УДК 681.518.54;004.3.001.4

А.С. ЕПИФАНОВ

Институт проблем точной механики и управления РАН, Россия

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ФАЗОВЫХ КАРТИН ДИСКРЕТНЫХ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Использование геометрических образов законов функционирования автомата позволило представлять фазовые картины едиными математическими структурами – ломаными линиями с числовыми координатами. Такое представление позволяет рассматривать не полностью определенные фазовые картины и доопределять их на основе классических методов интерполяции. В статье приводятся результаты вычислительного эксперимента, включающего интерполяцию в начальных фрагментах фазовых картин для 15 подклассов класса (4,2,2) – автоматов. Исследованы методы интерполяции Ньютона, Лагранжа и Гаусса, исследована эффективность методов интерполяции относительно выбранных узлов интерполяции.

техническое диагностирование, автомат, геометрический образ законов функционирования, интерполяция, фазовая картина

Новый подход к техническому диагностированию больших систем, основанный на использовании числовых структур для задания модели объекта диагностирования

Используемые традиционные математические модели объектов технического диагностирования задаются символьными структурами: таблицами, графами, матрицами, логическими уравнениями. Данные модели не пригодны для использования при техническом диагностировании больших и сложных систем, ввиду огромной размерности. В.А. Твердохлебовым в работах [1, 2] предложен и разработан новый подход, основанный на числовых структурах, для задания законов функционирования объектов технического диагностирования, представляющих собой сложные системы. Данный подход позволяет использовать мощные идеализации классической непрерывной математики: бесконечно малой величины, актуальной бесконечности, суммирования бесконечных рядов, предельного перехода и т.п.

Предложенный и разработанный в работах [1, 2] В.А. Твердохлебовым подход состоит в следующем:

– преобразование символьных моделей объектов диагностирования (автоматные таблицы, матрицы, графы, логические уравнения) в числовые структуры – геометрические образы законов функционирования автоматов (графики с числовыми координатами точек);

– интерпретация диагностического воздействия на объект технического диагностирования как входного сигнала автомата, а наблюдаемой реакции на воздействие как выходного сигнала автомата.

Предложенный подход позволяет задавать законы функционирования геометрическими фигурами, которые в свою очередь могут быть заданы аналитически, совместить средства диагностирования различной природы в единую форму – эксперимент с автоматом, использовать классические методы интерполяции и экстраполяции. Разработанный геометрический образ представляет собой фазовую картину объекта диагностирования, в котором сечениями представлены конкретные варианты функционирования объекта – фазовые траектории.

Реальные технические системы представляют собой сложные объекты, для которых имеется только частично определенная модель. Использование средств технического диагностирования для таких сложных систем ограничено по выделенным интервалам времени, также по выделенным интервалам времени ограничено приложение рабочих воздействий на объект диагностирования. При использовании предложенного В.А.Твердохлебовым подхода (применение числовых структур – геометрических образов), возможно доопределение частично определенной модели объекта технического диагностирования с использованием классических методов интерполяции и экстраполяции. Для интерполяции используется следующая схема преобразования автоматного отображения в числовую последовательность, разработанная в работах []. Автоматное отображение $\rho_{s_0} = \bigcup\limits_{p \in X^*} \{(p, \lambda(s_0, p))\}$ для инициального автомата $A_{s_0} = (S, X, Y, \delta, \lambda, s_0)$ линейно упорядочивается на основе введения линейного порядка ω_1 на множестве X^*. В соответствии с линейными порядками ω_1 на множестве X^* и ω_2 на Y и рассмотрением функции

$$\lambda' : S \times X^* \to Y ,$$

где $\lambda'(s_0, p)$ - последняя буква выходного слова $\lambda(s_0, p)$, пары вида $(p, \lambda'(s_0, p)) \in \rho_{s_0}$ заменяются парами $(r_1(p), r_2(\lambda'(s_0, p)))$, где $r_1(p)$ – номер входного слова p по порядку ω_1, а $r_2(\lambda'(s_0, p))$ – номер последней буквы выходного слова $\lambda(s_0, p)$ по порядку ω_2. Полученная числовая форма линейно упорядоченного автоматного отображения $(\rho_{s_0}, \omega(\omega_1, \omega_2))$ является числовым графиком, к которому применимы методы интерполяции.

Для других, недиагностических целей в математике разработаны методы интерполяции и экстраполяции, позволяющие по неполным данным определять математические структуры. Основными задачами являются выбор узлов интерполирования и построение интерполяционных функций. Перевод словарных координат (p, y) точек геометрического образа γ_s в целочисленные координаты $(r_1(p), r_2(y))$, где $r_1(p)$ и $r_2(y)$ номера $p \in X^*$ и $y \in Y$ соответственно по порядкам ω_1 и ω_2, позволяет применять интерполяцию и экстраполяцию для диагностических моделей в полном объеме.

В данной статье исследуется эффективность применения классических методов интерполяции Ньютона, Лагранжа, Гаусса по отношению к частично определенным геометрическим образам конечных автоматов из 15 непустых подклассов автоматов класса (4,2,2) автомата. Выделение данных 15 непустых подклассов автоматов из класса (4,2,2) автоматов произведено с помощью новой классификации, предложенной Твердохлебовым В.А. в работе [5], основанной на свойствах функций переходов и выходов автомата.

Интерполяция геометрических образов 15 подклассов автоматов класса (4,2,2) автоматов методами Ньютона и Лагранжа

С использованием новой классификации автоматов, основанной на свойствах функций переходов и выходов из класса (4,2,2) автоматов были выделены 15 непустых подклассов автоматов.

Предложенная Твердохлебовым В.А. в работе [5] классификация конечных детерминированных автоматов базируется на использовании для характеристики функций δ, λ сочетаний пересечений пяти замечательных классов Поста и их дополнений относительно P_2.

Введем следующие обозначения:

1) K_0 – класс функций, сохраняющих 0;
2) $K_{\bar{0}}$ – дополнение K_0 до P_2;
3) K_1 – класс функций, сохраняющих 1;
4) $K_{\bar{1}}$ – дополнение K_1 до P_2;
5) K_L – класс линейных функций;
6) $K_{\bar{L}}$ – дополнение K_L до P_2;
7) K_S – класс самодвойственных функций;
8) $K_{\bar{S}}$ – дополнение K_S до P_2;
9) K_M – класс монотонных функций;
10) $K_{\bar{M}}$ – дополнение K_M до P_2.

Для обозначения классов функций, принадлежащих сочетаниям пересечений определенных выше классов, будем использовать букву K с пятью нижними индексами по правилам:

$$K_{ij\omega uv} = K_a \cap K_b \cap K_c \cap K_d \cap K_e ,$$

где $i = \begin{cases} 0, a = \overline{0}; \\ 1, a = 0; \end{cases}$ $j = \begin{cases} 0, b = \overline{1}; \\ 1, b = 1; \end{cases}$ $\omega = \begin{cases} 0, c = \overline{L}; \\ 1, c = L; \end{cases}$

$u = \begin{cases} 0, d = \overline{S}; \\ 1, d = S; \end{cases}$ $v = \begin{cases} 0, e = \overline{M}; \\ 1, e = M. \end{cases}$

Например: $K_{01100} = K_{\overline{0}} \cap K_1 \cap K_L \cap K_{\overline{S}} \cap K_{\overline{M}}$.

Информация о мощности каждого из 15 рассмотренных подклассов автоматов и свойствах функций переходов и выходов представлена в табл. 1.

Таблица 1

15 непустых подклассов класса (4,2,2) автоматов

Номер класса автоматов	Класс, к которому принадлежат функции переходов и выходов	Число автоматов в классе	Число инициальных автоматов
1	K_{00000}	175616	702464
2	K_{00010}	64	256
3	K_{00110}	64	256
4	K_{01000}	216000	864000
5	K_{01100}	27	108
6	K_{01100}	1	4
7	K_{10000}	216000	864000
8	K_{10100}	27	108
9	K_{10101}	1	4
10	K_{11000}	74088	296352
11	K_{11001}	2744	10976
12	K_{11010}	27	108
13	K_{11011}	1	4
14	K_{11110}	1	4
15	K_{11111}	27	108

Для всех инициальных автоматов каждого из рассмотренных 15 подклассов автоматов класса (4,2,2) автомата были построены начальные отрезки геометрических образов законов функционирования на словах до длины 5 включительно. Из каждого построенного начального отрезка геометрического образа была извлечена последовательность вторых координат точек длины 62. В качестве узлов интерполяции для каждой последовательности были выбраны 10 точек, первым координатам которых соответствуют следующие входные слова: 0, 1, 00, 11, 000, 111, 0000, 1111, 00000, 11111. При таких исходных данных были применены методы интерполяции Ньютона и Лагранжа. Восстановленные методами интерполяции Ньютона и Лагранжа последовательности подвергались сравнению с исходными (полностью определенными) последовательностями вторых координат точек начальных отрезков геометрических образов. В табл. 2 отражена эффективность применения метода интерполяции Ньютона, в табл. 3 – эффективность метода Лагранжа по отношению к построенным 15 подклассам класса (4,2,2) автоматов.

Анализ полученных данных показывает, что применение методов Ньютона и Лагранжа к рассматриваемым классам автоматов дает различные результаты. Используя результаты, приведенные в табл. 2 и 3 возможно осуществить выбор наилучшего по количеству правильных «восстановленных» точек в последовательностях вторых координат точек геометрических образов автоматов для каждого из рассмотренных классов автоматов метода интерполяции. Например, для класса автоматов с номером 1 лучшие результаты дает метод интерполяции Ньютона.

Интерполяция геометрических образов 15 подклассов автоматов класса (4,2,2) автоматов методом Гаусса

Также в статье производится оценка эффективности применения метода интерполяции Гаусса по отношению к 15 построенным подклассам автоматов класса (4,2,2) автоматов. Недостатком метода интерполяции Гаусса в отличие от рассмотренных методов интерполяции Ньютона и Лагранжа является ограничение возможности его использования только для случая равноотстоящих узлов интерполяции. Ввиду данного ограничения для реализации метода интерполяции Гаусса из исходных

Таблица 2

Эффективность применения метода интерполяции Ньютона

Номер класса авто-матов	Число инициальных автоматов в классе	Общее число точек в рассматриваемых начальных отрезках г.о. классов эквивалентных инициальных автоматов	Общее число совпадающих значений в «восстановленных» последовательностях	Число совпадающих значений в процентах
1	702464	43552768	32384688	74
2	256	15872	11808	74
3	256	15872	12120	76
4	864000	53568000	39799080	74
5	108	6696	4840	72
6	4	248	248	100
7	864000	53568000	42513480	79
8	108	6696	5320	79
9	4	248	248	100
10	296352	18373824	14392768	78
11	10976	680512	569760	83
12	108	6696	5400	80
13	4	248	248	100
14	4	248	144	58
15	108	6696	5592	83

Таблица 3

Эффективность применения метода интерполяции Лагранжа

Номер класса авто-матов	Число инициальных автоматов в классе	Общее число точек в рассматриваемых начальных отрезках г.о. классов эквивалентных инициальных автоматов	Общее число совпадающих значений в «восстановленных» последовательностях	Число совпадающих значений в процентах
1	702464	43552768	22533716	51
2	256	15872	8344	52
3	256	15872	8168	51
4	864000	53568000	27735948	51
5	108	6696	3775	56
6	4	248	40	16
7	864000	53568000	43421640	81
8	108	6696	4400	65
9	4	248	248	100
10	296352	18373824	14673360	80
11	10976	680512	575552	84
12	108	6696	5052	75
13	4	248	196	79
14	4	248	248	100
15	108	6696	5648	84

последовательностей вторых координат точек начальных отрезков геометрических образов были выбраны 11 узлов интерполяции с шагом 6, номерам выбранных точек по порядку ω_1 (1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61) соответствуют следующие входные слова: 0, 000, 110,0100, 1010, 00000, 00110, 01100, 10010, 11000, 11110. Информация об эффективности применения метода интерполяции Гауса о отношению к 15 построенным подклассам автоматов класса (4,2,2) автоматов приведена в табл. 4.

Краткие выводы

При техническом диагностировании больших систем математические модели объектов диагностирования определяются частично и средства диагностирования существенно ограничиваются по интервалам времени и ресурсом для их применения. Имеющиеся неопределенности в

Таблица 4

Эффективность применения метода интерполяции Гаусса

Номер класса автоматов	Число инициальных автоматов в классе	Общее число точек в рассматриваемых начальных отрезках г.о. классов эквивалентных инициальных автоматов	Общее число совпадающих значений в «восстановленных» последовательностях	Число совпадающих значений в процентах
1	702464	43552768	32604208	74,8
2	256	15872	11904	75
3	256	15872	12152	76,5
4	864000	53568000	40076000	74,8
5	108	6696	4820	72
6	4	248	248	100
7	864000	53568000	42837500	79,9
8	108	6696	5348	79,8
9	4	248	248	100
10	296352	18373824	14498500	78,9
11	10976	680512	574368	84,4
12	108	6696	5432	81,1
13	4	248	248	100
14	4	248	148	59,7
15	108	6696	5624	83

моделях в ряде случаев могут быть устранены методами интерполяции. Для этого могут быть использованы частично заданные геометрические образы с числовыми координатами точек. Возможность и эффективность интерполяции частично заданных геометрических образов исследованы не достаточно.

В данной статье на примере класса (4,2,2) автоматов и его подклассов, выделенных на основе свойств Поста для функций переходов и выходов, показано, что для рассматриваемых подклассов автоматов метод интерполяции Гаусса дает лучшие результаты, чем методы интерполяции Ньютона и Лагранжа (табл. 2,3,4). Для каждого из выделенных 15 непустых подклассов класса (4,2,2) автоматов из 2-х методов интерполяции (Ньютона и Лагранжа) определен наиболее эффективный метод.

Таким образом, показано, что классические методы интерполяции применимы для доопределения законов функционирования автоматов, возможен выбор эффективного метода интерполяции и модели объектов управления и диагностирования могут доопределяться классическими методами интерполяции.

Литература

1. Твердохлебов В.А. Геометрические образы конечных детерминированных автоматов // Известия Сарат. ун-та. – 2005. – Т. 5. – С. 141-153.
2. Твердохлебов В.А. Геометрические образы поведения дискретных детерминированных систем // Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2006. – № 5. – С. 161-165.
3. Твердохлебов В.А. Специфика технического диагностирования сложных дискретных систем // Материалы международной конф. «Автоматизация проектирования дискретных систем». – Минск, 2007. – Т. 2. – С. 207.
4. Твердохлебов В.А. Методы интерполяции в техническом диагностировании // Проблемы управления. – М., 2007. – С. 28-34.
5. Пономаренко А.В., Твердохлебов В.А. Классификация конечных автоматов по свойствам функций переходов и выходов // Проблемы точной механики и управления. – Саратов: ИПТМУ РАН, 2004. – С. 16-25.

Поступила в редакцию 8.02.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Скатков, Севастопольский национальный технический университет, Севастополь.