УДК 681.3 : 004.6

А.А. БАРКАЛОВ[1], А.Р. АРУТЮНЯН[2], С.Р. АРУТЮНЯН[2]

[1]Institut of Informatics and Electronics, Zielenogorski University
[2]Донецкий национальный технический университет, Украина

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОМАНДНО-ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ

В статье предложен вариант построения модели командно-информационной сети для сбора информации о протекании технологического процесса. Модель сети позволяет определить конфигурацию сети и очередность поллинга узлов, для обеспечения надежности и достоверности получаемой информации.

поллинг, узел, сеть, передача, прием, бит, дальность, скорость, надежность

Введение

Сбор технологической информации о производственном процессе подразумевает специально организованное, систематическое наблюдение за состоянием объектов, явлений, процессов с целью их оценки, контроля, прогноза [1].

Системы контроля протекания технологического процесса (СКПТП) необходимы для повышения эффективности производства, увеличения выпуска готовой продукции, уменьшения расходов сырья и т.п.

СКПТП являются сложными многокомпонентными системами, что делает целесообразным применение методов математического моделирования при их проектировании и эксплуатации.

СКПТП могут значительно отличаться по своей архитектуре и применяемым аппаратным и программным средствам. Представляется возможным предложить следующую классификацию СКПТП по признакам, важным для построения их моделей [2]:

1. ***По топологии СКПТП***: один объект мониторинга, для обмена информацией, с которым используется монопольный канал связи; сеть, состоящая из объектов мониторинга, узлов; ретрансляции и нескольких каналов связи, используемых монопольно; несколько объектов мониторинга, для обмена; информацией, с которыми используется общий канал связи; сеть, состоящая из объектов мониторинга, узлов; ретрансляции и нескольких общих каналов связи.
2. ***По методу доступа к общему каналу***: обход станций сервером (поллинг); случайный множественный доступ (СМД); комбинация поллинга и СМД/
3. ***По типу применяемых устройств мониторинга***: с буфером памяти для организации очереди сообщений; без буфера памяти, с передачей текущих значений параметров.

Построение математической модели

В статье рассматривается проблема моделирования процесса возникновения и сбора информации, для решения которой используется теория массового обслуживания (ТМО). Эта задача особенно актуальна в случае территориально распределенных систем с низкоскоростными каналами и большим количеством станций мониторинга, что характерно для большинства промышленных предприятий.

Для моделирования простейшего случая – локальной СКПТП одного объекта с буфером памяти – целесообразно применять методы и модели классической ТМО вида $M/M/1$, $M/D/1$ или $M/G/1$ [3].

В случае, когда СКПТП имеет топологию сеть, но не используется разделение каналов, могут быть использованы модели сетей массового обслуживания (СеМО), например, сети Джексона или более сложные [2, 4, 5].

Наиболее часто в СКПТП для передачи сообщений от множества периферийных узлов к центральному серверу используется общий разделяемый канал. Доступ к каналу может осуществляться с помощью алгоритмов СМД или поллинга. В литературе достаточно широко изучены модели, когда доступ к каналу осуществляется только по одному варианту, а периферийные устройства могут организовывать очередь сообщений (например, [6, 7]). Однако не предложено адекватных моделей для систем поллинга для случая устройств без буфера памяти, возникающая при использовании протокола Modbus или подобного[2].

Представляется возможным, базируясь на подходах, изложенных в работах [2, 7, 8], предложить следующее решение этой проблемы. Рассмотрим СКПТП, использующую поллинг для сбора данных с устройств без буфера памяти. Есть конечное число d станций, посещаемых сервером в соответствии с матрицей маршрутизации $P = \|p_{ij}\|, i, j = 1,...,d$, где p_{ij} – вероятность перехода на станцию j после станции i; на такой переход тратится время v_{ij}.

Состояние каждой станции j описывается вектором

$$\vec{S}_j(t) = (s_j^1(t),...s_j^{n_j}(t)).$$

Основная задача СКПТП – регистрация изменений векторов состояний объектов. Для передачи $\vec{S}_j(t)$ требуется время

$$T_j = c^{-1}\sum l_j^i, \qquad (1)$$

где l_j^i – размер s_j^i; c – скорость передачи данных [2].

Найдем вектор $\pi^{(n)}$, описывающий стационарное распределение состояний цепи $\{w_n\}$, где w_n – номер опрашиваемой станции после n-го перехода по матрице P, т.е. после n-го опроса узла.

Для вычисления стационарного распределения воспользуемся рекуррентным соотношением

$$\pi^{(n)} = \pi^{(n-1)}P, \qquad (2)$$

где $\pi^{(n)} = (\pi_1^{(n)},...,\pi_d^{(n)})$ – распределение на n-м шаге; $\pi^{(n-1)} = (\pi_1^{(n-1)},...,\pi_d^{(n-1)})$ – распределение после n – 1-го перехода. Это приводит к системе из d рекуррентных соотношений

$$\pi_j^{(n)} = \sum_{i=1}^{d}\pi_i^{(n-1)}p_{ij}. \qquad (3)$$

Обозначим $\pi^{(n)}$, где $n \to \infty$ как π.

Рассмотрим среднее количество переходов между посещениями станции j как ξ_j.

Обозначим $f_j^{(n)}$ – вероятность возвращения в вершину j через n шагов. Среднее количество переходов можно определить

$$\xi_j = \sum_{n=1}^{\infty} f_j^{(n)} n. \qquad (4)$$

В работе [3] приводится теорема о том, что $\xi_j = \pi_j^{-1}$.

Найдем средний интервал между посещениями станции j $\tau_j = E[t_j^n - t_j^{n-1}]$.

Найдем время $\tau_{пер}^{(n+1)}$, необходимое для перехода системы из состояния $\pi^{(n)}$ в состояние $\pi^{(n+1)}$:

$$\tau_{пер}^{(n+1)} = \sum_{i=1}^{d}\left(\pi_i^{(n)}\sum_{j=1}^{d}(p_{ij}v_{ij})\right). \qquad (5)$$

Найдем время $\tau_{обсл}^{(n+1)}$, необходимое для обслуживания станции в состоянии $\pi^{(n+1)}$:

$$\tau_{обсл}^{(n+1)} = \sum_{i=1}^{d}\pi_i^{(n+1)}T_i. \qquad (6)$$

Полное время работы со станцией:

$$\tau^{(n+1)} = \tau_{обсл}^{(n+1)} + \tau_{пер}^{(n+1)}. \qquad (7)$$

Приведенная математическая модель позволяет промоделировать некоторые важные параметры системы с полинговым опросом, но она не учитывает следующие параметры:

- количество повторных попыток опроса узла;
- количество пропущенных пакетов, по причине занятости узла.

Перед тем как ввести в модель дополнительный параметр – количество повторных попыток опроса узла, введем следующие определения.

Пусть вектор $X = \{x_1,...,x_n\}$ – порядок опроса станций, тогда элемент матрицы $p_{x_i x_{i+1}}$ = {вероятности перехода из x_i станции в станцию x_{i+1}}.

Пусть $G = (X, A)$ вероятностный граф переходов состояний станций. Матрица *P* является взвешенной матрицей смежности графа переходов станций *G*.

Граф *G* является ориентированным ациклическим графом.

Вектор *X* является эйлеровым циклом графа *G*.

Как было отмечено, полученная модель не позволяет моделировать случаи повторной перпосылки пакета. Для решения этой проблемы введем в граф *G* ориентированные петли (рис. 1).

Вес петли будет означать вероятность сбоя пакета при передаче данных.

Вес петли равен вероятности приема сбойного пакета или ошибки передачи $P_{ОШ_i}$, т.е. $p[i,i] = P_{ОШ_i}$

Введение петель позволяет моделировать сбои при передаче пакетов данных, но не позволяет лимитировать количество перепосылок пакета.

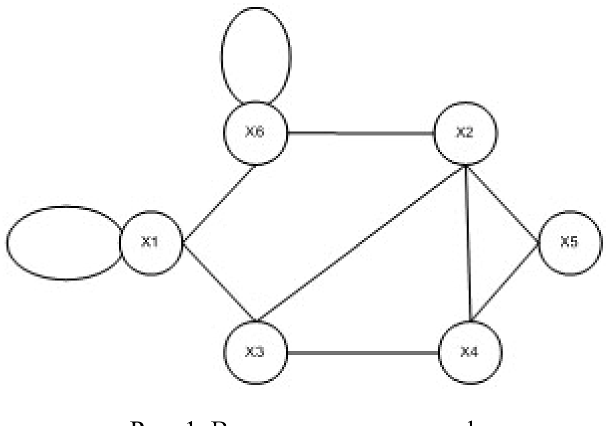


Рис. 1. Введение петель в граф

Для ограничения повторных посылок пакетов данных каждую вершину графа $x_i \in G$ представим в виде подграфа G^{xi}:

$$|G^{xi}| = B,$$

где *B* – максимальное количество повторных посылок, $|G^{xi}|$ – количество вершин подграфа.

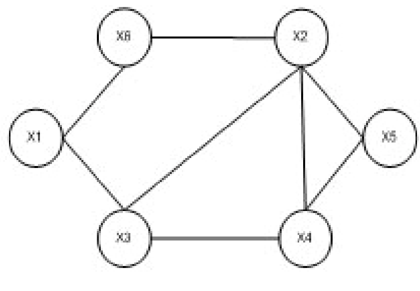
Вершина $x_j^{xi} \in G^{xi}$, инцидентна всем вершинам, которые инцидентны $x_i \in G$, и инцидентна вершине $x_{j+1}^{xi} \in G^{xi}$ (рис. 2).

Вес ребра $p[x_j^{xi}, x_{j+1}^{xi}] = P^j_{ОШ_i}$, где $P^j_{ОШ_i}$ – вероятность возникновения сбоя при обмене данных после *j*-й попытки.

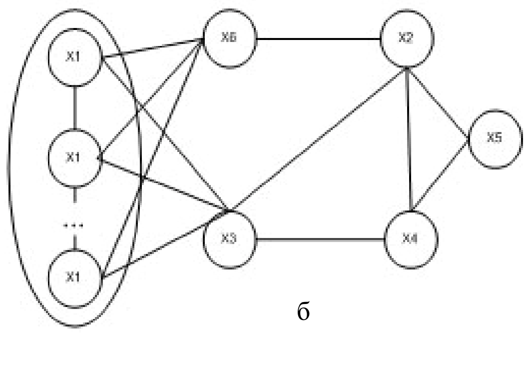
Далее скорректируем модель с учетом занятости узла.

Пусть интенсивность задачи регулирования составляет λ, производительность станции составляет μ, нагрузка на станцию вычисляется по формуле:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}. \tag{8}$$



а



б

Рис. 2. Пример замены вершины:
а – исходный граф; b – после замены

Вероятность отсутствия загрузки станции определяется:

$$P_0 = [1+\rho]^{-1}. \quad (9)$$

Вероятность ошибки с учетом загрузки узла равна $P^Z{}_{ОШ_i} = P_{ОШ_i} + (1 - P_0)$.

В частном случае прием и передача данных является задачей обработки, тогда формула (9) имеет вид:

$$P_0 = \left[1 + \frac{\tau^{(n+1)}}{\tau^{(n+1)}_{обсл}}\right]^{-1}. \quad (10)$$

Используя (10) можно определить максимальную интенсивность потока данных.

Вывод

В статье предложена модель для систем поллинга для случая устройств без буфера памяти, возникающая при использовании протокола Modbus или подобного. Используя полученную модель, становиться возможным определить загрузку узла, число повторных опросов необходимых для более эффективной работы сети. Таким же образом, используя модель, можно определить эффективный порядок опроса и скорость опроса отдельных узлов.

Литература

1. Костюков В.Н. Мониторинг безопасности производства. – М.: Машиностроение, 2002. – 224 с.

2. Охотников Е.С. Системы мониторинга технологических процессов нефтегазодобывающих предприятий**:** Классификация и математическое моделирование. – М: Нефтегазовое дело, 2006. – 230 с.

3. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания: Пер с англ. / Пер. И.И.Грушко; ред. В.И. Нейман. – М.: Машиностроение, 1979. – 340 с.

4. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган А.Я. Анализ очередей в вычислительных сетях: Теория и методы расчета. – М.: Наука, 1989. – 334 с.

5. Ивницкий В.А. Разработка аналитической теории сетей массового обслуживания. – Дисс. докт. физ.-мат. наук : 05.13.17 .– М.: Российская государственная библиотека, 2005. – 386 с

6. Боровков А.А. Эргодичность и устойчивость случайных процессов. – М. Эдиториал УРСС, 1999. – 440 с.

7. Шварц М. Сети ЭВМ. Анализ и проектирование. – М.: Радио и связь, 1997. – 336 с.

8. Фосс С.Г., Чернова Н.И. Теоремы сравнения и эргодические свойства систем поллинга // Проблемы передачи информации. – 1996. – Т. 32, вып. 4. – С. 46-72.

Поступила в редакцию 14.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Скатков, Севастопольский национальный технический университет, Севастополь.