

УДК 004.312.02

Н.Г. КОРОБКОВ¹, Е.Н. КОРОБКОВА²

¹Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

²Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, Россия

ПРИЛОЖЕНИЕ ОБОБЩЁННЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ К СИНТЕЗУ ЦИФРОВЫХ АВТОМАТОВ С ПЕРЕСТРАИВАЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Предложен метод синтеза цифровых автоматов с перенастраиваемыми параметрами, основанный на представлении функций в форме обобщенных логических функций с зависимыми параметрами. Проведен анализ предложенного метода.

логические функции, цифровые автоматы, синтез, оптимизация

Введение

Постановка проблемы. В связи с появлением и бурным развитием нового класса микросхем – программируемых интегральных схем (ПЛИС) и внедрением их в практику проектирования цифровых устройств [1] вновь возрос интерес к логическому синтезу, причём не только на уровне автоматизированного проектирования, но и на более низком – «ручного синтеза». Проблема «ручного синтеза» остаётся актуальной при синтезе цифровых устройств, выполненных на микросхемах малого и среднего уровня интеграции, при разработке библиотек стандартных элементов и узлов с последующим их использованием на более высоком уровне автоматизированного проектирования цифровых устройств, выполненных на основе CPLD и FPGA.

В связи с этим исследования, направленные на разработку новых элементов и узлов и совершенствование методов проектирования, обеспечивающих улучшение их основных характеристик, а также снижение времени и стоимости разработки никогда не потеряют своей актуальности.

Анализ исследований и публикации, посвящённые проблеме проектирования блоков и узлов, многие из которых вошли в библиотеку типо-

вых, посвящено большое число работ, простое перечисление которых представляет собой далеко не тривиальную задачу [2].

При этом следует отметить, что, не смотря на достаточную широту известных библиотек типовых узлов, являющихся основными кирпичиками в арсенале разработчиков цифровых устройств, формователи временных интервалов представлены в недостаточной мере.

Известные методы проектирования цифровых автоматов с памятью позволяют по заданному алгоритму построить любой конечный автомат. Построение формователей временных интервалов, как конечных автоматов с жёсткой логикой, не вызывает никаких проблем для случая фиксированной длины интервала.

Однако, как только возникает необходимость в проектировании формователей с перестраиваемой длительностью, появляются проблемы, связанные даже не с синтезом схемы формователя как такового, а с нахождением оптимального представления функции выхода автомата.

Существующие методы основаны на переборе и анализе возможных вариантов, различающихся привязкой режимов настройки к состояниям автомата во всех их сочетаниях.

Число вариантов зависит от числа состояний ав-

томата k , числа режимов настройки R , определяемого настроечными переменными $a_{i-1}, a_{i-2} \dots a_0$, и характера выходных сигналов. Число вариантов реализации функции выхода довольно велико даже при относительно небольших значениях k и R .

В частности, для циклических формирователей временных интервалов с перестраиваемой длительностью в диапазоне от T до RT это число равно k^R , для формирования одиночных импульсов и одиночных пачек импульсов с тем же диапазоном перестройки это число равно $k!/(k-R)!$.

В работах [3-4] предложен метода синтеза, основанный на представлении функций в обобщённой форме. При этом отмечено, что представление функций в форме ОЛФ в одних случаях выступает просто как способ, обеспечивающий уменьшение числа точек области определения, что само по себе немаловажно, поскольку позволяет уменьшить размерность таблиц функционирования проектируемых устройств и, как следствие, сократить время проектирования. В других случаях такое представление выступает как значительно большее, чем простое уменьшение числа точек, обеспечивающее возможность анализа представленных функций с последующим упрощением алгоритма их преобразования и оптимизации по заданному критерию.

Цель статьи – продолжить исследования, направленные на разработку методов оптимизации функций выхода цифровых автоматов с перестраиваемыми параметрами, основанные на представлении функций алгебры логики в обобщённой форме.

Метод решения

Точки области определения функции выхода автомата отождествляем с его состояниями, а значение функции в каждой точке отмечаем минтермом, образуемым литерами настроечных переменных $a_{i-1} \dots a_0$, если эта точка входит во множество состояний автомата, определяющих единичные зна-

чения функции выхода для варианта настройки, определяемого этим минтермом.

Такой подход позволяет варианты настройки автомата, исходно заданные в виде формируемых временных интервалов, оптимальным образом разместить в точках области определения функции выхода (привязать к состояниям автомата), не конкретизируя ни состояние автомата, ни минтермов, а только лишь исходя из условия образования групп смежных минтермов максимальной возможной размерности, кратных степени двойки, и покрытия их минимально возможным числом простых импликант, образуемых переменными, определяющими состояния автомата, представляя минимальную ДНФ функции выхода в символьной форме, с последующей конкретизацией (кодированием) состояний автомата и минтермов.

Ключевым моментом предложенного способа является разбиение множества вариантов настройки на два подмножества: подмножество интервалов чётной кратности и подмножество интервалов нечётной кратности, с привязкой начала формирования интервалов чётной кратности к одному из состояний автомата, а интервалов нечётной кратности к следующему логически соседнему состоянию.

При реализации автоматов на суммирующих счётчиках интервалы чётной кратности привязываются к чётному состоянию счётчика, а интервалы нечётной кратности – к следующему нечётному состоянию. При использовании вычитающих счётчиков – наоборот.

Предложенный способ привязки режимов настройки позволил сократить число анализируемых вариантов до величины не более чем $k/2$.

Алгоритм оптимизации функции выхода рассмотрим на примере автомата с перестраиваемой длительностью выходного одиночного импульса в диапазоне перестройки от T до $8T$.

Схема (рис. 1) содержит:

– четырёхразрядный вычитающий счетчик с

синхронной установкой в нулевое состояние и установкой в состояние, определяемое значением четырехразрядного двоичного слова $D = D_3 D_2 D_1 D_0$;

– схему формирования сигнала ($\bar{Q} = \bar{L}$), обеспечивающего перевод счетчика в состояние начала формирования временного интервала, выполненную на синхронном D-триггере;

– схему формирования сигнала ($\bar{R} = 0$), обеспечивающего перевод автомата в исходное состоя-

ние; схему формирования выходного импульса (F).

До прихода стартового импульса D-триггер находится в нулевом состоянии. Сигнал на инверсном его выходе $\bar{Q} = 1$, что обеспечивает запрет режима параллельной записи ($\bar{Q} = \bar{L} = 1$).

В свою очередь, наличие цепи обратной связи с выхода переноса счетчика (P_4) на вход разрешения счёта ($P_0 = \bar{P}_4$), при нулевом исходном состоянии обуславливает запрет режима счёта ($P_0 = \bar{P}_4 = 0$).

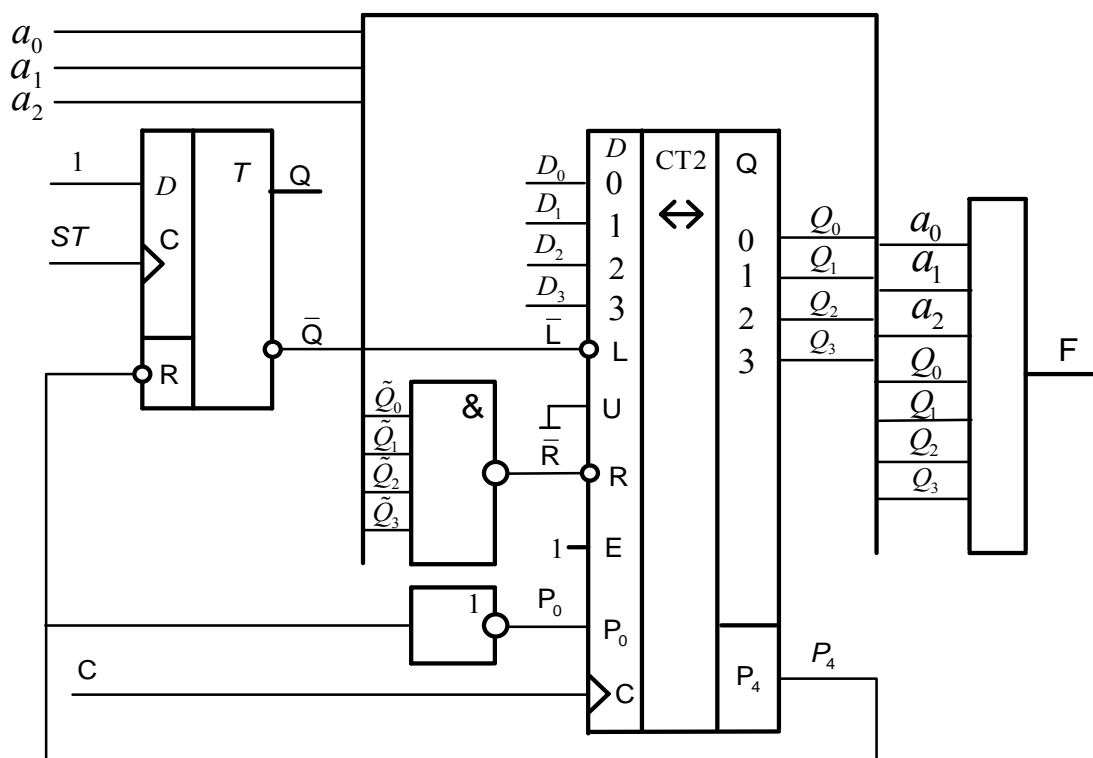


Рис. 1. Схема формирователя одиночных импульсов с перестраиваемо длительностью

Таким образом, в исходном нулевом состоянии счетчика поступление тактирующих импульсов на его вход не меняет этого состояния.

С поступлением стартового импульса (ST) по его фронту D-триггер переходит в единичное состояние ($\bar{Q} = 0$), обеспечивая разрешение режима параллельной записи счетчика. Поскольку, стартовый импульс в общем случае асинхронен по отношению к тактирующим импульсам, поступающим на

синхровход (C) счетчика, то стартовый импульс только подготовит схему счетчика к переходу в состояние $D = D_3 D_2 D_1 D_0$, а собственно переход произойдет только лишь по фронту первого (после начала стартового) тактирующего импульса, поступившего на синхровход счетчика.

При переходе счетчика в отличное от нуля состояние, определяемое значением четырехразрядного слова $D_3 D_2 D_1 D_0$, сигнал на его выходе переноса

становится неактивным ($P_4 = 0$), что вызывает переход D- триггера в исходное нулевое состояние, запрет режиме параллельной записи ($\bar{Q} = \bar{L} = 1$) и разрешение режима счета ($P_0 = \bar{P}_4 = 1$).

Если значение $D_3D_2D_1D_0$ трактовать как первое рабочее состояние счетчика (i), то с приходом следующего импульса счетчик переходит в состояния $i - 1$, затем в $i - 2$ и т.д. вплоть до состояния $i - (R - 1)$, в нашем примере ($i - 7$)-го состояния. Состояние $i - 7$ – это последнее состояние, отведенное для формирования выходных импульсов. С приходом следующего синхроимпульса счётчик должен перейти в исходное (нулевое) состояние. Следовательно ($i - 7$) – е состояние счетчика должно обеспечить на выходе схемы формирования сигнала перевода счетчика в нулевое состояние, выполненной на элементе И-НЕ, активный сигнал.

Поскольку режим перевода счётчика в нулевое состояние синхронный, то сигнал разрешения перевода ($\bar{R} = 0$) только подготовит схему к переходу в нулевое состояние, а сам переход произойдет по фронту очередного синхроимпульса.

Как было отмечено, исходя из принципа соседства минтермов, определяющих режимы настройки формирователя, начало импульсов чётной кратности привязывается к нечётному состоянию счётчика, начало импульсов нечётной кратности - к чётному состоянию счётчика. В нашем примере число вариантов привязки будет равно четырём, начиная с $i = 15$ и заканчивая $i = 9$

На рис. 2 приведены эюры выходных импульсов для всех вариантов настройки, начиная от длительности импульса, равного периоду тактирующих импульсов T и заканчивая $8T$.

Для большей наглядности в нижней части рисунка приведена таблица состояний счётчика, определяющих единичные значения функции выхода, для всех возможных вариантов привязки начала формируе-

мых импульсов к конкретным состояниям счётчика ($i = 15, 13, 11, 9$).

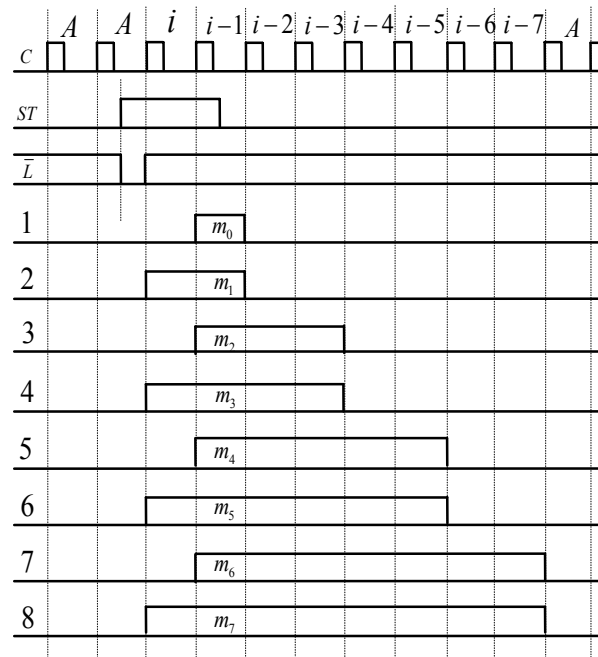


Рис. 2. Эюры выходных импульсов

Таблица 1

Таблица вариантов привязки

	A	i	i-1	i-2	i-3	i-4	i-5	i-6	i-7	A
1	0	15	14	13	12	11	10	9	8	0
2	0	13	12	11	10	9	8	7	6	0
3	0	11	10	9	8	7	6	5	4	0
4	0	9	8	7	6	5	4	3	2	0

Настройка на тот или другой режим (на ту или другую длительность выходного импульса) определяется минтермом, образуемым литералами настроечных переменных ($m_i = \tilde{a}_2 \tilde{a}_1 \tilde{a}_0$).

От характера кодирования минтермов (соответствия каждого из них определённому режиму настройки) зависит только лишь число инверторов, определяющих литералы настроечных переменных, поэтому при определении сложности вариантов схемной реализации функции выхода этим различием можно пренебречь, определив соответствие минтермов каждому из режимов настройки в порядке возрастания их номеров, а именно, минтерм $m_0 = \bar{a}_2 \bar{a}_1 \bar{a}_0$ настраивает схему на формирование

импульса длительностью, равной T , $m_1 = \bar{a}_2 \bar{a}_1 a_0 - 2T, \dots, m_7 = a_2 a_1 a_0 - 8T$.

Авторами проведен анализ всех вариантов привязки и размещения, представляя каждый из них в шестнадцатиэлементных картах Карно. Проведенное исследование показало, что оптимальными являются первый и четвертый варианты.

При представлении функции выхода в картах следует иметь в виду, что определёнными состояниями являются исходное, в котором функция равна нулю для всех вариантов привязки, и восемь рабочих, начиная от i -го состояния и

заканчивая $(i - 7)$ -м, значения в которых определяется логической суммой соответствующих минтермов.

Поскольку остальные состояния в схеме не имеют места, то значения функции в этих точках трактуем как недоопределённые, обозначая их «звёздочкой» с последующим их доопределением 0 или 1, исходя из условия получения минимально возможного представления функции выхода.

Первый вариант привязки начала формирования и размещения минтермов, определяющих режимы настройки, приведен в карте (рис. 3).

	Q ₁			
	0	1	2	3
Q ₂	0	1	2	3
	0	1	2	3
	4	5	7	6
	12	13	15	14
	8	9	11	10
	Q ₂	Q ₂	Q ₂	Q ₂

Рис. 3. Карта первого варианта привязки начала формирования импульсов

С целью упрощения процедуры выделения правильных конфигураций выполним преобразование карты, приведенной на рис. 3, заменяем логические суммы смежных групп минтермов литералами соответствующих переменных и их произведениями, представляя в картах прямого - F (рис. 4) и инверсного \bar{F} (рис. 5) значения функции выхода.

	Q ₁			
	0	1	3	2
Q ₂	0	1	3	2
	4	5	7	6
	12	13	15	14
	8	9	11	10
	Q ₂	Q ₂	Q ₂	Q ₂

Рис. 4. Преобразованная карта функции F

	Q ₁			
	0	1	3	2
Q ₂	0	1	3	2
	4	5	7	6
	12	13	15	14
	8	9	11	10
	Q ₂	Q ₂	Q ₂	Q ₂

Рис. 5. Преобразованная карта функции \bar{F}

Выделяя правильные конфигурации с учётом доопределения их до максимально возможной площади клетками, соответствующими недоопределённым наборам, записываем номера клеток, образующих эти конфигурации, и соответствующие им простые импликанты.

Для прямого значения функции:

$$\langle 15,14,6,7 \rangle - I_0 = a_0 Q_2 Q_1; \quad \langle 12,13,4,5 \rangle -$$

$$I_1 = a_1 Q_2 \bar{Q}_1; \quad \langle 10,11,2,3 \rangle -$$

$$I_2' = a_2 \bar{Q}_2 Q_1; \quad \langle 12,13,4,5 \rangle - I_2'' = a_2 Q_2 \bar{Q}_1; \quad \langle 14,6 \rangle$$

$$- I_3 = Q_2 Q_1 \bar{Q}_0;$$

Произведение переменных $a_2 a_1$, представленных в клетках $\langle 8,9 \rangle$, можно покрыть двумя равноценными способами, включая их в конфигурацию, образованную клетками $\langle 8,9,10,11 \rangle$, которым соответствует импликанта $I_4^1 = a_2 a_1 Q_3 \bar{Q}_2$, или в конфигурацию, образованную клетками $\langle 8,9,12,13 \rangle$, которым соответствует простая импликанта $I_4^2 = a_2 a_1 Q_3 \bar{Q}_1$, следовательно, функция выхода, соответствующая первому варианту привязки, имеет две минимальные ДНФ:

$$F_1 = I_0 \vee I_1 \vee I_2' \vee I_2'' \vee I_3 \vee I_4^1;$$

$$F_2 = I_0 \vee I_1 \vee I_2' \vee I_2'' \vee I_3 \vee I_4^2,$$

каждая из которых образована шестью импликантами с общим числом букв, равным 16.

Для инверсного значения функции:

$$\langle 15,7 \rangle - I_0 = \bar{a}_0 Q_2 Q_1 Q_0; \quad \langle 8,9,0,1 \rangle - I_1 = \bar{a}_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_1;$$

$$\langle 8,9,10,11,0,1,2,3 \rangle - I_2 = \bar{a}_2 \bar{Q}_2;$$

$$\langle 0,1,2,3,4,5,6,7 \rangle - I_3 = \bar{Q}_3;$$

$$\langle 12,13,4,5 \rangle - I_4 = \bar{a}_2 \bar{a}_1 Q_2 \bar{Q}_1.$$

Минимальная ДНФ инверсного значения функции, соответствующая первому варианту привязки, образована пятью импликантами (одна из которых однобуквенная) с общим числом букв, равным 13:

$$F_1 = I_0 \vee I_1 \vee I_2 \vee I_3 \vee I_4$$

Четвёртый вариант привязки с размещением минтермов в клетках карты приведен на рис. 6.

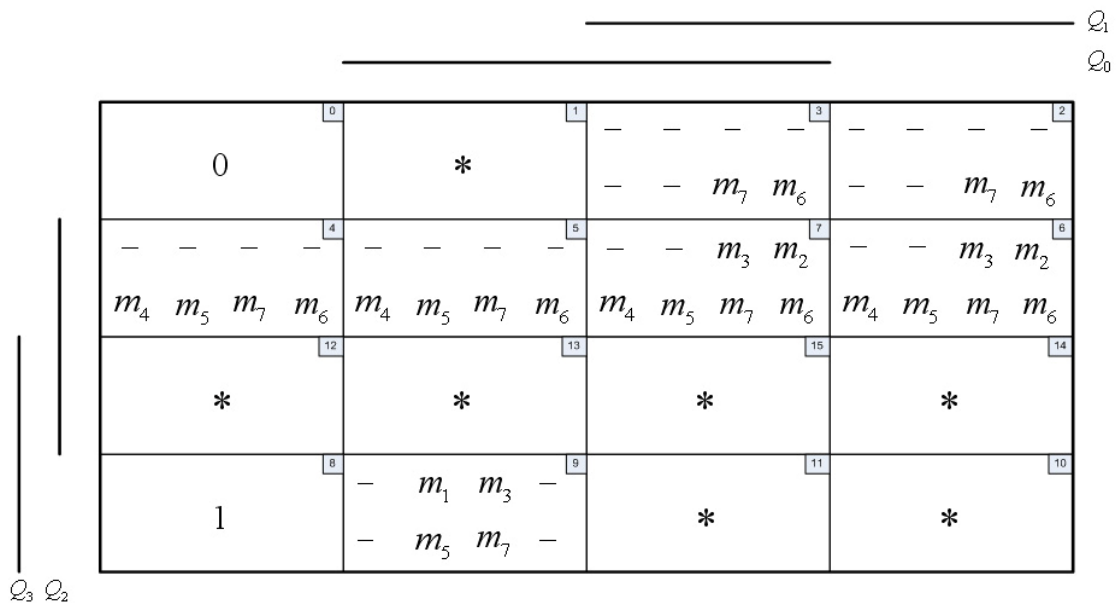


Рис. 6. Карта четвёртого варианта привязки начала формирования импульсов

Преобразованные карты четвёртого варианта прямого значения функции – на рис. 7, инверсного значения – на рис. 8.

Выделяем правильные конфигурации максимально возможной площади, записывая номера клеток, образующих эти конфигурации, и соответствующие им простые импликанты.

Для прямого значения функции:

$$\langle 8,9,10,11,12,13,14,15 \rangle - I_0 = a_0 Q_3; \quad \langle 6,7,14,15 \rangle -$$

$$I_1 = a_1 Q_2 Q_1; \quad \langle 4,5,6,7,12,13,14,15 \rangle - I_2 = a_2 Q_2;$$

$$\langle 8,10,12,14 \rangle - I_3 = Q_3 \bar{Q}_0; \quad \langle 2,3,6,7,10,11,14,15 \rangle -$$

$$I_4 = a_2 a_1 Q_1.$$

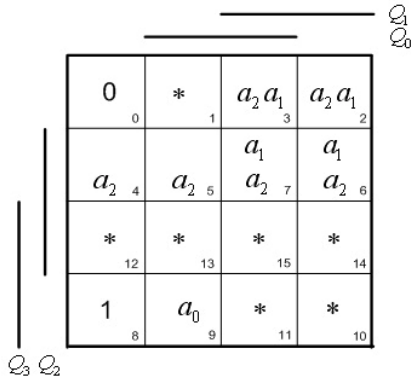


Рис. 7. Преобразованная карта функции F

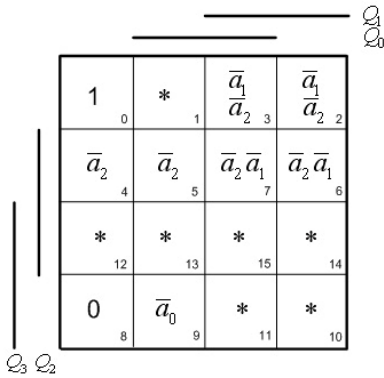


Рис. 8. Преобразованная карта функции \bar{F}

Минимальная ДНФ прямого значения функции образована пятью простыми импликантами с общим числом букв, равным 12.

Для инверсного значения функции:

$$\langle 9,11,13,15 \rangle I_0 = \bar{a}_0 \underline{Q}_3 \underline{Q}_0; \quad \langle 0,1 \rangle - I_3 = \underline{Q}_3 \underline{Q}_2 \underline{Q}_1;$$

$$\langle 6,7,2,3,10,11,14,15 \rangle - I_4 = \bar{a}_2 \bar{a}_1 Q_1.$$

Переменную \bar{a}_1 , представленную в клетках $\langle 2,3 \rangle$, можно покрыть двумя равноценными способами, включая её в конфигурацию, образованную

клетками $\langle 2,3,0,1 \rangle$, которой соответствует простая импликанта $I_1^1 = \bar{a}_1 \bar{Q}_3 \bar{Q}_2$, или в конфигурацию, образованную клетками $\langle 2,3,10,11 \rangle$, которой соответствует простая импликанта $I_1^2 = \bar{a}_1 \bar{Q}_2 Q_1$; переменную \bar{a}_2 , представленную в клетках $\langle 4,5 \rangle$, можно покрыть двумя равноценными способами, включая её в конфигурацию, образованную клетками $\langle 4,5,0,1 \rangle$, которой соответствует простая импликанта $I_2^1 = \bar{a}_2 \bar{Q}_3 \bar{Q}_1$, или в конфигурацию, образованную клетками $\langle 4,5,12,13 \rangle$, которой соответствует простая импликанта $I_2^2 = \bar{a}_2 Q_2 \bar{Q}_1$; переменную \bar{a}_2 , представленную в клетках $\langle 2,3 \rangle$, также можно покрыть двумя равноценными способами, включая её в конфигурацию, образованную клетками $\langle 2,3,0,1 \rangle$, которой соответствует простая импликанта $I_2^{1'} = \bar{a}_2 \bar{Q}_2 Q_1$, или в конфигурацию, образованную клетками $\langle 2,3,10,11 \rangle$, которой соответствует простая импликанта $I_2^{2'} = \bar{a}_2 \bar{Q}_2 Q_1$. Следовательно, функция \bar{F} , соответствующая четвёртому варианту привязки, имеет восемь минимальных ДНФ, образованных шестью импликантами, с общим числом букв, равным 18.

Для сравнительной оценки сложности схемной реализации прямого и инверсного значения функции выхода численные значения, характеризующие минимальную ДНФ, полученные авторами для всех вариантов привязки, сведены в общую таблицу.

Таблица 2

Таблица сравнительной оценки сложности вариантов реализации функции выхода

№ варианта	F		\bar{F}	
	Число импликант	Число букв	Число импликант	Число букв
1	6	16	5	13
2	5	15	6	16
3	6	18	5	14
4	5	12	6	18

Сравнивая полученные результаты, можно заключить, что оптимальным вариантом реализации прямого значения функции выхода является четвёртый вариант привязки, а для инверсного значения – первый. Запишем представление минимальных ДНФ для этих вариантов:

$$F = a_0 Q_3 \vee a_1 Q_2 Q_1 \vee a_2 Q_2 \vee Q_3 \bar{Q}_0 \vee a_2 a_1 Q_1 ;$$

$$\bar{F} = \bar{a}_0 Q_2 Q_1 Q_0 \vee \bar{a}_1 \bar{Q}_2 \bar{Q}_1 \vee \bar{a}_2 \bar{Q}_2 \vee \bar{Q}_3 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_1 Q_2 \bar{Q}_1 .$$

Не смотря на то, что представление минимальной ДНФ инверсного значения функции содержит 13 букв, оно может найти использование, поскольку число элементов первого уровня на единицу меньше, по сравнению с прямым представлением.

Анализируя полученное представление минимальной ДНФ прямого значения функции, соответствующее привязке к состоянию «9», следует отметить, мы отдаём ему предпочтение не только исходя из меньшего числа букв, что само по себе немаловажно, поскольку обуславливает меньшее число входов элементов первого уровня, а, следовательно, и меньшее число соединений, но ещё и потому, что в полученное представление минимальной ДНФ входят только прямые значения

литералов переменных, следовательно при использовании типовых счётчиков нет необходимости в постановке дополнительных инверторов, которые усложнили бы схему и привели к дополнительным задержкам. Кроме того при этом варианте привязки возможно использование типовых структур двоично-десятичных счётчиков. В случае использования счётчиков в классе микросхем среднего уровня интеграции (например микросхема ALS 568A) наличие входа асинхронной установки в нулевое состояние позволяет довольно просто решить задачу установки схемы формирователя в исходное состояние при включении источника питания.

Кроме того, при использовании структуры вычитающего счётчика, выполненного на кристалле ПЛИС, появляется возможность несколько видоизменить цепь запуска автомата, как это показано на рис. 9, что позволит существенно упростить внутреннюю структуру счётчика за счёт исключения канала синхронной параллельной записи и синхронной установки в нулевое состояние. При этом следует заметить, что предложенная структура возможна при длине временного интервала, отведенного на формирование выходных импульсов, равна $9T$.

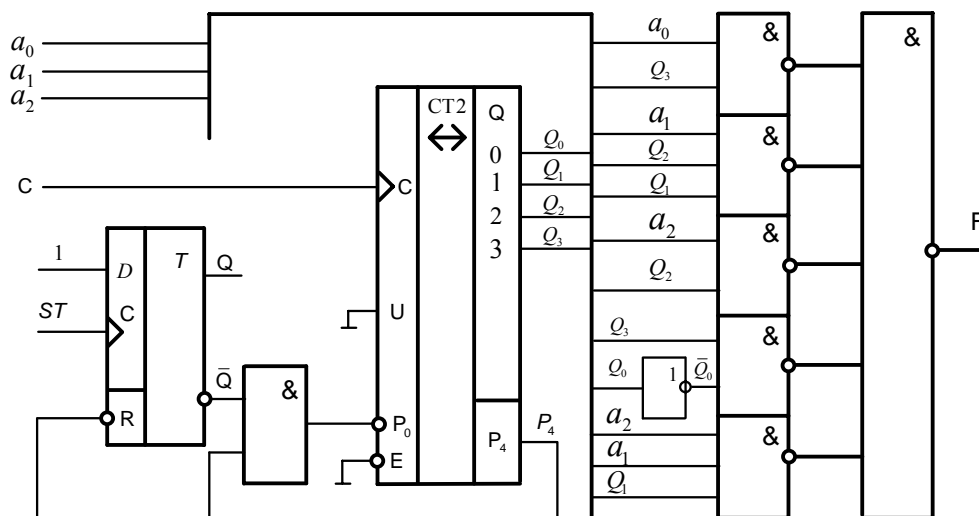


Рис. 9. Видоизменённая структура схемы формирователя

В заключение следует отметить, что если в предложенные схемы ввести два дополнительных двухвходовых элемента И, на один из входов которых подать функцию F , на второй вход первого элемента подать синхроимпульсы, а на второй вход второго элемента инверсное значение синхроимпульсов, то предложенную схему можно будет использовать в качестве формирователя одиночной пачки импульсов с перестраиваемым числом импульсов в пачке, совпадающих с синхроимпульсами (на выходе первого элемента И) или с паузами между ними (на выходе второго элемента И), что существенно расширяет область использования формирователя.

Выводы

Предложен метод нахождения оптимального представления функции выхода цифровых автоматов с перестраиваемыми параметрами, основанный на её представлении в обобщённой форме, позволивший варианты настройки автомата, исходя из заданных в виде формируемых временных интервалов, оптимальным образом разместить в точках области определения с последующим нахождением минимально возможного её представления.

Литература

1. Уэйкерли Дж. Ф. Проектирование цифровых устройств. – М.: Постмаркет, 2002. – 544 с.
2. Соловьев В.В. Проектирование цифровых систем на основе программируемых логических интегральных схем. – М.: Горячая линия-Телеком, 2001. – 636 с.
3. Рубанов В.Г., Коробкова Е.Н. Разработка алгоритма сжатия области определения логических функций // Труды современного гуманитарного университета. Белгородский филиал. – Белгород: БГУ, 2000. – Вып. 18. – С. 105-112.
4. Коробкова Е.Н., Ялинич Ю.И. Приложение свойств обобщённых логических функций к синтезу многофункциональных триггерных устройств // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2007. – Вып. 35. – С. 135-140.

Поступила в редакцию 1.02.2008

Рецензент: д-р техн. наук проф. О.Е. Федорович, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.