается условие (12). Это приводит нас к простой мультипликативной модели сигнала.

Пусть $A_{j,k}$ – случайная переменная, равномерно распределенная на интервале $[-1, 1]$ и определяющая вейвлет-коэффициенты как

$$W_{j,k} = A_{j,k} U_{j,k}. \quad (13)$$

Предлагаемая МВМ использует преобразование вейвлета Хаара и структурные ограничения (13), т.е. допускает возможность перехода от крупных шкал к мелким (рис. 2): на шкале j дерева коэффициенты масштабирования формируются вейвлет-коэффициенты; затем на шкале $j+1$ формируются нормализованные коэффициенты масштабирования $U_{j+1,2k}$ и $U_{j+1,2k+1}$ (выражения (10), (11)).

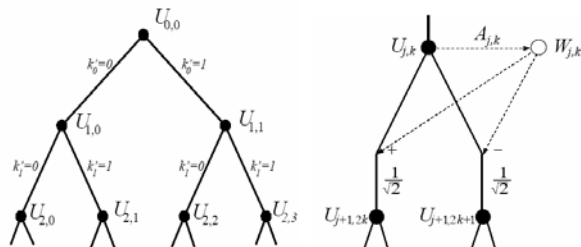


Рис. 2. Синтез мелкомасштабной шкалы на дереве коэффициентов масштабирования

Алгоритм синтеза мелкомасштабной шкалы.

1. Устанавливается начальное значение счетчика текущей шкалы $j = 0$. Устанавливается либо вы-

числяется наибольший (корневой) коэффициент масштабирования $U_{0,0}$.

2. Для шкалы j генерируются случайные множители $A_{j,k}$ и согласно (13) рассчитываются значения $W_{j,k}$ для $k = 0, \dots, 2^j - 1$.

3. Для шкалы $j+1$ рассчитываются значения $U_{j+1,2k}$ и $U_{j+1,2k+1}$ для $k = 0, \dots, 2^j - 1$, исходя из значений $U_{j,k}$ и $W_{j,k}$ шкалы j .

4. Значение счетчика текущей шкалы увеличивается на 1. Если наименьшая шкала не достигнута ($j = n$), то повторяются шаги 2 и 3, при достижении наименьшей шкалы алгоритм заканчивает работу.

Поскольку коэффициенты масштабирования генерируются одновременно с вейвлет-коэффициентами, то нет необходимости инвертировать вейвлет-преобразование. Коэффициенты масштабирования наименьшей шкалы фактически определяют выходной процесс МВМ, т.е.

$$C^{(n)}[k] = 2^{-n/2} U_{n,k}, \quad k = 0, \dots, 2^n - 1.$$

Общая вычислительная сложность для N выборов МВМ процесса равна $O(N)$.

Учитывая (13), шаги 2 и 3 алгоритма можно выполнить без значений вейвлет-коэффициентов:

$$U_{j+1,2k} = \left(\frac{1 + A_{j,k}}{\sqrt{2}} \right) U_{j,k}; \quad U_{j+1,2k+1} = \left(\frac{1 - A_{j,k}}{\sqrt{2}} \right) U_{j,k}.$$

Получим точные формулы для вейвлета Хаара и коэффициентов масштабирования мелкомасштабной шкалы модели МВМ на основе множителей для более крупных шкал. Начнем с определения схемы индексирования, которая связывает коэффициенты масштабирования самой крупной шкалы $U_{0,0}$ с их "потомками" на более мелких шкалах, $U_{j,k}$, $j > 0$ (рис. 2). Пусть k_j , $j > 0$ – переменная, индексирющая возможные смещения потомков $U_{0,0}$ на шкале j . Можно связать смещение k_j коэффициента масштабирования со смещением одного из двух его непосредственных потомков k_{j+1} как $k_{j+1} = 2k_j + k'_j$, где $k'_j = 0$ соответствует левому потомку, а $k'_j = 1$ – правому (рис. 2). Теперь можно выразить k_j как бинарное расширение k'_i , ($i = 0, \dots, j - 1$):

$$k_j = \sum_{i=0}^{j-1} k'_i 2^{j-1-i}. \quad (14)$$

Кроме того,

$$k_j = \left[\frac{k_{j+1}}{2} \right];$$

$$k'_j = k_{j+1} - 2 \left\lfloor \frac{k_{j+1}}{2} \right\rfloor,$$

где $[x]$ – целая часть x . Необходимо заметить, что фиксирование последовательности k'_i определяет не только k_j , а и "линию потомков" для U_{i,k_i} ($i = 0, \dots, j$) от $U_{0,0}$ до U_{j,k_j} .

В результате коэффициенты для вейвлета Хаара определяются следующим образом:

$$U_{j,k_j} = 2^{-j/2} U_{0,0} \prod_{i=0}^{j-1} [1 + (-1)^{k'_i} A_{i,k_i}]; \quad (15)$$

$$W_{j,k_j} = 2^{-j/2} A_{j,k_j} U_{0,0} \prod_{i=0}^{j-1} [1 + (-1)^{k'_i} A_{i,k_i}]. \quad (16)$$

Свойства мультифрактальной вейвлет-модели. Рассмотрим основные свойства предлагаемой модели.

Коэффициенты вейвлета Хаара для стационарного сигнала одинаково распределены внутри каждого масштаба с $\int [W_{j,k}] = 0$. Введем следующие ограничения на коэффициенты каждой шкалы j :

- множители $A_{j,k}$, $k = 0, 1, \dots, 2^{j-1}$, одинаково распределены в соответствии с некоторой случайной переменной $A_{(j)} \in [-1, 1]$;

- множители $A_{(j)}$ симметричны относительно 0;

- множители $A_{j,k}$ независимы от наибольшего коэффициента масштабирования $U_{0,0}$ и от $A_{1,k}$ на меньших шкалах.

При таких ограничениях из соотношений (15), (16) следуют свойства маргинальной плотности и стационарности процесса $C^{(n)}[k]$. Принимая $j = n$ в выражениях (14), (15), а также $k = k_n$ в выражении (7), получим

$$C^{(n)}[k] = 2^{-n} U_{0,0} \prod_{i=0}^{n-1} \left(1 + (-1)^{k_i} A_{i,k} \right)^d = 2^{-n} U_{0,0} \prod_{i=0}^{n-1} (1 + A_j). \quad (17)$$

Таким образом, распределение $C^{(n)}[k]$ является стационарным по статистическим характеристикам первого порядка. Заметим, что без требований симметричности $A_{(j)}$, маргинальное распределение $C^{(n)}[k]$ будет зависеть от k и выражение (17) не будет справедливым. Следовательно, симметрия множителей является ключевым требованием при моделировании стационарных процессов.

Тем не менее, процесс $C^{(n)}[k]$ не будет стационарным в широком смысле. Как следствие двухэлементной структуры вейвлет-преобразования, стационарность в широком смысле для $C^{(n)}[k]$ является недостижимой при использовании модели в вейвлет-пространстве с некоррелированными вейвлет-коэффициентами (кроме тривиального случая белого шума). В МВМ при одинаковом смещении m , $M[C^{(n)}[k+m] \cdot C^{(n)}[k]]$ будет изменяться как функция k по отношению к размеру наименьшего поддерева, содержащего и $C^{(n)}[k+m]$, и $C^{(n)}[k]$. Если множители $A_{j,k}$ независимы и одинаково распределены, то между элементами меньшего поддерева потенциальные корреляции возрастают и моменты $C^{(n)}[k]$ рассчитываются как

$$M[C^{(n)}[k]^q] = M[U_{0,0}^q] \prod_{j=0}^{n-1} M\left[\left(\frac{1+A_{(j)}}{2}\right)^q\right]. \quad (18)$$

При увеличении количества шкал в вейвлет-преобразовании ($n \rightarrow \infty$), соответствующее масштабированное значение $C^{(n)}[k]$ согласно центральной предельной теореме сходится к логонормальной случайной переменной, поскольку $M[\log(A_j)^3]$ ограничено для $j \geq 0$.

2. Моделирование данных

Определим функции плотности вероятности (ФПВ) для коэффициента масштабирования $U_{0,0}$ и множителей $A_{(j)}$ каждой шкалы. Используем степени свободы в этих ФПВ для варьирования в модели автокорреляционных взаимодействий и ДВЗ выходного сигнала $C^{(n)}[k]$ с помощью затухания энергии вейвлета. Вариации моментов высших порядков и маргиналий ФПВ $C^{(n)}[k]$ получим при помощи моментов коэффициентов масштабирования.

Для аппроксимации в модели поведения автокорреляционных взаимодействий интересующего сигнала будем изменять характеристики затухания энергии вейвлета на всей шкале выбором ФПВ для $A_{(j)}$, т.е. управляя масштабированием. Для этого зафиксируем энергию на наибольшей шкале ($j = 0$) с последующей установкой коэффициентов для энергий на других шкалах:

$$\eta_j := D(W_{j-1,k})/D(W_{j,k}), \quad 0 \leq j < n.$$

Для стационарного процесса 1/f согласно [10 – 13], $\eta_j = 2^{2H-1}$ является константой. Используя соотношения (15), (16), можно вычислить значения η_j для рассматриваемой MBM:

$$\begin{aligned} \eta_j &= M[W_{j-1,k}^2]/M[W_{j,k}^2] = \\ &= \frac{2M[A_{(j-1)}^2]M[U_{j-1,k}^2]}{M[A_{(j)}^2]M[(1+A_{(j-1)})^2]M[U_{j-1,k}^2]} = \quad (19) \\ &= 2 \frac{M[A_{(j-1)}^2]}{M[A_{(j)}^2](1+M[A_{(j-1)}^2])}. \end{aligned}$$

Из выражения (19) рекурсивно определим $M[A_{(j)}^2]$, $j = \overline{1, n-1}$, используя η_j и $M[A_{(j-1)}^2]$. Расчет начинается с максимальной шкалы ($j = 0$):

$$M[A_{(0)}^2] = M[W_{0,0}^2]/M[U_{0,0}^2]. \quad (20)$$

Моменты коэффициентов масштабирования масштабируются в соответствии с зависимостью

$$M[U_{j-1,k}^q]/M[U_{j,k}^q] = 2^{q/2} M[(1+A_{j-1})^q]^{-1}. \quad (21)$$

С помощью выражения (21) можно управлять масштабированием моментов высшего порядка коэффициентов масштабирования, а также процессом $S^{(n)}[k]$, варьируя моменты $A_{(j)}$.

В модели для множителей предлагается два распределения: симметричное β -распределение и симметричное распределение точечных масс.

Симметричное бета-распределение $\beta(p,p)$.

Случайная переменная a , симметрично распределенная на интервале $(-1, 1)$, имеет следующую ФПВ [15]:

$$g_A(a) = \frac{(1+a)^{p-1} \cdot (1-a)^{p-1}}{2^{p-1} \cdot B(p,p)}, \quad (22)$$

где $B(\cdot, \cdot)$ – бета-функция, а $p > 0$ – параметр распределения или бета-параметр (рис. 3).

Для данного распределения:

$$M[\hat{a}] = 0; \quad D(\hat{a}) = 1/(2p+1). \quad (23)$$

При $0 < p < 1$ распределение близко к биномиальному, при $p = 1$ совпадает с равномерным, а для $p > 1$ распределение близко к усеченному нормальному, причем сходство увеличивается при увеличении значения p (рис. 3). При $p \rightarrow \infty$ $\beta(p,p)$ аппроксимирует нормальное распределение [15].

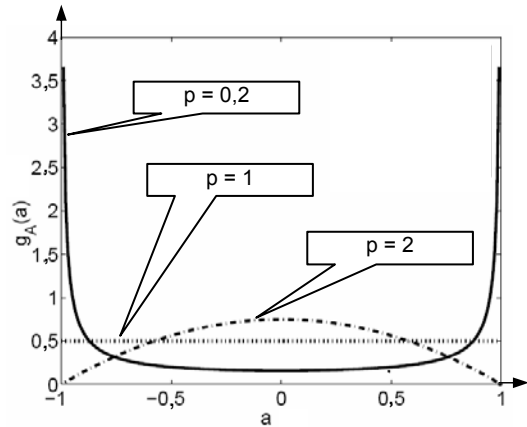


Рис. 3. Характер поведения симметричного бета-распределения в зависимости от бета-параметра

Комбинируя выражения (19) и (23) можно выбрать значения бета-параметра p для достижения требуемого характера масштабирования в зависимости от коэффициента η_j . Обозначив как $p(j)$ бета-параметр для масштаба j , получим:

$$p(j) = \frac{\eta_j}{2} (p_{(j-1)} + 1) - \frac{1}{2}. \quad (24)$$

В дальнейшем MBM, использующую симметричное бета-распределение, будем называть бета-многошкальной вейвлет-моделью (β -MBM).

Распределение точечных масс. Распределение точечных масс рассмотрим как дискретное симметричное распределение на интервале $[-1, 1]$ с двумя параметрами $c \leq 1$ и $\gamma \geq 0$, ненулевое в трех точках

$$\begin{aligned} \Pr[\hat{a} = c] &= \Pr[\hat{a} = -c] = \gamma; \\ \Pr[\hat{a} = 0] &= 1 - 2\gamma, \end{aligned} \quad (25)$$

Для распределения точечных масс дисперсия представлена в виде: $D(\hat{a}) = 2\gamma c^2$. Моменты высших порядков для величины $\left(\frac{1+\hat{a}}{2}\right)$, которые используются для описания моментов коэффициентов масштабирования ((18)), рассчитываются как

$$M\left[\left(\frac{1+A}{2}\right)^q\right] = 2^{-q}\gamma((1-c)^q + (1+c)^q) + 2^{-q}(1-2\gamma). \quad (26)$$

Моделирование плотности распределения для корня двоичного дерева коэффициентов масштабирования. Для большого числа масштабов в вейвлет-преобразовании на основании центральной предельной теоремы коэффициенты масштабирования корня имеют нормальное распределение, т.е. характеризуются только средним значением $M[U_{0,0}]$ и дисперсией $D[U_{0,0}]$. Так как средние значения всегда превосходят дисперсию, то вероятность отрицательного значения мала.

Для модели МВМ в зависимости от характера мультифрактального трафика можно использовать несколько деревьев вейвлетов с разными коэффициентами масштабирования корня на одно дерево.

Для моделирования стационарных положительных 1/f процессов с параметром Херста Н, можно выбрать $n_j = 2^{2H-1}$ независимо от масштаба.

Если $A_{j,k}$ в (13) равномерно распределены вна интервале $[-1, 1]$, то

$$M[A_{(j)}^2] = \frac{2^{2-2H} M[A_{(j-1)}^2]}{1 + M[A_{(j-1)}^2]} \quad (27)$$

Тогда выходной процесс рассматриваемой модели $S^{(n)}[k] = 2^{-n/2} U_{n,k}$ является положительным и проявляет степенную зависимость поведения вейвлет-коэффициентов с показателем степени $2H-1$, а

$$\lim_{j \rightarrow \infty} M[A_{(j)}^2] = 2^{2-2H} - 1, \quad \frac{1}{2} < H < 1. \quad (28)$$

Анализ выражения (28) показывает, что для значения показателя Херста в пределах $1/2 < H < 1$ итерация четко определена на всех масштабах, поскольку дисперсия $A_{(j)}$ должна находиться в интервале $[0, 1]$ для всех j .

Если для множителей использовать симметричное бета-распределение, то

$$p = \lim_{j \rightarrow \infty} p_{(j)} = \frac{2^{2H-1} - 1}{2 - 2^{2H-1}}, \quad \frac{1}{2} < H < 1. \quad (29)$$

В табл. 1 представлены полученные при моделировании асимптотические значения для бета-параметра p и дисперсии при различных значениях параметра Херста.

Таблица 1

Результаты моделирования

Н	0,55	0,65	0,75	0,85	0,95
p	0,083	0,254	0,683	01,442	5,357
D (a)	0,882	0,611	0,397	0,242	0,081

Таким образом, МВМ может аппроксимировать рассматриваемый процесс с заданным параметром Херста $1/2 < H < 1$ до достаточно малого разрешения.

Согласование МВМ с реальными данными.

Опишем процедуру согласования МВМ с реальными данными. Первоначально проводится вейвлет-анализ: вычисляются вейвлет-коэффициенты измерений по алгоритму вейвлет-преобразования Хаара [9, 10].

Требуется определить значения $D(W_{j,k})$, $j = 0, \dots, n-1$ и $M[U_{0,0}^2]$ для согласования МВМ с

помощью выражений (19) и (20). Для этого можно либо непосредственно включить дисперсии в эмпирический вейвлет, либо получить параметрическую модель для дисперсий и использовать данные измерений для согласования модели.

Если включить эмпирические моменты непосредственно в (19) и (20), то необходимо удостовериться, что имеется достаточно данных для получения достоверной статистики. Эта проблема стоит наиболее остро для вейвлетов и коэффициентов масштабирования на максимальных шкалах. Обычно устанавливается число уровней n преобразования Хаара такое, что число $[N \cdot 2^{-n}]$ вейвлетов и коэффициентов масштабирования на максимальных шкалах удовлетворяет требованиям для оценки $M[W_{0,0}^2]$ и $M[U_{0,0}^2]$.

Мультипликативные каскады. Для расширения МВМ до непрерывного по времени процесса предлагается использовать мультипликативные каскады [15]. Мультипликативные каскады позволяют отобразить самоподобие ФБД за счет расширения параметров свойств масштабирования. отождествление алгоритма МВМ с мультипликативными каскадами позволяет применить при моделировании аппарат мультифракталов, включая вопросы конвергенции алгоритма, свойств маргинальных распределений, что дает существенные преимущества перед монофрактальными моделями ФГШ.

Рассмотрим модель МВМ как биномиальный каскад, расширяя ее до простого, классического мультифрактала – биномиальной меры μ . Фрагмент схемы процесса итеративного конструирования каскада приведено на рис. 4.

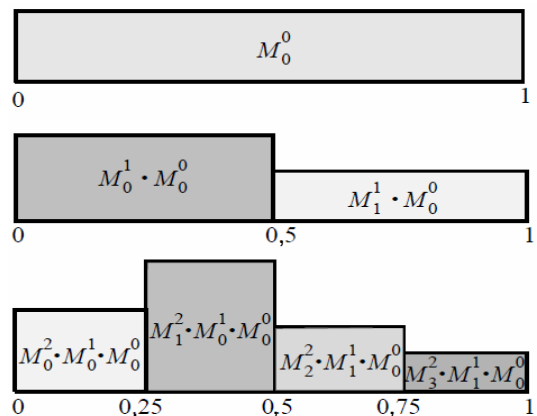


Рис. 4. Итеративное конструирование биномиального каскада

Начиная с однородного распределения единичного интервала общим объемом M_0^0 , перераспределяем этот объем с помощью деления между дву-

мя подінтервалами половинного розміра в отношениях от M_0^1 до M_1^1 , где $M_0^1 + M_1^1 = 1$.

После n шагов получим распределение, однородное на интервалах $L_k^n = [k2^{-n}, (k+1)2^{-n}]$, которое связывает с этими интервалами объем

$$C_b^{(n)}[k_n] = I_b((k_n+1)2^{-n}) - I_b(k_n 2^{-n}) = \mu(L_k^n) = M_{k_n}^n \cdot M_{k_n-1}^{n-1} \dots M_{k_1}^1 \cdot M_0^0. \quad (30)$$

Структура дерева на рис. 2 легко преобразуется в представленную ситуацию: интервал $L_{k_n}^n$ лежит внутри интервалов $L_{k_i}^i$ ($i=0, \dots, n-1$), формирующей вложенную последовательность. Если $k_i^i = 0$, то $L_{k_{i+1}}^{i+1}$ является левым подинтервалом родительского интервала $L_{k_i}^i$, если $k_i^i = 1$, он лежит справа.

Для генерации случайного значения I_d процесса $C[k]$, выбираем различные M_1^i случайным образом. Для всех j и k_{j-1} выражение

$$M_{2k_{j-1}}^j + M_{2k_{j-1}+1}^j = 1 \quad (31)$$

практически соблюдается. Это вводит строгую зависимость между "элементами одного уровня", т.е. множителями двух узлов-потомков одного родителя.

Сравнение с (15) и (16) (при $j=n$) либо с выражением (17), показывает, что МВМ является случайным биномиальным каскадом. Действительно,

$$M_{k_n}^n = \frac{1 + (-1)^{k_n-1} A_{n-1, k_n-1}}{2}. \quad (32)$$

Поскольку МВМ является биномиальным каскадом, известные свойства каскадов присущи и ей.

Дистрибутивная сходимость $C(t)$. Функция распределения $F_c(t)$ процесса $C(t)$ была построена с помощью диадического процесса $C^{(n)}[k]$ приближением к пределу бесконечно малого разрешения ($n \rightarrow \infty$), так как невозможно определить "процесс" $C(t)$ при $F_c(t) = \int_0^t C(s) ds$ в обычном смысле. Действительно, аппроксимации $C(k2^{-n}) \sim 2^n C^{(n)}[k_n]$ (рис. 3) стремятся к 0 либо ∞ . В частности, производная $F_c'(t)$ равна нулю практически везде. Следовательно, существенный рост $F_c(t)$ происходит "в" точках, где $F_c'(t)$ не существует. Это объясняет пиковое появление инкрементов $C^{(n)}[k]$ для больших n .

Для определения значения $C(t)$ можно исполь-

зовать следующее равенство:

$$\int g(t)C(t)dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{2^n-1} g(k2^{-n})C^{(n)}[k] = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{2^n-1} g(k2^{-n})\mu(L_k^n) = \int g(t)d\mu(t). \quad (33)$$

Замечание. Используя выражения (15) и (16), после простых вычислений получим

$$M\left[\sum_{j,k} |W_{j,k}|^2\right] = \sum_{j=0}^n \sum_k D(W_{j,k}) = M[U_{0,0}^2] \sum_{j=0}^n M[A_{(j)}^2] \prod_{i=0}^{j-1} M\left[(1+A_{(i)})^2\right], \quad (34)$$

т.е. норма ее вейвлет-коэффициентов $C(t)$ бесконечна. Для того, чтобы выражение (34) оставалось конечным при $n \rightarrow \infty$, $M[A_{(j)}^2]$ должно затухать к 0

(поскольку $j \rightarrow \infty$), что обусловлено неравенством

$$M\left[(1+A_{(j)})^2\right] \geq 1. \quad \text{Это требование, однако, приводит к процессам со слишком мелкими шкалами, и, безусловно, не сохраняется при наличии ДВЗ.}$$

Сопоставление теоретических и экспериментальных исследований. Как было рассмотрено выше, многошкальная вейвлет-модель позволяет проводить быстрый и точный анализ характера поведения трафика мультисервисной сети передачи данных, обладающего фрактальными особенностями. Подобно моделям ФГШ, МВМ может точно моделировать спектральную функцию, а следовательно и учитывать ДВЗ автокорреляции, набором обучающих данных, если дисперсии множителей $A_{j,k}$ выбраны соответствующим образом.

В отличие от моделей ФГШ, МВМ также может предоставлять статистики высоких порядков благодаря ее мультипликативной конструкции.

Было проведено сравнение реальных данных (временной интервал между прибытиями пакетов мультисервисной сети) с данными, полученными в результате моделирования трафикового процесса многошкальной вейвлет-моделью и фрактальным гауссовским шумом, при различных уровнях агрегации пакетов данных. Результаты этого сравнения представлены на рис. 4.

Проведя анализ реального трафика и трафика, сгенерированного на базе МВМ и ФГШ моделей, можно прийти к такому выводу. Обе модели совпадают по своему среднему значению, дисперсии и затуханию корреляции реальных данных. Из рисунка очевидно, что большое число отрицательных значений, наблюдаемых для модели ФГШ, спровоцировано реальными данными с большим значением отношения стандартного отклонения к среднему значению.

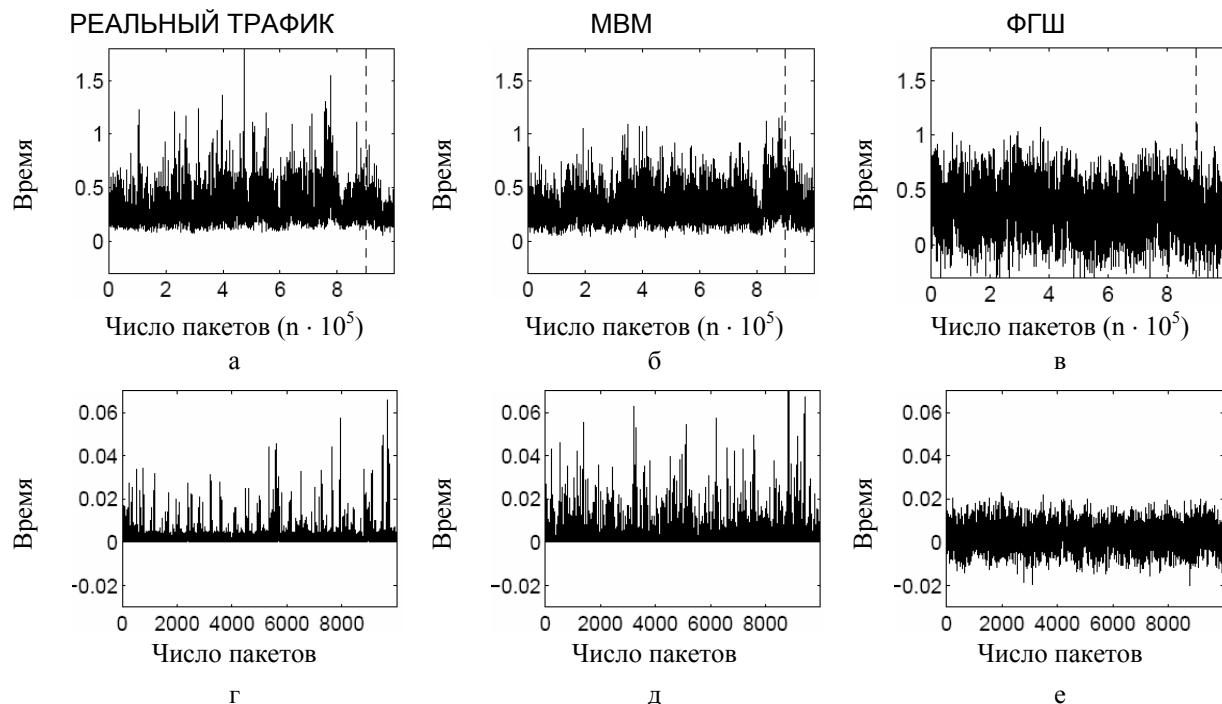


Рис. 5. Сравнение времени между прибытиями групп пакетов для реального трафика и его моделей

Данные, полученные для модели МВМ, намного лучше совпадают с характеристиками реальных данных. Кроме того, время синтеза трафика моделью МВМ, обусловленной слиянием 2^{18} источников трафика занимает лишь восемь секунд по сравнению с восемнадцатью часами необходимыми для синтеза трафика моделью ФГШ.

Выводы

В данной статье предложен подход к многошкальному моделированию, используемый при моделировании мультифрактального трафика с ДВЗ. Используя вейвлет-преобразование Хаара, специальную мультипликативную структуру вейвлета и коэффициенты масштабирования для гарантирования положительных результатов, модель предоставляет быстрый $O(N)$ -каскадный алгоритм для синтеза набора N -точечных наборов данных.

Наряду с мультифрактальными проанализированы статистические свойства второго порядка модели.

Получена схема для согласования модели с результатами реальных данных, демонстрирующая ее эффективность, и возможность применения предложенной модели к синтезу сетевого трафика. Гибкость и точность как модели, так и процедуры сглаживания приводят к близкому соответствию со статистическими характеристиками реальных данных (графики дисперсия-время и мгновенного масштабирования) и поведения очередей. В дальнейших исследованиях значительное внимание будет уделе-

но анализу результатов экспериментальных исследований, проводимых как для реальных данных, так и для процессов, полученных в результате синтеза на базе предлагаемых моделей.

Литература

1. Crovella M. *Self-similarity in World Wide Web traffic: evidence and possible causes* / M. Crovella, A. Bestavros // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 1997. – Vol. 5. – P. 835-846.
2. Erramilli A. *Experimental Queuing Analysis with Long-Range Dependent Traffic* / A. Erramilli, O. Narayan, W. Willinger // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 1996. – № 7. – P. 135-141.
3. Willinger W. *Self-Similarity Through High-Variability: Statistical Analysis of Ethernet LAN Traffic at the Source Level* / W. Willinger, M.S. Taqqu, R. Sherman, D.V. Wilson // *ACM SIGCOMM'91*. – 1991. – P. 149-157.
4. Leland W. *On the self-similar nature of IP-traffic* / W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 1997. – № 3. – P. 423-431.
5. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов: Коллективная монография / Г.А. Кучук, А.А. Можжаев, Р.Э. Пащенко и др. – Х.: ЭкоПерспектива, 2006. – 360 с.
6. Воробійов О.В. *Модельовання самоподібного трафіку синтезом ансамблю стохастичних квазіперіодичних джерел та ON/OFF моделі* / О.В. Воробійов // *Системи озброєння і військова техніка*. – 2006. – № 3 (7). – С. 97-105.
7. Кучук Г.А. *Аналіз та моделі самоподібного трафіка* / Г.А. Кучук, О.О. Можжаев, О.В. Воробійов //

- Авиационно-космическая техника и технология.* – 2006. – № 9 (35). – С. 173-180.
8. Можжаєв О.О. Моделювання трафіка телекомунікаційних мереж на базі масштабної інваріантності / О.О. Можжаєв // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУПС, 2006. – Вип. 6 (12). – С. 79-82.
9. Можжаєв А.А. Оцінка достовірності определения параметров телекоммуникационного трафика / А.А. Можжаєв // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2006. – Вип. 9 (58). – С. 53-55.
10. Кучук Г.А. Прогнозирование трафика для управления перегрузками интегрированной телекоммуникационной сети / Г.А. Кучук, А.А. Можжаєв // Радиоэлектронні і комп'ютерні системи. – 2007. – № 8 (27). – С. 261-271.
11. Papagiannaki K. Analysis of measured single-hop delay from an operational backbone network / K. Papagiannaki, S. Moon, C. Fraleigh, P. Thiran, F. Tobagi, C. Diot // Proc. IEEE INFOCOM. – Jun. 2002. – P. 535-544.
12. Breslau L. Comments on the performance of measurement-based admission control / L. Breslau, S. Jamin, S. Shenker // Proc. IEEE INFOCOM. – Mar. 2000. – P. 1233-1242.
130. Fraleigh C. Provisioning IP backbone networks to support latency sensitive traffic / C. Fraleigh, F. Tobagi, C. Diot // Proc. IEEE INFOCOM. – Apr. 2003. – P. 375-385.
14. Norros I. A storage model with self-similar input / I. Norros // Queueing Syst. – 1994. – Vol. 16. – P. 387-396.
15. Duffield N. Large deviations and overflow probabilities for the general single-server queue, with applications / N. Duffield, N. O'Connell // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. – 1995. – Vol. 118. – P. 363-374.
13. Hüslер J. Extremes of a certain class of Gaussian processes / J. Hüslер, V. Piterbarg // Stochastic Process. Applicat. – 1999. – Vol. 83. – P. 257-271.
14. Neidhardt A.L. The concept of relevant time scales and its application to queueing analysis of self-similar traffic / A.L. Neidhardt, J.L. Wang // Proc. ACM SIGMETRICS. – Mar. 1998. – P. 222-232.
15. Вероятность и математическая статистика: энциклопедический словарь / Зав. ред. В.И. Битюков. – М.: БРЭ, 2003. – 912 с.

Поступила в редакцию 4.02.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф., заместитель начальника университета по учебной работе Ю.В. Стасев, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков, Украина.

БАГАТОШКАЛЬНЕ ВЕЙВЛЕТ-МОДЕЛЮВАННЯ ТРАФІКУ МУЛЬТИСЕРВІСНИХ МЕРЕЖ

Г.А. Кучук, О.О. Можжаєв, А.А. Коваленко

Запропонований новий підхід до багатошкального моделювання, необхідного для опису трафікового процесу з довготривалою залежністю автокореляційної функції. Використовуючи вейвлет-перетворення Хаара, спеціальну мультиплікативну структуру вейвлета і коефіцієнти масштабування для гарантування позитивних результатів, модель надає швидкий $O(N)$ -каскадний алгоритм для синтезу N -точкових наборів даних. Разом з мультифрактальними проаналізовані статистичні характеристики другого порядку. Розроблена схема для узгодження моделі з реальними даними мультифрактального трафікового процесу.

Ключові слова: трафік, фрактальність, довготривала залежність, вейвлет-перетворення, модель, телекомунікаційна мережа, самоподібність.

MULTISCALE WAVELET-SIMULATION TRAFFIC OF MULTISERVICES NETWORKS

G.A. Kuchuk, A.A. Mozhaev, A.A. Kovalenko

New approach is offered to the multiscale design, to necessary for description of traffic process with of long duration dependence of autocorrelated function. Using wavelet-transformation of Khaara, special multiplicative structure of Wavelet and coefficients of scaling for guaranteing of positive results, a model gives rapid $O(N)$ -каскадний algorithm for the synthesis of sets of data of N -points. Along with multifractals statistical descriptions of the second order are analysed. A chart is developed for the concordance of model with the real information of multifractal traffic process.

Key words: traffic, fractal, long duration dependence, wavelet-transformation, model, telecommunication network, selfsimilarity.

Кучук Георгий Анатольевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник Харьковского университета Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков, Украина.

Можжаєв Александр Александрович – канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, докторант Национального технического университета «Харьковский политехнический институт», Харьков, Украина.

Коваленко Андрей Анатольевич – канд. техн. наук, доцент кафедры Харьковского национального университета радиоелектроники, Харьков, Украина.

