

УДК 681.325

**Я.М. КЛЯТЧЕНКО, О.В. ТАРАСЕНКО-КЛЯТЧЕНКО, В.П. ТАРАСЕНКО,  
О.К. ТЕСЛЕНКО***Національний технічний університет України «КПІ», Київ, Україна***АВТОКОРЕКЦІЯ І ДОСТОВІРНІСТЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ  
ПРОГРАМОВАНИХ ЛОГІЧНИХ СТРУКТУР**

*Показано залежність ефекту явища автокорекції від параметрів програмованих логічних структур. Виконана оцінка та порівняння залежності значень приросту правильної роботи за рахунок автокорекції від порядку значень ймовірності детермінованих спотворень вхідних сигналів. Зроблено висновок, що приріст ймовірності правильної роботи програмованих логічних структур за рахунок автокорекції складно залежить від числа вхідних сигналів, однак в межах технічно обґрунтованого їх числа ця залежність має зростаючий характер.*

*Ключові слова:* автокорекція, ПЛІС, спотворення сигналу, ймовірність помилки.

**Вступ**

Суть латентного явища автокорекції логічних функцій, розкритого і дослідженого в роботах [1 – 3], полягає у правильному формуванні значень логічних функцій за наявності детермінованих спотворень їх аргументів. При цьому, детермінованими спотвореннями називають такі спотворення, що приймають значення із деякої наперед відомої множини можливих спотворень (наприклад, константи 0 та 1, інверсія, тощо). Природа явища автокорекції двоєдина: з одного боку воно обумовлене властивостями логічних функцій, а з іншого – можливостями спотворення (техногенного або умисного) сигналів, що відповідають значенням аргументів.

Характеристикою таких спотворень є ймовірність детермінованого спотворення вхідних сигналів (чи аргументів). Очевидно, що ймовірність техногенного детермінованого спотворення для реальних технічних засобів досить мала і тому явище автокорекції є рідкісним за своїми проявами. Ним взагалі часто нехтують в простих розрахунках надійності та достовірності роботи цифрових перетворювачів інформації. Однак за певних умов, як показано далі, ефект автокорекції може бути сумірним (тобто бути величиною одного порядку) з ймовірністю помилки, що призводить до необхідності більш уважно його врахування.

В сучасній комп'ютерній схемотехніці такі умови створюються масовим використанням програмованих напівфабрикатів – продукції ПЛІС-технологій. Після програмування ці напівфабрикати реалізують певні множини логічних функцій і можуть розглядатися як логічні перетворювачі інформації, до яких застосовні методи аналізу автокоригуючих властивостей, що викладені в [1 – 3].

**1. Постановка задачі**

У зв'язку із вищевикладеним, виникає питання про залежність ефекту автокорекції в програмованих логічних структурах від їх параметрів, а також про встановлення певних критеріальних співвідношень, які б обумовлювали доцільність врахування явища автокорекції в розрахунках надійності і достовірності функціонування програмованих логічних структур.

**2. Метод розв'язання задачі**

В роботах [4, 5] показано, що достовірність роботи деякого перетворювача інформації визначається ймовірністю  $P$  отримання правильного результату (або ймовірністю безпомилкової роботи перетворювача). Для сучасної продукції ПЛІС-технологій параметр  $P$  звичайно оцінюється багатьма десятками після нуля цілих і має тенденцію до подальшого зростання. Це зумовлює ряд незручностей практичного використання такого параметра, особливо в ситуаціях оцінки та порівняння ефективності різних технічних пропозицій щодо забезпечення та підвищення достовірності роботи технічних засобів.

Класичний підхід до порівняння ефективності деяких технічних пропозицій [6] полягає у побудові відношення параметрів до і після їх застосування. Відношення ж двох параметрів  $P$ , що наближаються до одиниці, є мало показовим і незручним з практичної точки зору. Тому для характеристики достовірності роботи програмованих логічних структур будемо застосовувати також ймовірність помилки (не виявленої засобами контролю у випадку їх наявності):

$$Q = 1 - P.$$

Зауважимо, що відношення параметрів Q для двох різних технічних пропозицій має характер невизначеності 0/0, розкриття якої може приводити до нетривіальних результатів.

Якщо функціонування деякої програмованої логічної структури описується системою функцій

$$y_j = F_j(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

де  $j=1, m$ ;  $y_j, x_i \in \{0, 1\}$ ;  $i=1, n$ , то ймовірність отримання правильного значення кожної функції  $P\{y_j\}$  визначається як [3]:

$$P\{y_j\} = R_{oj} + 2^{-n} \sum_{r=1}^{M-1} s_{rj} R_{rj}, \quad (1)$$

де  $M = (k+1)^n$  – кількість варіантів можливих вхідних наборів аргументів з врахуванням їх детермінованих спотворень;  $k$  – кількість можливих детермінованих спотворень;  $R_{oj}$  – ймовірність реалізації функції  $F_j$  без врахування дії вхідних спотворень;  $s_{rj}$  – автокоригуюча здатність [2] функції  $F_j$  на  $r$ -му вхідному наборі;  $R_{rj}$  – ймовірність правильної реалізації функції  $F_j$  на наборі  $r$ .

Кількість вхідних наборів  $M$  з врахуванням можливих спотворень може бути значно більшою, ніж кількість неспотворених наборів, що дорівнює  $2^n$ . Позначимо  $A_j = 2^{-n} \sum_{r=1}^{M-1} s_{rj} R_{rj}$ . Тоді формулу (1)

можна записати як

$$P\{y_j\} = R_{oj} + A_j, \quad (2)$$

де  $j=1, m$ .

Тут доданок  $A_j$ , по суті, визначає приріст ймовірності правильної роботи за рахунок автокорекції. Як видно із викладеного, значення  $A_j$  досить складно залежить від параметрів  $k, n, s_{rj}$  та  $R_{rj}$ . Збільшення числа вхідних сигналів (аргументів функції  $F_j$ ) призводить до степеневого зменшення множника  $2^{-n}$ , але водночас і до степеневого зростання кількості варіантів  $M = (k+1)^n$  вхідних наборів, на яких може спрацьовувати ефект автокорекції. Величина  $s_{rj}$  дуже залежить від вигляду функції  $F_j$  і може змінюватись від 0 (відсутність автокорекції) до  $2^n$  (повна автокорекція). Очевидно, що середнє значення  $s_{rj}$  для деякої узагальненої функції  $F_j$  можна прийняти як  $2^{n-1}$ .

Тоді  $A_j = 2^{-n} \sum_{r=1}^{M-1} s_{rj} R_{rj} = 2^{-1} \sum_{r=1}^{M-1} R_{rj}$ .

За визначенням [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{1j} = p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{n1}, \\ R_{2j} = p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{n2}, \\ \dots \dots \dots \\ R_{kj} = p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{nk}, \\ R_{k+1j} = p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-11} p_{n0}, \\ R_{k+2j} = p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-11} p_{n1}, \\ \dots \dots \dots \\ R_{M-1j} = p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-1k} p_{nk}. \end{array} \right. \quad (3)$$

де  $p_{i0}$  – ймовірність відсутності спотворення  $i$ -го аргумента ( $i=1, n$ );  $p_{i1}$  – ймовірність спотворення  $l$ -го типу ( $l=1, k$ )  $i$ -го аргумента.

Очевидно, що для  $p_{i0}$  та  $p_{i1}$  має виконуватись нормуюча умова

$$p_{i0} + \sum_{l=1}^k p_{il} = 1, \quad (4)$$

Виходячи з технічних міркувань можна припустити, що  $p_{i0} \rightarrow 1, p_{i1} \rightarrow 0$ . Це означає, що в системі (3) добутки, які містять два і більше співмножників  $p_{il}$  ( $l=1, k$ ) будуть величинами більш високого порядку малості, порівняно з добутками, що містять тільки один співмножник  $p_{il}$ . Слід відзначити, що це припущення повністю відповідає практичній ситуації, коли однократні (сусідні [2]) спотворення аргументів є найбільш ймовірними. Отже можна вважати, що

$$A_j = 2^{-1} (p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{n1} + p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{n2} + \dots + p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{nk} + p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-11} p_{n0} + p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-12} p_{n0} + \dots + p_{10} p_{20} p_{30} \dots p_{n-1k} p_{n0} + \dots + p_{11} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{n0} + p_{12} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{n0} + \dots + p_{1k} p_{20} p_{30} \dots p_{n-10} p_{n0}).$$

В оціночних розрахунках не викликає сумнівів коректність наступних припущень про приблизну рівність ймовірностей відсутності спотворень всіх  $n$  аргументів  $p_{10} \approx p_{20} \approx \dots \approx p_{n0}$  та ймовірностей всіх  $k$  детермінованих спотворень

$$p_{11} \approx p_{12} \approx \dots \approx p_{1k} \approx p_{21} \approx p_{22} \approx \dots \approx p_{2k} \approx \dots \approx p_{n1} \approx p_{n2} \approx \dots \approx p_{nk}.$$

Ці припущення дозволяють „згорнути” попередню формулу для  $A_j$  до вигляду

$$A_j = 2^{-1} n k p_{10}^{n-1} p_{11}. \quad (5)$$

Ще одна можливість спрощення формули (5) полягає у використанні умови (4), яку з врахуванням вищезазначених припущень можна записати у вигляді  $p_{10} + k p_{11} = 1$ .

Звідси маємо  $p_{11} = k^{-1}(1 - p_{10})$ . Після підстановки цього виразу у формулу (5) отримуємо

$$A_j = 2^{-1} n k p_{10}^{n-1} k^{-1}(1 - p_{10}) = 2^{-1} n p_{10}^{n-1} (1 - p_{10}) = 2^{-1} n q_{10} p_{10}^{n-1},$$

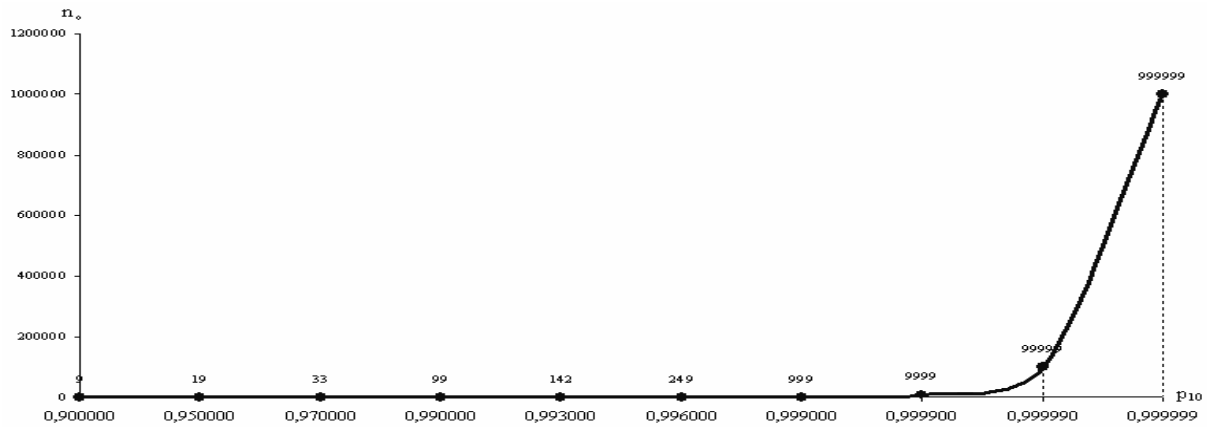
де  $q_{10} = 1 - p_{10}$  – ймовірність спотворення одного аргументу (вхідного сигналу). Ймовірності  $p_{10}$  та  $q_{10}$  не залежать від властивостей чи внутрішньої організації програмованих логічних структур. Вони характеризують „зашумленість” або ступінь спотворення аргументів логічних функцій. Добуток  $n p_{10}^{n-1}$  екстремально залежить від  $n$ , а саме: має максимум в точці  $n_0 = (-1 \ln p_{10})^{-1}$ .

В табл. 1 наведені деякі значення  $n_0$  в залежності від значень  $p_{10}$ , а на рис. 1 показано характер тієї ж залежності. Видно, що за реальних значень  $n$  добуток  $n p_{10}^{n-1}$  має зростаючий характер, а його максимум знаходиться поза межами реальної кількості аргументів.

Таблиця 1

Залежність значення  $p_0$  від  $p_{10}$ 

$p_{10}$	0,9	0,99	0,999	.....	0,9999999
$p_0$	9,491221581	99,499162473	999,499916625	.....	9999999,505263550

Рис. 1. Характер залежності  $p_0$  від  $p_{10}$ .

Отже і  $A_j$  в межах реального числа аргументів буде мати характер зростаючої залежності від  $n$ .

Доцільність врахування явища автокорекції в розрахунках достовірності функціонування програмованих логічних структур може бути встановлена із умови того, що приріст ймовірності правильної роботи  $A_j$  має бути сумірним з ймовірністю помилки  $Q_{0j} = 1 - R_{0j} = 1 - p_{10}^n$ . Факт „сумірності” можна виразити як  $A_j = \alpha Q_{0j}$ , де  $0 < \alpha < 1$  – коефіцієнт сумірності. Задаючи технічно обґрунтовані значення  $\alpha$  і використовуючи рівняння  $2^{-1} n q_{10} p_{10}^{n-1} = \alpha(1 - p_{10}^n)$  можна знайти  $n$ , при якому автокорекція може компенсувати  $\alpha \cdot 100\%$  помилок, що обумовлені вхідними спотвореннями.

Розглянемо приклад. Нормативні документи НВП „Радій” [8] встановлюють ймовірність помилки на біт (будемо вважати – на один вхід) в межах від  $10^{-5}$  до  $10^{-6}$ .

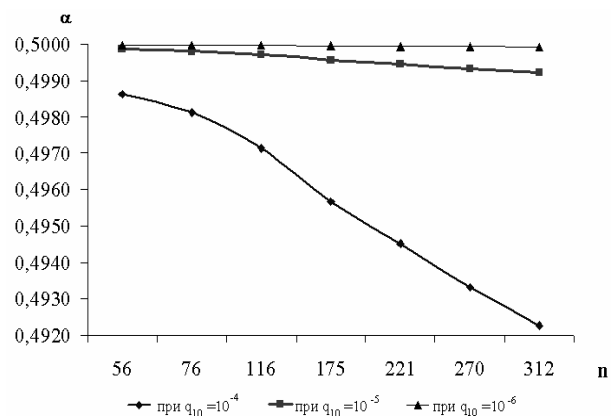
Спочатку використовуючи значення  $q_{10} = 10^{-5}$ , розраховуємо параметри  $\alpha$ ,  $A_j$ ,  $Q_{0j}$  для деяких ПЛІС фірми XILINX сімейства Spartan™-3 (табл. 2,  $n$  – кількість входів, що доступні для користувача).

Таблиця 2

Значення  $\alpha$ ,  $A_j$ ,  $Q_{0j}$  для ПЛІС фірми XILINX

Кристал	$n$	$\alpha$	$A_j$	$Q_{0j}$
XC3S50	56	0,4998625	0,0002798	0,0005598
XC3S200	76	0,4998125	0,0003797	0,0007597
XC3S400	116	0,4997126	0,0005793	0,0011593
XC3S1000	175	0,4995651	0,0008735	0,0017485
XC3S1500	221	0,4994502	0,0011026	0,0022076
XC3S2000	270	0,4993278	0,0013464	0,0026964
XC3S4000	312	0,4992229	0,0015552	0,0031152

Далі, експериментуючи із значеннями  $n$ , можна переконатися, що коефіцієнт сумірності  $\alpha$  має тенденцію до зменшення, але за межами реальних значень  $n$ . Таким чином, приймаючи до уваги реальну кількість входів ПЛІС, можна вважати, що  $\alpha = 0,499$ . Зауважимо, що подібні розрахунки для  $q_{10} = 10^{-6}$  також приводять до близьких значень  $\alpha$  (рис.2).

Рис. 2. Залежність  $\alpha$  від  $n$  при різних порядках значення  $q_{10}$ .

Із рис. 2 видно, що при зростанні ймовірності вхідного спотворення (наприклад,  $q_{10} = 10^{-4}$ ) коефіцієнт сумірності  $\alpha$  стає більш „чутливим” до  $n$ .

Отже для ПЛІС в табл.2 явище автокорекції дозволяє компенсувати 49,9% помилок, що можуть бути викликані спотвореннями вхідних сигналів.

## Висновки

1. Приріст ймовірності правильної роботи програмованих логічних структур за рахунок автокорекції складно залежить від числа вхідних сигналів,

однак в межах технічно обґрунтованого їх числа ця залежність має зростаючий характер. Цей приріст може бути цілком сумірним (з інженерної точки зору) з ймовірністю помилок, викликаних спотвореннями вхідних сигналів.

2. Викладений вище підхід до встановлення доцільності врахування явища автокорекції та наведені співвідношення забезпечуватимуть більш ефективні результати при уточненні припущень щодо параметрів  $stj$ ,  $pi0$ ,  $pi1$ .

### Література

1. Тарасенко В.П. Автокоригуючі властивості  $k$ -значних логічних операцій / В.П. Тарасенко, О.В. Тарасенко-Клятченко // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. – 2001. – № 8. – С. 334-337.

2. Тарасенко В.П. Метод оцінки автокоректуючих свойств поразрядных логических операций / В.П. Тарасенко, О.В. Тарасенко-Клятченко // *Радиоэлектроника и информатика*. – 2001. – № 1 (14). – С. 83-86.

3. Михайлюк А.Ю. Автокоригуючі властивості логічних операцій / А.Ю. Михайлюк, О.В. Тарасенко-Клятченко // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. – 2001. – № 8. – С. 334-337.

4. Щербаков Н.С. Достоверность работы цифровых устройств / Н.С. Щербаков. – М.: Машиностроение, 1989. – 224 с.

5. Володарский Е.Т. Оценка влияния погрешности восприятия на достоверность диагностирования / Е.Т. Володарский, Е.Е. Кириченко // *Технічна електродинаміка. Тем. випуск «Проблеми сучасної електротехніки»*. – 2002. – Ч. 2. – С. 117-120.

6. Дроздов Е.А. Оптимизация структур цифровых автоматов / Е.А. Дроздов. – М.: Сов. радио, 1975. – 352 с.

7. Палагин А.В. Реконфигурируемые вычислительные системы: Основы и приложения / А.В. Палагин, В.Н. Опанасенко. – К.: Просвіта, 2006. – 288 с.

8. Отказобезопасные информационно-управляющие системы на программируемой логике / Е.С. Бахмач, А.Д. Герасименко, В.А. Головир, А.А. Сиора, В.В. Скляр, В.И. Токарев, В.С. Харченко. – Харьков-Кировоград: НАУ „ХАИ”, НПП „Радий”, 2008. – 380 с.

Надійшла в редакцію 27.01.2009

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедри Є.Т. Володарський, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Київ, Україна.

### АВТОКОРРЕКЦИЯ И ДОСТОВЕРНОСТЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОГРАММИРУЕМЫХ ЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР

*Я.М. Клятченко, О.В. Тарасенко-Клятченко, В.П. Тарасенко, А.К. Тесленко*

Показана зависимость эффекта явления автокоррекции от параметров программируемых логических структур. Проведена оценка и сравнение зависимости значений прироста правильной работы за счет автокоррекции от порядка значений вероятности детерминированных искажений входных сигналов. Сделан вывод, что прирост вероятности правильной работы программируемых логических структур за счет автокоррекции сложно зависит от числа входных сигналов, однако в пределах технически обоснованного их числа эта зависимость имеет растущий характер.

**Ключевые слова:** автокоррекция, ПЛИС, искажение сигнала, вероятность ошибки.

### SELF-CORRECTION AND RELIABILITY OF FUNCTIONING FOR PROGRAMMABLE LOGIC STRUCTURES

*Y.M. Klyatchenko, O.V. Tarassenko-Klyatchenko, V.P. Tarassenko, O.K. Teslenko*

There is shown dependence of self-correction effect from some parameters of programmable logical structures. Given estimation and comparison dependence of correct work growth values owing to self-correction from probability values of determinate input signal distortion. A conclusion is done, that the increase of probability of correct work of programmable logical structures due to self-correction difficultly depends on the number of signals of entrances, however within the limits of technically grounded their number this dependence has growing character.

**Key words:** self-correction, FPGA, signal distortion, error probability.

**Клятченко Ярослав Михайлович**, асистент кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем НТУУ «Київський політехнічний інститут», e-mail: k\_yaroslav@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

**Тарасенко-Клятченко Оксана Володимирівна**, кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем НТУУ «Київський політехнічний інститут», e-mail: oxana@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

**Тарасенко Володимир Петрович**, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем НТУУ «Київський політехнічний інститут», e-mail: vtarasen@scs.ntu-kpi.kiev.ua.

**Тесленко Олександр Кирилович**, кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем НТУУ «Київський політехнічний інститут», e-mail: teslenko@scs.ntu-kpi.kiev.ua.