УДК 519.873

Д.С. БИРЮКОВ

Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, Украина

НЕНАГРУЖЕННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ В СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ЭЛЕМЕНТОВ СО МНОГИМИ СОСТОЯНИЯМИ

Предложен метод анализа надежности систем, использующих ненагруженное резервирование элементов со многими состояниями в подсистемах. Получены формулы для определения вероятностных характеристик состояний подсистем, в которых используется ненагруженный резерв из элементов со многими состояниями. Сформулирована задача оптимального ненагруженного резервирования структурно-сложных систем состоящих из элементов со многими состояниями.

надёжность, системы со многими состояниями, оптимальное резервирование, ненагруженный резерв

Введение

Системы со многими состояниями. Интенсивное развитие технических систем требует решения задач обеспечения надежности, безопасности и эффективности их функционирования. Особенную значимость проблема обеспечения надежности и безопасности приобрела в связи с созданием ракетно-ядерного комплекса, атомных энергетических установок, систем исследования космоса, коммуникационных и вычислительных сетей. Актуальность этих задач стала причиной создания и развития теории надежности систем, как отдельного направления исследований [1].

Многие современные технические системы состоят из элементов, пребывающих в процессе функционирования в одном из конечного множества состояний (уровней качества функционирования и/или режимов отказа), которые в совокупности определяют состояние системы. Такие системы в теории надежности получили название систем со многими состояниями (СМС) [2 – 7].

История развития методов анализа надежности СМС освещена в [3, 4]. Развитие логико-вероятностных методов для анализа СМС отражено в монографии [5]. Анализ надежности и эффективности функционирования СМС осуществляется на основе математических моделей с использованием многозначной логики, метода структурной функции, деревьев отказов, марковских процессов, универсальной производящей функции [3 – 7].

Оценивая состояние работ по надежности СМС, в [8] отмечается, что "примеры нынешних разработок в этой области носят больше характер чистых теоретических изысканий, нежели практически применимых методов", т.е. существующие математические модели неприменимы для реальных СМС. Причина, по-видимому, заключается в особенностях, характеризующих СМС, которые необходимо учитывать при исследовании и формировании моделей, а именно:

– большое количество разнообразных подсистем и элементов;

– высокая структурная сложность систем;

– необходимость осуществлять анализ множества альтернативных вариантов реализации системы на этапе проектирования;

– многофункциональность, которая приводит к необходимости строить модели с учетом выполнения системой набора функций;

– отказ системы приводит к аварийным ситуациям, которые имеют значимые последствия.

В работе [9] предложен метод анализа надежности, позволяющий учитывать названные характеристики СМС и вычислять показатели эффективности для сложных СМС, состоящих из неоднородных (разных по функциональному предназначению) элементов (СНМС).

Характер функционирования системы, ее структурные особенности и свойства элементов влияют на формирование математических моделей, выбор методов и механизмов повышения надежности и эффективности. Одним из распространенных механизмов повышения надежности систем является резервирование. Большинство работ по оптимальному резервированию рассматривают только нагруженное резервирование. В [10] предложена задача оптимального резервирования СМС, для ее решения использована модификация градиентного метода. В [11] сформулирована и решена задача размещения элементов СМС в последовательных подсистемах, с целью максимизации ожидаемого количества подсистем, функционирующих на уровне не ниже заданного. В [4] решаются задачи оптимизации надежности СМС (нагруженного резервирования), состоящих из однородных (функционально идентичных) элементов, качество функционирования которых определяется одним и тем же параметром, для вычисления показателей эффективности таких систем используется метод универсальной производящей функции. В [12] минимизируется стоимость последовательно-параллельной СМС, состоящей из элементов с двумя состояниями. В [13] решается многокритериальная задача оптимального нагруженного резервирования последовательно-параллельных СМС с использованием метода физического программирования и генетического алгоритма. В [14] сформулирована задача оптимального однотипного нагруженного резервирования СНМС, предложен генетический алгоритм решения задачи.

С практической точки зрения, использование ненагруженного резервирования оказывается более эффективным средством продления сроков функционирования подсистем [15 – 17]. При ненагруженном резерве расходуются ресурсы на функционирование переключателя и только одного функционирующего элемента, в отличие от нагруженного резерва, при котором все элементы в подсистеме (основной и резервные) функционируют, а, следовательно, расходуют ресурсы. Использование ненагруженного резервирования также предоставляет возможность использования переключателя для мониторинга состояния подсистемы, таким образом, состояние функционирования подсистемы становится более "прозрачным". В [15 – 17] рассматриваются модели оптимального ненагруженного резервирования в системах из элементов с двумя состояниями. Эти модели являются неприменимыми для СНМС.

Цель данной работы – предложить постановку задачи оптимального ненагруженного резервирования в структурно-сложных СНМС, а также математическую модель механизма ненагруженного резервирования для подсистем СНМС.

Статья включает описание модели надежности СНМС и алгоритма определения характеристик надежности (раздел 1), описание модели ненагруженного резервирования в подсистемах СНМС (раздел 2), постановку задачи оптимального ненагруженного резервирования в СНМС (раздел 3).

1. Анализ надежности СНМС

Рассматривается структурно-сложная СНМС, которая состоит из подсистем $i \in I = \{1, 2, ..., n\}$ и функционирует на интервале времени $\mathrm{T} = [t_0, t^*]$. Подсистемы имеют разное функциональное назначение и формируются из элементов, которые находятся в процессе функционирования в одном состоянии из множества $S_i = \{1, 2, ..., m_i\}$, $i \in I$. В S_i индексами обозначены состояния, соответствующие разным уровням качества функционирования и/или разным режимам отказа, характерным для подсистемы $i \in I$ и ее элементов.

Структуре системы соответствует ацикличный ориентированный граф $\Gamma = (V, E)$, вершины графа из множества $V = \{v_i,\, i \in I \bigcup \{0, n+1\}\}$ соответствуют подсистемам, входу и выходу системы (вершины с индексами 0 и $n+1$); дуги $E = \{(v_j, v_i),\, j \in I_i^0,$ $i \in I \bigcup \{n+1\}\}$ – функциональным связям между подсистемами (множество I_i^0 состоит из индексов подсистем, выход которых связан с входом подсистемы

$i \in I$), в частности, дуги (v_j, v_{n+1}), $j \in I_{n+1}^0$ соединяют соответствующие подсистемы с выходом системы.

Обозначим X – множество вариантов реализации системы, которое формируется с помощью механизмов конструирования, включающих и механизмы повышения надежности (используется ненагруженное резервирование элементов подсистем СНМС). Обозначим X_i – множество вариантов реализации подсистемы $i \in I$, тогда

$$X = \prod_{i \in I} X_i \ .$$

Обозначим $\{y_i(x_i,t) \in S_i,\, t \in \mathrm{T}\}$ – случайный процесс, значение которого $y_i(x_i,t)$ соответствует состоянию подсистемы $i \in I$, реализованной вариантом $x_i \in X_i$, в момент времени $t \in \mathrm{T}$. Состояние подсистемы $i \in I$ характеризуется вероятностями $p_i^{(s)}(x_i,t) = \mathrm{P}\{y_i(x_i,t) = s\}$, $s \in S_i$, $i \in I$, $t \in \mathrm{T}$. Поскольку разные состояния $s \in S_i$ подсистемы $i \in I$ образуют группу несовместимых событий, то

$$\sum_{s \in S_i} p_i^{(s)}(x_i,t) = 1, \ t \in \mathrm{T} \ .$$

Предположения. Будем предполагать, что:

– выполнение функциональных задач подсистемами осуществляется в последовательности, которая определяется $\Gamma = (V, E)$ и не изменяется в процессе функционирования;

– логика функционирования подсистем не изменяется во времени;

– случайные процессы $\{y_i(x_i,t) \in S_i,\, t \in \mathrm{T}\}$, $i \in I$ являются стохастически независимыми;

– вероятности $p_i^{(s)}(x_i,t)$, $s \in S_i$, $i \in I$ являются заданными (или предварительно вычисленными), непрерывными и дифференцируемыми функциями.

При этом не выдвигается никаких условий на количество и идентичность состояний элементов (однородность), соблюдение свойства монотонности системы и других свойств, используемых в [4, 6, 7] .

Обозначим $\{y(x,t) \in S,\, t \in \mathrm{T}\}$ – случайный процесс, значение которого $y(x,t)$ соответствует состоянию системы, реализованной вариантом $x \in X$, в момент t, $t \in \mathrm{T}$. Состояние системы характеризуется вероятностями $p_s(x,t) = \mathrm{P}\{y(x,t) = s\}$, $t \in \mathrm{T}$, $s \in S$. Поскольку разные состояния системы $s \in S$ образуют группу несовместимых событий, то

$$\sum_{s \in S} p_s(x,t) = 1, \ t \in \mathrm{T} \ .$$

Задача анализа надежности СНМС состоит в формировании математической модели, которая при заданных (вычисленных) вероятностных характеристиках состояний подсистем $p_i^{(s)}(x_i,t)$, $s \in S_i$, $i \in I$ позволяет определить соответствующие $p_s(x,t)$, $s \in S$ и, на их основе, показатели надежности и эффективности для варианта $x \in X$ реализации системы.

Для решения задачи анализа надежности СНМС необходимо применять принцип декомпозиции (анализ на уровне подсистем и элементов). Функциональное взаимодействие подсистем будем учитывать, введя в рассмотрение понятие состояния выхода подсистемы.

Обозначим, $\left\{\xi_i(x_i,t) \in \Xi_i = \{1,2,...,m_i^*\}, t \in \mathrm{T}\right\}$ – случайный процесс, значение которого $\xi_i(x_i,t)$ соответствует состоянию выхода подсистемы $i \in I$ в момент $t \in \mathrm{T}$. Тогда вероятности $\pi_i^{(s)}(x_i,t) = \mathrm{P}\{\xi_i(x_i,t) = s\}$, $t \in \mathrm{T}$ характеризуют состояние $s \in \Xi_i$ выходов подсистемы $i \in I$. Разные состояния выхода подсистемы являются несовместимыми

$$\sum_{s \in \Xi_i} \pi_i^{(s)}(x_i,t) = 1, \ t \in \mathrm{T} \ .$$

Учитывая функциональную специфику системы и ее подсистем предлагается задавать функцию состояний (ФС) подсистемы $i \in I$, определяющую зависимость состояния выхода $\xi_i(x_i,t)$ от состояния подсистемы $y_i(x_i,t)$ и состояний выходов $\xi_l(x_l,t)$ подсистем $l \in I_i^0 \subset I$, которые функционально взаимодействуют с i -й подсистемой:

$$\xi_i(x_i,t) = \Phi_i\left(y_i(x_i,t), \left\{\xi_l(x_l,t),\ l \in I_i^0\right\}\right).$$

Тогда функциональное взаимодействие между подсистемами СНМС можно представить в следующем виде (рис. 1).

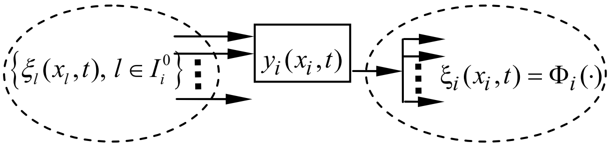


Рис. 1. Структурно-функциональное взаимодействие элементов в СНМС

Для определения ФС подсистем можно воспользоваться методом деревьев событий, задать ее аналитически или в табличном виде. Тогда с помощью ФС элементов можно определить

$$\pi_i^{(s)}(x_i,t) = \mathrm{P}\{\Phi_i(\cdot) = s\},\ t \in \mathrm{T},\ s \in \Xi_i,\ i \in I .$$

Обозначим $\Phi(\{\xi_l(x_l,t),\ l \in I^0\})$ – функция состояний СНМС, которая определяет состояния системы от состояний выходов $\xi_l(x_l,t)$ подсистем $l \in I^0$, формирующих выход системы

$$y(x,t) = \Phi(\{\xi_l(x_l,t),\ l \in I^0\}) .$$

Алгоритм вычисления вероятностных характеристик состояния структурно-сложной СНМС. В основе алгоритма лежит идея декомпозиции задачи вычисления вероятностных характеристик состояния системы и организации процесса ее решения путем обхода структуры системы, представленной ориентированным графом $\Gamma = (V,E)$, с последовательным вычислением вероятностных характеристик состояний выходов подсистем. Для заданного варианта реализации СНМС $p_s(x,t)$, $s \in S$ можно вычислить с помощью следующей рекурсивной процедуры (рис. 2) обхода ориентированного графа $\Gamma = (V,E)$ при $i = n+1$:

Шаг 0. Для вершины e_i выполнить шаг 1.

Шаг 1. Для всех вершин $e_k \mid k \in I_i^0$ выполнить шаг 2, если $I_i^0 = \varnothing$, то перейти на шаг 3.

Шаг 2. Если для подсистемы, соответствующей вершине e_k, не вычислены $\pi_k^{(s)}(x_k,t)$, $t \in \mathrm{T}$, $s \in \Xi_k$, то запустить данную процедуру для вершины e_k.

Шаг 3. Вычислить вероятностные характеристики $\pi_i^{(s)}(x_i,t)$, $t \in \mathrm{T}$, $s \in \Xi_i$ состояния выхода подсистемы $i \in I$.

```
procedure stucture_passing( node v_i )
{ for ( v_l , l ∈ I_i^0 )
   { if ( π_l^(s)(x_l,t) не определены)
        stucture_passing( v_l );
   }
  if ( π_i^(s)(x_i,t) не определены)
      evaluate_probabilities( v_i );
}
```

Рис. 2. Псевдокод рекурсивной процедуры обхода ориентированного графа

Вычисление вероятностных характеристик подсистемы $i \in I$ на шаге 3 выполняется в результате логико-вероятностного анализа деревьев событий, которые задают ФС подсистем.

Метод деревьев событий для построения ФС элементов. Обработка деревьев событий позволяет из логико-графического представления логических связей между событиями (состояниями элементов) получить аналитическое выражение для вычисления значений вероятностей возникновения данных событий (пребывания в соответствующих состояниях). Для определения ФС подсистем и СНМС в целом предлагается использовать модификацию метода деревьев событий, особенности которой заключаются в следующем:

– для каждой подсистемы и СНМС в целом формируется набор деревьев событий (для каждого состояния) по которым задается функциональная взаимосвязь подсистем;

– промежуточные логические вершины используют логические операции конъюнкции и дизъюнкции;

– синтаксис выражения для инициирующей вершины имеет следующий вид:

$$\{y_i(x_i,t), \{\min, \max, \exists, \forall\}([y_i(x_i,t),]\ \xi_l(x_l,t),\ l \in I_i^0\ )\}$$
$$\{=, <, >, \le, \ge, \ne\}\ s ,$$

где из компонентов, указанных в фигурных скобках, используется только один, а указанные в квадратных скобках компоненты могут как присутствовать, так и отсутствовать.

С помощью деревьев событий можно задать ФС подсистем, осуществить вычисление вероятностных характеристик подсистем, и, используя приведенный выше алгоритм, вычислить вероятностные характеристики состояния структурно-сложной СНМС. Например, для монотонных СМС можно записать ФС подсистем в таком виде:

$$\Phi_i(\cdot) = \min\left\{y_i(x_i,t), \max\left\{\xi_l(x_l,t), l \in I_i^0\right\}\right\}.$$

Дерево событий, соответствующее состоянию выхода подсистемы монотонной СМС имеет следующий вид (рис. 3):

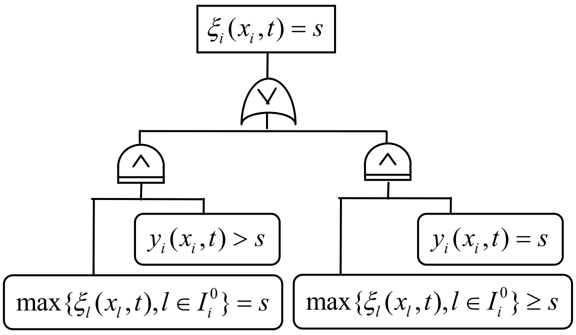


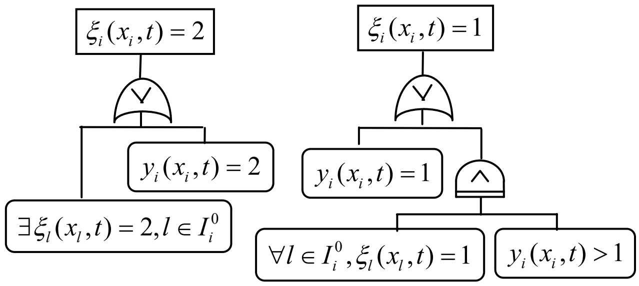
Рис. 3. Дерево событий для подсистемы монотонной СМС

По представленным деревьям событий можно записать формулы для определения вероятностных характеристик состояния выхода подсистемы $i \in I$:

$$\pi_i^{(s)}(x_i,t) = \sum_{k=s+1}^{m_i} p_i^{(k)}(x_i,t)\cdot$$
$$\cdot\left(\prod_{l\in I_i^0}\sum_{k=1}^{s}\pi_l^{(k)}(x_l,t) - \prod_{l\in I_i^0}\sum_{k=1}^{s-1}\pi_l^{(k)}(x_l,t)\right) +$$
$$+p_i^{(s)}(x_i,t)\sum_{j=s}^{m_i}\left(\prod_{l\in I_i^0}\sum_{k=1}^{j}\pi_l^{(k)}(x_l,t) - \prod_{l\in I_i^0}\sum_{k=1}^{j-1}\pi_l^{(k)}(x_l,t)\right).$$

Для систем, состоящих из подсистем с тремя состояниями ("работоспособность", отказ типа "короткое замыкание", отказ типа "обрыв"), деревья событий, соответствующие состояниям отказов, имеют следующий вид (рис. 4).

По деревьям событий можно записать формулы для определения вероятностных характеристик отказов двух типов для выхода подсистемы $i \in I$:



а б

Рис. 4. Деревья событий для состояний отказов а – "короткое замыкание", б – "обрыв"

$$\pi_i^{(2)}(x_i,t) = p_i^{(2)}(x_i,t)\left(\prod_{l\in I_i^0}\left(\pi_l^{(1)}(x_l,t)+\pi_l^{(2)}(x_l,t)\right) - \right.$$
$$\left. - \prod_{l\in I_i^0}\pi_l^{(1)}(x_l,t)\right),$$
$$\pi_i^{(1)}(x_i,t) = p_i^{(1)}(x_i,t) + \left(p_i^{(2)}(x_i,t)+p_i^{(3)}(x_i,t)\right)\cdot$$
$$\cdot\prod_{l\in I_i^0}\pi_l^{(1)}(x_l,t),\ t \in \mathrm{T}.$$

Показатели эффективности СНБС учитывают эволюцию состояния системы, связаны с результатами выполнения функциональных задач и зависят от времени и сроков функционирования. Эффективность функционирования СНМС в состоянии $s \in S$ за единицу времени количественно задается величиной u_s, $s \in S$. Для состояний, вызывающих негативные (аварийные или катастрофические) последствия, величина u_s принимает отрицательные значения. Тогда показатель эффективности СНМС может быть определен как ожидаемая эффективность

$$E_U(x) = \sum_{s\in S}\int_{\mathrm{T}} u_s \cdot p_s(x,t)\,dt\,. \qquad (1)$$

Если надежность системы характеризуется способностью выполнять функциональные задачи с эффективностью, которая выше заданного уровня w, тогда используется показатель

$$E_A(x) = \sum_{\substack{s\in S\\ u_s\geq w}}\int_{\mathrm{T}} u_s \cdot p_s(x,t)\,dt\,. \qquad (2)$$

В общем случае требования к эффективности системы на интервале функционирования Т могут быть заданы функцией $w(t)$, $t \in \mathrm{T}$. Если отклонение от требований приводит к пропорциональным потерям, тогда используется показатель

$$E_D(x) = \sum_{s \in S} \int_{\mathrm{T}} (w(t) - u_s)^2 p_s(x,t) dt . \qquad (3)$$

В случае, когда потерями для системы считается только недостаток значения показателя эффективности, то используется показатель

$$E_d(x) = \sum_{s \in S} \int_{\mathrm{T}} \max\left\{w(t) - u_s, 0\right\} p_s(\lambda, t) dt . \qquad (4)$$

Если среди состояний системы существует подмножество $C \subset S$ состояний, которые приводят к катастрофическим последствиям, то безопасность функционирования системы задается условиями

$$p_s(x,t) \le \alpha_s , \ t \in \mathrm{T} , \ s \in C \subset S ,$$

где α_s – гранично-допустимая вероятность пребывания системы в состоянии $s \in C \subset S$.

Функционирование системы также характеризуется показателем ожидаемого времени до перехода системы в состояние из подмножества C :

$$\theta(x) = \int_0^{\infty} t \ d P\{y(x,t) \in C\} . \qquad (5)$$

2. Модель ненагруженного резервирования для подсистем СНМС

Множество X_i вариантов реализации подсистемы $i \in I$ СНМС формируется на основе использования механизма ненагруженного резервирования, который направлен на обеспечение надежного функционирования системы. Подсистема состоит из переключателя и элементов $j \in J_i = \{1, 2, ..., \lambda_i\}$ (основного и $\lambda_i - 1$ ненагруженных резервных). Могут быть использованы элементы одного или разных типов, одинаковые по функциональному предназначению (имеют идентичные состояния), но разные по значениям технико-экономических характеристик. Использование разнотипных элементов является более общим случаем модели резервирования и, очевидно, позволяет получить более предпочтительные варианты реализации подсистемы. Пример подсистемы, использующей ненагруженный резерв, представлен на рис. 5.

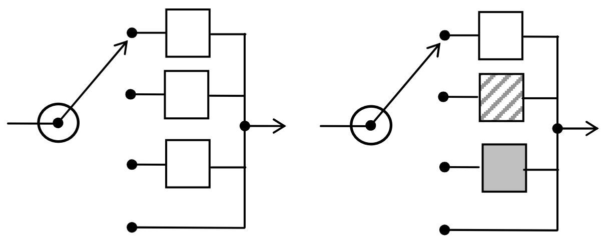


Рис. 5. Ненагруженное резервирование
а – однотипными и б – разнотипными элементами

Обозначим $K_i = \{1, 2, ..., k_i\}$ – множество типов элементов. Пусть $\left\{y_{ik}(t) \in S_i, \ t \in \mathrm{T}\right\}$ – случайный процесс, моделирующий состояние элемента k-го типа, $k \in K_i$, заданы вероятностные характеристики $p_{ik}^{(s)}(t) = \mathrm{P}\{y_{ik}(t) = s\}$, $t \in \mathrm{T}$, $s \in S_i$, $k \in K_i$.

Каждый вариант реализации подсистемы $x_i = (\kappa_i, \lambda_i) \in X_i$ определяется парой: вектором $\kappa_i = (\kappa_i^1, \kappa_i^2, ..., \kappa_i^{\lambda_i})$, в котором $\kappa_i^j \in K_i$, $j \in J_i$ и количеством элементов λ_i используемых в подсистеме $i \in I$.

Задача анализа надежности подсистемы, в которой используется ненагруженное резервирование, формулируется следующим образом: необходимо определить $p_i^{(s)}(x_i, t), \ s \in S_i$ для заданного варианта реализации подсистемы $x_i \in X_i$ и известных $p_{ik}^{(s)}(t), \ s \in S_i, \ k \in K_i$.

Обозначим $\left\{y_{ij}(\kappa_i^j, t) \in S_i, \ t \in \mathrm{T}\right\}$ – случайный процесс, значение которого $y_{ij}(\kappa_i^j, t)$ соответствует состоянию элемента $j \in J_i$ подсистемы $i \in I$. От выбора типа элемента $j \in J_i$ зависит $y_{ij}(\kappa_i^j, t)$, т.е. $y_{ij}(\kappa_i^j, t) = y_{i\kappa_i^j}(t)$, а соответствующие вероятностные характеристики имеют вид

$$p_{ij}^{(s)}(\kappa_i^j, t) = \mathrm{P}\{y_{ij}(\kappa_i^j, t) = s\} = p_{i\kappa_i^j}^{(s)}(t) , \ t \in \mathrm{T} ,$$

$$s \in S , \ j \in J_i , \ i \in I .$$

Переключатель переходит на следующий элемент в резерве, если поточный элемент $j \in J_i$ перешел в состояние из заданного подмножества состояний $Q_i \subset S_i$. Обозначим

$$q_j(x_i,t) = = P\{y_{ij}(\kappa_i^j,t) \in Q_i\} = \sum_{s \in Q_i} p_{ij}^{(s)}(\kappa_i^j,t)\,,\ t \in \mathrm{T}\,.$$

Работа переключателя (моменты переключения) зависит от выбора варианта реализации подсистемы $x_i \in X_i$, т.е. от типов элементов (что определяет характеристики состояния, а следовательно, и процесс их функционирования), их количества, а также, в отличие от нагруженного резервирования, последовательности подключения резервных элементов.

Моделирование работы переключателя осуществляется случайным процессом

$$\left\{\mu_i(x_i,t) \in \mathrm{M}_i = \{1,2,...,\lambda_i+1\},\ t \in \mathrm{T}\right\}$$

с дискретным множеством состояний (позиций переключателя) и непрерывным временем функционирования. Состояние переключателя $\mu_i(x_i,t)$ соответствует индексу элемента, который задействован в момент $t \in \mathrm{T}$, или, в случае $\mu_i(x_i,t) = \lambda_i + 1$, соответствует ситуации, когда последний элемент резерва перешел в состояние из множества Q_i. Пример графа состояний подсистемы с ненагруженным резервом из трех элементов с пятью состояниями представлен на рис. 6.

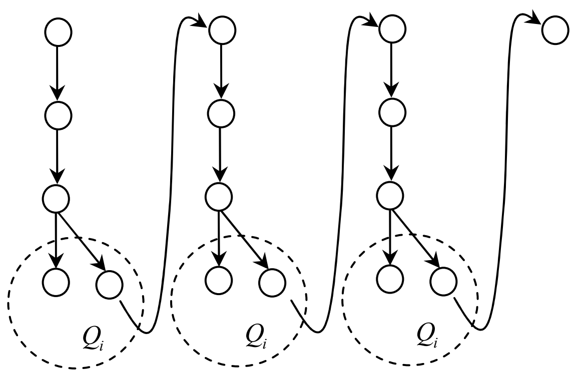


Рис. 6. Граф состояний подсистемы с ненагруженным резервированием

Предположения. При построении модели функционирования ненагруженного резерва предполагается следующее:

– переключатель является абсолютно надежным, т.е. когда функционирующий элемент $j \in J_i \setminus \{\lambda_i\}$ переходит в одно из состояний множества Q_i – происходит переключение на следующий элемент, или при $j = \lambda_i$ переключение не происходит;

– переключение выполняется последовательно в порядке, который установлен размещением элементов $j \in J_i$;

– переключение происходит моментально, без задержек.

Значения $\rho_j(x_i,t) = P\{\mu_i(x_i,t) = j\}$ вычисляются с помощью рекурсивной формулы:

$$\rho_{j+1}(x_i,t) = \int_0^t q_j(x_i,t-\tau)d\rho_j(x_i,\tau),\ \ j = J_i \setminus \{1\};$$

$$\rho_1(x_i,t) = 1 - q_1(x_i,t).$$

Обозначим $\left\{y_i(x_i,t) \in S_i,\ t \in \mathrm{T}\right\}$ случайный процесс, значение которого $y_i(x_i,t)$ соответствует состоянию подсистемы с ненагруженным резервом на момент $t \in \mathrm{T}$, которая реализована вариантом $x_i \in X_i$:

$$y_i(x_i,t) = \begin{cases} y_{ij}(x_i^j,t), \text{ если } \mu_i(x_i,t) = j,\ j \in J_i; \\ y_{i\lambda_i}(x_i^j,t), \text{ если } \mu_i(x_i,t) = \lambda_i + 1. \end{cases}$$

Можно определить $p_i^{(s)}(x_i,t) = P\{\,y_i(x_i,t) = s\}$ по следующей формуле

$$p_i^{(s)}(x_i,t) = \sum_{j \in J_i} \int_0^t p_{ij}^{(s)}(x_i,t-\tau)d\rho_j(x_i,\tau)\,,\ s \in S_i\,.$$

3. Задача оптимального ненагруженного резервирования в подсистемах СНМС

Задача оптимального ненагруженного резервирования разнотипными элементами в подсистемах состоит в выборе варианта $x \in X$ реализации системы, для которого выбранный критерий из показателей (1) – (5) принимает оптимальное значение при выполнении условий

$$x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in X = \prod_{i \in I} X_i\,,$$

$$x_i = (\kappa_i, \lambda_i)\,,\ \kappa_i = (\kappa_i^1, \kappa_i^2, ..., \kappa_i^{\lambda_i})\,, i \in I\,,$$

$$\kappa_i^j \in K_i\,,\ j \in J_i\,,\ \ i \in I\ \,,$$

$$\lambda_i \in \mathbb{N}\,,$$

а множества X_i вариантов реализации подсистем формируются на основе механизма ненагруженного резервирования; при этом вариант $x \in X$ реализации системы должен удовлетворять заданным ограничениям на использование ресурсов.

Сложность задачи оптимального ненагруженного резервирования связана с тем, что порядок подключения разнотипных резервных элементов влияет на $p_i^{(s)}(x_i, t)$, $s \in S_i$, $i \in I$, т.е. количество вариантов $|X_i|$ реализации подсистемы $i \in I$ определяется количеством размещений с повторениями элементов k_i типов по λ_i позициям.

Заключение

Представленный подход позволяет на стадии проектирования СНМС производить выбор оптимального по заданному критерию эффективности варианта реализации системы, с использованием ненагруженного резервирования.

Литература

1. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. – СПб.: Политехника, 2000. – 248 с.

2. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др.; Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.

3. Levitin G., Lisnianski A., Ushakov I. Reliability of Multi-State Systems: A Historical Overview / Mathematical and statistical methods in reliability; Ed. B. Lindqvist. – World Scientific, 2003. – P. 123-137.

4. Lisnianski A., Levitin G. Multi-state system reliability: Assessment, optimization and applications. World Scientific, 2003. – 376 p.

5. Соложенцев Е.Д. Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике. – СПб.: Бизнес-пресса, 2004. – 342 с.

6. Райншке К., Ушаков И.А. Оценка надежности систем с использованием графов. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с.

7. Xue J., Yang K. Dynamic reliability analysis of coherent multistate systems // IEEE Trans. Reliab. – 1995. – 44(4). – P. 243-250.

8. Ushakov I. Reliability: Past, Present, Future // Reliability:Theory & Applications. – 2006. – 1(1). – P. 10-16. [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: http://www.balmin.com/gnedenko_forum/Journal.

9. Бірюков Д.С. Про обчислення показників надійності складних системи з багатьма станами // Вісн. Київськ. ун-ту.Сер.фіз.-мат.наук. – 2005. – Вип. 3. – С. 193-199.

10. Ушаков И.А. Задачи оптимального резервирования и универсальная производящая функция // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1986. – № 6. – С. 79-82.

11. El Neweihi E., Proschan F., Sethuraman J. Optimal allocation of multistate components // Handbook of Statistics. Quality Control and Reliability; Ed. P.R.Krishnaiah, C.R.Rao.-Amsterdam: North-Holland, 1988. – Vol. 7. – P. 427-432.

12. Ramirez-Marquez J.E., Coit D.W. A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems // Reliab. Engng. Sys. Safety. – 2004. – 83. – P. 341-349.

13. Tian Z., Zuo M.J. Redundancy allocation for multi-state systems using physical programming and genetic algorithms // Reliab. Engng. Sys. Safety. – 2006. – 91. – P. 1049-1056.

14. Заславський В.А., Лєнков С.В., Бірюков Д.С., Горшков А.В. Оптимальне резервування складних систем з багатьма станами з урахуванням техніко-економічних показників // Зб. наук. праць Одеського ін-ту СВ МОУ. – 2006. – Том 11.

15. Robinson D.G., Neuts M.F. Standby redundancy in reliability: a review // IEEE Trans. Reliab. – 1989. – R-38(4). – P. 430-435.

16. Coit D.W. Cold-standby redundancy optimization for nonrepairable systems // IIE Transactions. – 2001. – 33. – P. 471-478.

17. Azaron A., Katagiri H., Kato K., Sakawa M. A multi-objective discrete reliability optimization problem for dissimilar-unit standby systems // OR Spectrum. – 2007. – 29. – P. 235-257.

Поступила в редакцию 28.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.А. Фурман, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко, Харьков.