УДК 681.518

Л.М. ЛЮБЧИК

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", Украина

МЕТОД ОБРАТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА МНОГОМЕРНЫХ КОМБИНИРОВАННЫХ СИСТЕМ С НАБЛЮДАТЕЛЯМИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Рассмотрена задача идентификации и компенсации возмущений в многомерных системах с использованием обратных динамических моделей. Установлена связь между проблемой синтеза обратных моделей и теорией наблюдателей для систем с неизвестным входом и обоснован практический метод синтеза обратных моделей с заданными динамическими характеристиками. Исследованы свойства многомерной комбинированной системы с наблюдателем и компенсатором возмущения в контуре управления.

идентификация, инвариантность, комбинированное управление, компенсация возмущений, обратные системы, наблюдатели с неизвестным входом

Введение

Проблема управления сложными системами в условиях неопределенности является одной из центральных в современной теории управления. Теория робастного управления обеспечивает возможность синтеза регуляторов, работоспособных в определенном диапазоне изменения параметров объекта управления [1]. Вместе с тем заведомое "загрубление" робастных регуляторов, синтезированных из условия оптимальности на классе неопределенных возмущений, зачастую приводит к неудовлетворительной точности управления для отдельных конкретных реализаций неопределенных возмущений. Существенного повышения точности управления можно достичь на пути использования комбинированных систем, использующих в законе управления текущую информацию о возмущениях [2].

Традиционный подход к решению подобных задач в условиях неполноты текущей информации о векторе состояния системы состоит в задании номинальной модели объекта и некоторой априорной модели возмущения с последующим одновременным оцениванием вектора состояния системы и параметров модели возмущения. При этом корректная постановка рассматриваемой задачи идентификации в рамках традиционного подхода требует априорного задания структуры модели возмущений, что представляет собой весьма сложную задачу.

Развитие методов синтеза, реализующих идею комбинированного управления, привело к возникновению нетрадиционных многоканальных структур управляющих устройств. Указанный подход, известный под названием "метода внутренних моделей" (internal model-based control) [3,4], основан на использовании моделей как для оценивания (косвенного измерения) возмущений, так и для их прогнозирования и компенсации в целях обеспечения так называемой селективной инвариантности [5].

Одной из перспективных модификаций указанного подхода является метод обратных динамических моделей, рассмотренный в работах [6,7]. При этом в качестве ключевой использовалась идея синтеза обратных моделей с заданными динамическими свойствами на основе теории инвариантных наблюдателей для систем с неизмеряемым входом (unknown-input observer) [8,9].

В настоящей работе предлагается развитие указанного подхода применительно к решению задачи идентификации возмущений в многомерных системах, основанное на использовании теории инвариантных динамических наблюдателей и обратных динамических моделей.

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу управления многомерным линейным дискретным объектом с неполными измерениями, описываемым моделью в переменных состояния вида

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + B_1 u_k + B_2 w_k , \\ y_k^1 &= C_1 x_k , \quad y_k^2 = C_2 x_k , \end{aligned} \tag{1}$$

где $x_k \in \mathbf{R}^n$ - вектор состояния объекта в момент времени k, $u_k \in \mathbf{R}^{m_1}$ - вектор управляющих воздействий, $y_k^1 \in \mathbf{R}^{q_1}$ - вектор выходных регулируемых переменных, $y_k^2 \in \mathbf{R}^{q_2}$ - вектор измеряемых переменных, $w_k \in \mathbf{R}^{m_2}$ – вектор возмущения.

Таким образом, в структуре многомерного управляемого объекта (2) выделяются два канала передачи сигналов: канал управления с дискретной передаточной функцией $G_1(z) = C_1(zI_n - A)^{-1} B_1$ и канал возмущения с передаточной функцией $G_2(z) = C_2(zI_n - A)^{-1} B_2$.

Будем считать, что выполняются так называемые условия обратимости:

$$\begin{aligned} &\operatorname{rank} C_i = q_i , \ \operatorname{rank} B_i = m_i , \\ &\operatorname{rank}(S_{ii}) = m_i \le q_i , \quad S_{ij} = C_i B_j . \end{aligned} \tag{2}$$

Задача управления выходом системы (1) состоит в нахождении последовательности управлений $\{u_k\}$, обеспечивающей слежение за задающим воздействием y_k^* с одновременной компенсацией влияния возмущений w_k. Рассмотрим решение указанной задачи в случае, когда возмущение w_k недоступно непосредственному измерению. При этом соответствующий закон управления должен использовать оценки возмущения $\hat{w}_k$, полученные путем обработки последовательности измеряемых переменных $\{y_k^2\}$, что соответствует методу косвенного измерения возмущений.

В настоящей работе решение задач оценивания и компенсации возмущений получено на основе использования обратных динамических моделей каналов управления и возмущения. С точки зрения практической реализации процедуру синтеза обратных моделей желательно декомпозировать на этап *структурного синтеза*, обеспечивающего получение уравнений минимальных реализаций с точностью до набора произвольных настраиваемых параметров, и этап *параметрического синтеза*, на котором осуществляется выбор указанных параметров из условий обеспечения заданных требований к динамике обратной модели (устойчивости и качества переходных процессов). При этом параметризованные минимальные реализации обратных систем находятся на основе теории наблюдателей для систем с неизвестным входом [8,9].

2. Решение задачи синтеза наблюдателя возмущения

По аналогии с теорией динамических наблюдателей будем называть динамическую систему

$$\begin{aligned} \bar{x}_{k+1} &= A^I \bar{x}_k + B_1^I y_k + B_2^I y_{k+1} + B_0^I u_k , \\ \hat{w}_k &= C^I \bar{x}_k + D_1^I y_k + D_2^I y_{k+1} \end{aligned} \tag{3}$$

с вектором состояния $\bar{x}_k \in \mathbf{R}^{n-q}$ *асимптотическим наблюдателем возмущения,* если выполняются условия $\|\bar{x}_k - Rx_k\| \to 0$, $\|\hat{w}_k - w_k\| \to 0$, при $k \to \infty$, где $R_{n-q \times n}$ – некоторая матрица агрегирования. Тогда вектор $\hat{w}_k$ можно трактовать как оценку сигнала возмущения w_k. Отметим, что наблюдатель (3) представляет собой фактически обратную динамическую модель канала возмущения объекта управления (1).

Для получения решения задачи структурного синтеза наблюдателя возмущения на основе обратной модели воспользуемся теорией наблюдателей для систем с неизвестным входом. Трактуя w_k как неизвестный входной сигнал, получим оценку вектора состояния системы (1) с помощью динамического наблюдателя

$$\begin{aligned}&\tilde{x}_{k+1} = \overline{F}\tilde{x}_k + \overline{G}y_k + \overline{G}_0 u_k,\\ &\overline{x}_k = \tilde{x}_k + \overline{H}y_k^2,\ \hat{x}_k = Py_k^2 + Q\overline{x}_k,\end{aligned} \tag{4}$$

где $\overline{x}_k \in \mathbf{R}^{n-q}$ – оценка агрегированного вектора состояния Rx_k, $\tilde{x}_k$ – вектор состояния наблюдателя, а матрицы $P_{n\times q}$ и $Q_{n\times n-q}$ однозначно определяются выбранной матрицей агрегирования R, такой, что $\operatorname{rank} R = n-q$,

$$\begin{pmatrix} P & Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ R \end{pmatrix}^{-1}, \tag{5}$$

$$\begin{aligned}&CP = I_q, \quad RQ = I_q, \quad PC + QR = I_n,\\ &CQ = 0_{q\times n-q}, \quad RP = 0_{n-q\times q}.\end{aligned}$$

Уравнения динамической части наблюдателя (4) могут быть преобразованы к эквивалентному виду

$$\overline{x}_{k+1} = \overline{F}\,\overline{x}_k + \left(\overline{G} - \overline{F}\,\overline{H}\right)y_k^2 + Hy_{k+1}^2 + \overline{G}_0 u_k. \tag{6}$$

При этом ошибки оценивания вектора состояния $e_k^x = x_k - \hat{x}_k$ и агрегированных переменных $\overline{e}_k^x = Rx_k - \overline{x}_k$ связаны между собой линейным преобразованием $e_k^x = Q\overline{e}_k^x$, причем $\overline{e}_k^x$, в свою очередь, определяется уравнением

$$\begin{aligned}&\overline{e}_{k+1}^x = \overline{F}\overline{e}_k^x + [RA - \overline{F}R - \left(\overline{G} - \overline{F}\,\overline{H}\right)C_2 -\\ &- \overline{H}C_2 A]x_k + \left(RB_2 - HC_2\right)w_k + (RB_1 - \overline{G}_0)u_k.\end{aligned} \tag{7}$$

Из уравнения (7) следуют условия инвариантности наблюдателя - независимости ошибки оценивания от переменных состояния и входных сигналов:

$$\begin{aligned}&\left(R - \overline{H}C_2\right)A - \overline{F}\left(R - \overline{H}C_2\right) = \overline{G}C_2,\\ &RB = HC_2 B_2, \quad RB_1 - \overline{G}_0 = 0.\end{aligned} \tag{8}$$

Система линейных матричных уравнений синтеза (8) разрешима при выполнении условия $\operatorname{rank} S_{22} = q_2, q_2 \ge m_2$. В этом случае решение системы (8) может быть получено в явном виде

$$\begin{aligned}&\overline{F}_2 = R\Pi_2 AQ, \quad \overline{G}_2 = R\Pi_2 A\left(H + P\Omega_2\right),\\ &\overline{H}_2 = RB_2 S_{22}^{+}, \quad \overline{G}_0 = RB_1,\end{aligned} \tag{9}$$

где проекционные матрицы

$$\Pi_2 = I_n - B_2 S_{22}^{+} C_2, \qquad \Omega_2 = I_q - S_{22}S_{22}^{+}$$

связаны очевидным соотношением $C_2\Pi_2 = \Omega_2 C_2$.

Выбирая оценку неизвестного входного сигнала w_k в виде $\hat{w}_k = B^{+}\left(\hat{x}_{k+1} - A\hat{x}_k\right)$, получаем с учетом (6), (9) уравнение наблюдателя возмущения

$$\begin{aligned}&\overline{x}_{k+1} = R\Pi_2 AQ\overline{x}_k + R\Pi_2 APy_k^2 +\\ &RB_2 S_{22}^{+} y_{k+1}^2 + B_1 u_k,\\ &\hat{w}_k = (S_{22}^{+} + B_2^{+} PR)(y_{k+1}^2 - C_2 AQ\overline{x}_k -\\ &- C_2 APy_k^2).\end{aligned} \tag{10}$$

Таким образом, матрица динамики наблюдателя $A^I = R\Pi_2 AQ$ оказывается параметризованной произвольно выбираемой матрицей агрегирования R заданного ранга $n - q_2$, которая в данном случае играет роль настроечной матрицы.

Конкретизируем структуру параметризованной обратной модели, задавшись блочным представлением матриц модели объекта управления (1):

$$\begin{aligned}&A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, C_2 = \begin{pmatrix} I_q & 0_{n-q\times q} \end{pmatrix},\\ &B_2 = \begin{pmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{pmatrix}\begin{matrix} q \\ n-q \end{matrix}.\end{aligned} \tag{11}$$

Выберем матрицы P и Q в блочной форме следующего вида:

$$\begin{pmatrix} P & Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 & Q_1 \\ P_2 & Q_2 \end{pmatrix}\begin{matrix} q \\ n-q \end{matrix}, P_1 = I_q, Q_1 = 0_{q\times n-q} \tag{12}$$

Тогда при $\det Q_2 \ne 0$ из (12) следует, что $R = Q_2^{-1}\begin{pmatrix} -P_2 & I_{n-q} \end{pmatrix}$. Путем алгебраических преобразований можно показать, что в этом случае

$$R\Pi AQ = Q_2^{-1}\left(\tilde{A}_{22} - P_2\Omega_{B_{21}}A_{12}\right)Q_2, \tag{13}$$

$\tilde{A}_{22} = A_{22} - B_{22}B_{21}^{+}A_{12}$, ŕ¶$_{B_{21}} = I_q - B_{21}B_{21}^{+}$.

Поскольку матрица Q_2 задает фактически преобразование подобия матрицы динамики A^I, не изменяющее ее спектра, то можно принять $Q_2 = I_{n-q}$ и задача параметрического синтеза модели сводится к выбору настроечной матрицы $P_{2(n-q\times q)}$. Полученная задача, относящаяся к классу задач модального синтеза, разрешима, если выполнено условие полной наблюдаемости по Калману пары матриц $\left(\widetilde{A}_{22}, \Omega_{B_{21}} A_{12}\right)$. Это условие заведомо нарушается в том случае, когда $m_2 = q_2$. Действительно, при этом $\Omega_{B_1} = 0$ и матрица динамики A^I оказывается независящей от настроечной матрицы P_2. В этом случае для обеспечения возможности настройки наблюдателя возмущения целесообразно воспользоваться методикой регуляризации обратной системы [7]. Построим приближенную реализацию модели системы, заменив условие полной инвариантности ошибки к неизвестному входному сигналу (8) условиями частичной инвариантности:

$$\left\|RB_2 - HC_2B_2\right\|^2 + \varepsilon\left\|H\right\|^2 \to \min_H, \qquad (14)$$

где $\varepsilon > 0$ – параметр регуляризации. В этом случае

$$\overline{H}_2(\varepsilon) = RB_2S_{22}{}^{\mathrm{T}}\left(\varepsilon I_q + S_{22}S_{22}{}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}, \qquad (15)$$

и решение задачи структурного синтеза регуляризованного наблюдателя может быть получено в виде

$$\begin{aligned}
&\overline{F}_2(\varepsilon) = \widetilde{A}_{22}(\varepsilon) - P_2\Omega_{B_{21}}(\varepsilon)A_{12},\\
&\widetilde{A}_{22}(\varepsilon) = A_{22} - B_2\Psi_{B_{21}}(\varepsilon)A_{12},\\
&\Psi_{B_{21}}(\varepsilon) = B_{21}{}^{\mathrm{T}}\left(\varepsilon I_q + B_{21}B_{21}{}^{\mathrm{T}}\right), \qquad (16)\\
&\Omega_{B_{21}}(\varepsilon) = I_q - B_{21}B_{21}{}^{\mathrm{T}}\left(\varepsilon I_q + B_{21}B_{21}{}^{\mathrm{T}}\right)^{-1} =\\
&= \varepsilon\left(\varepsilon I_q + B_{21}B_{21}{}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}.
\end{aligned}$$

Очевидно, что при $q_2 = m_2$ проекционная матрица $\Omega_{B_1}(\varepsilon) \neq 0$ при $\varepsilon > 0$ и задача модального синтеза оказывается разрешимой при выполнении условия наблюдаемости по Калману пары матриц $\left(\widetilde{A}_{22}(\varepsilon), \widetilde{A}_{11}(\varepsilon)\right)$, где $\widetilde{A}_{12}(\varepsilon) = \Omega_{B_1}(\varepsilon)A_{12}$ а $\widetilde{A}_{22}(\varepsilon)$ определяется формулой (13).

Уравнения ошибки оценивания возмущения при использовании регуляризованной обратной модели приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\overline{e}_{k+1}^x = \overline{F}_2(\varepsilon)\overline{e}_k^x + \varepsilon RB_2\left(\varepsilon I_q + S_{22}{}^{\mathrm{T}}S_{22}\right)^{-1} w_k,\\
&e_k^w = -B_2{}^{+}\left(H_2(\varepsilon) + P\Omega(\varepsilon)\right)C_2AQ\overline{e}_k^x + \qquad (17)\\
&+ \varepsilon B_2{}^{+}\left(I - PC_2\right)\left(\varepsilon I_q + S_{22}{}^{\mathrm{T}}S_{22}\right)^{-1} w_k.
\end{aligned}$$

Таким образом, ошибка оценивания оказывается зависящей от возмущения, степень влияния которого определяется величиной параметра регуляризации (инвариантность с точностью до ε).

3. Решение задачи синтеза динамического компенсатора возмущения

3.1. Структурный синтез компенсатора возмущения

Воспользуемся полученными оценками возмущения для построения алгоритмов управления, компенсирующих его влияние на регулируемые переменные. Выберем закон комбинированного управления в виде суммы стабилизирующей и компенсирующей составляющих $u_k = u_k^s + u_k^c$, при этом стабилизирующая составляющая вектора управления u_k^s принимается в виде $u_k^s = K \cdot e_k^y$, где $e_k^y = y_k^* - y_k$ – ошибка регулирования, K – матрица коэффициентов линейной стабилизирующей обратной связи. Выбор этой матрицы может осуществляться известными методами синтеза модального управления по выходу. Компенсирующая составляющая вектора управления u_k^c формируется с помощью динамического компенсатора, представляющего собой регуляризованную обратную динамическую модель канала управления объекта (1), синтезированную на основе изложенной выше методики. На вход компенсатора возмущения подается промежуточное воздействие r_k, формируемое, в свою очередь, с помощью прогнозирующей модели канала возмущения:

$$\begin{aligned} x_{k+1}^p &= Ax_k^p + B_f \hat{w}_k, \\ y_k^p &= Cx_k^p, \ r_k = y_k^* - y_k^p, \end{aligned} \qquad (18)$$

где $x_k^p \in \mathbf{R}^n$ – вектор состояния прогнозирующей модели на k – м шаге, $y_k^p \in \mathbf{R}^{q_1}$ – прогнозируемая реакция вектора регулируемых переменных объекта на возмущение.

Подставив одношаговый прогноз промежуточного воздействия $r_{k+1} = y_{k+1}^* - C_1 Ax_k^p - C_1 B_2 \hat{w}_k$ в уравнения обратной модели и обозначая через $x_k^c = \bar{x}_k + Rx_k^p$ вектор состояния динамического компенсатора, получим его уравнения в виде

$$\begin{aligned} \bar{x}_{k+1}^c &= \bar{F}_1(\varepsilon, P_2)\bar{x}_k^c + R(P_2)\Pi_1(\varepsilon)B_2\hat{w}_k, \\ u_k^c &= -\bar{B}(\varepsilon)\left[C_1 AQ\bar{x}_k^c + C_1 B_2 \hat{w}_k\right], \end{aligned} \qquad (19)$$

где матрицы компенсатора имеют следующий вид:

$\bar{F}_1(\varepsilon) = R\Pi_1(\varepsilon)AQ, \quad \bar{H}_1(\varepsilon) = RB_1 S_{11}{}^{+}(\varepsilon)$,

$\bar{B}(\varepsilon) = B_1{}^{+}\left(H_1(\varepsilon) + P\Omega_1(\varepsilon)\right)$,

$\Pi_1(\varepsilon) = I_n - H_1(\varepsilon)C_1$, $\Omega_1(\varepsilon) = I_q - S_{11}S_{11}{}^{+}(\varepsilon)$,

$S_{11}{}^{+}(\varepsilon) = S_{11}{}^{\mathrm{T}}\left(\varepsilon I_q + S_{11}S_{11}{}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}$.

Исследуем динамические характеристики комбинированной системы с динамическим компенсатором возмущений. Для вывода уравнения динамики ошибки регулирования получим вначале уравнение для выходной регулируемой переменной системы с динамическим компенсатором, использующим точные измерения возмущения (для простоты ограничимся рассмотрением случая $y_k^* = 0$ и $m_1 = q_1$):

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= C_1 Ax_k + C_1 B_1 u_k + C_1 B_2 w_k = \\ &= Ax_k + S_{11}(-Ky_k + \bar{u}_k^c) + C_1 B_2 w_k = \\ &= C_1 Ax_k + S_{11}Ky_k - S_{11}\bar{B}(\varepsilon)C_1 AQ\bar{x}_k^c - \\ &- \left(I - S_{11}\bar{B}(\varepsilon)\right)C_1 B_2 w_k. \end{aligned} \qquad (20)$$

Далее, принимая во внимание тождества

$I_q - S_{11}\bar{B}(\varepsilon) = \left(I_q - S_{11}B_1{}^{+}P\right)\Omega_1(\varepsilon)$,

$S\bar{B}(\varepsilon) = I_q - \left(I_q - S_{11}B_1{}^{+}P\right)\Omega_1(\varepsilon)$,

$B_1\bar{B}(\varepsilon) = B_1 S_{11}{}^{-1}\left(I_q - \left(I_q - S_{11}B^{+}P\right)\Omega_1(\varepsilon)\right)$ и учитывая непосредственно проверяемое соотношение

$x_k - Q\bar{x}_k^c = \left(QR + PC_1\right)x_k - Q\bar{x}_k^c = Q\bar{\theta}_k - Pe_k$,

где обозначено $\bar{\theta}_k = Rx_k - \bar{x}_k^c$, после ряда алгебраических преобразований получим уравнения динамики ошибки регулирования

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= C_1\left(AP - B_1 K\right)e_k - C_1 AQ\bar{\theta}_k + \Lambda_1(\varepsilon)\bar{w}_k, \\ \bar{\theta}_{k+1} &= R\left(B_1 K - AP\right)e_k + RAQ\bar{\theta}_k + \Lambda_2(\varepsilon)\bar{w}_k, \\ \bar{w}_k &= -C_1 B_w w_k + C_1 AQ\bar{x}_k^c, \end{aligned} \qquad (21)$$

где матрицы влияния $\Lambda_1(\varepsilon) = \left(I_q - SB_1^{+}P\right)\Omega_1(\varepsilon)$, $\Lambda_2(\varepsilon) = RB_1 B_1^{+}P\Omega_1(\varepsilon)$.

Обозначив $x_k^0 = Q\bar{\theta}_k - Pe_k$, представим (21) в эквивалентной форме

$$\begin{aligned} x_{k+1}^0 &= \left(A - B_1 KC_1\right)x_k^0 + \bar{\Lambda}(\varepsilon)\bar{w}_k, \\ e_k &= -C_1 x_k^0, \end{aligned} \qquad (22)$$

где $\bar{\Lambda}(\varepsilon, P_2) = \left(I - B_1 B_1^{+}\right)P\Omega_1(\varepsilon)$, $\bar{\Lambda}(\varepsilon = 0, P_2) = 0$.

Заметим, что x_k^0 представляет собой фактически вектор состояния замкнутой системы, а $\bar{w}_k$ можно трактовать как эквивалентное возмущение.

Из уравнений (22) следует, что введение в закон управления дополнительной компенсирующей компоненты, сформированной с помощью синтезированного компенсатора возмущений, приводит к эффекту, эквивалентному преобразованию исходного возмущения с помощью некоторого формирующего динамического фильтра. При этом влияние эквивалентного возмущения $\bar{w}_k$ на ошибку регулирования определяется матрицей $\bar{\Lambda}(\varepsilon, P_2)$, зависящей от выбора настроечных параметров компенсатора.

3.2. Параметрическая оптимизация компенсатора возмущения

В условиях неполных измерений на вход

компенсатора подаются текущие оценки возмущения, сформированные с помощью динамического наблюдателя (10), что эквивалентно косвенному измерению возмущения с некоторой погрешностью (помехой) $w_k + \xi_k$, влияние которой должно приниматься во внимание при решении задачи параметрического синтеза и оптимизации компенсатора.

В целях формализации указанной задачи с учетом имеющейся априорной информации о помехах измерений получим предварительно выражения для ошибки регулирования в условиях воздействия помех ξ. В результате ряда алгебраических преобразований получим уравнение для динамики ошибки регулирования с учетом погрешностей косвенного измерения возмущения в следующем виде:

$$\begin{aligned} e_{k+1} &= C_1(AP - B_1K)e_k - C_1AQ\bar{\theta}_k + \\ &+ \Lambda_1(\varepsilon)\bar{w}_k - S\bar{B}C_1B_2\xi_k, \\ \bar{\theta}_{k+1} &= R(B_1K - AP)e_k + RAQ\bar{\theta}_k + \\ &+ \Lambda_2(\varepsilon)\bar{w}_k - R(\Pi_1(\varepsilon) + B_1\bar{B}C_1)B_2\xi_k, \end{aligned} \qquad (23)$$

где $\bar{w}_k = -S_{11}w_k + C_1AQ\bar{x}_k^c$.

Из уравнений (23) получим уравнения замкнутой системы и ошибки регулирования с учетом влияния погрешностей идентификации возмущения:

$$\begin{aligned} x_{k+1}^0 &= (A - B_1KC_1)x_k^0 + \bar{\Lambda}(\varepsilon)\bar{w}_k - \bar{\Gamma}(\varepsilon)\xi_k, \\ e_k &= -C_1x^0, \end{aligned} \qquad (24)$$

где $\bar{\Gamma}(\varepsilon) = \left(I_n - \left(I_n - B_1B_1^+\right)P\Omega_1(\varepsilon)C_1\right)B_2$, причем очевидно, что $\bar{\Gamma}(\varepsilon = 0) = B_2$.

Для формализации задачи параметрического синтеза компенсаторов по критерию точности регулирования установим предварительно связь между дискретными Z - преобразованиями сигнала ошибки регулирования $e(z)$ и внешних возмущений $w(z)$ и помех $\xi(z)$:

$$e(z) = G_w(z)w(z) + G_\xi(z)\xi(z), \qquad (25)$$

где дискретные матричные передаточные функции $G_f(z)$ и $G_\xi(z)$ определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned} G_w(z) &= -C_1(zI_n - A + B_1KC_1)^{-1}\bar{\Lambda}(\varepsilon)C_1 \cdot \\ &\cdot \left(AQ\left(zI_{n-q} - \bar{F}\right)^{-1}R\Pi_1 - I_n\right)B_2, \\ G_\xi(z) &= C_1(zI_n - A + B_1KC_1)^{-1}\bar{\Gamma}. \end{aligned} \qquad (26)$$

Дальнейшая формализация постановки задачи параметрического синтеза и выбор метода ее решения существенным образом зависит от способа задания априорной информации о возмущающих воздействиях и погрешностях их идентификации. Рассмотрим решение задачи для задания априорной информации в нестатистической форме. В этом случае в качестве моделей возмущающих воздействий и помех измерений принимают сигналы ограниченной энергии

$$\|w\|_2 \le E_w < \infty, \ \|\xi\|_2 \le E_\xi < \infty. \qquad (27)$$

Степень компенсации возмущений при этом будем характеризовать энергией сигнала ошибки регулирования E_e, верхнюю оценку которой дает теорема о связи норм [10]:

$$E_e \le \bar{E}_e = \|G_w(z)\|_\infty E_w + \|G_\xi(z)\|_\infty E_\xi, \qquad (28)$$

где $\mathbf{H}_\infty$ - норма матричной передаточной функции определяется как

$$\begin{aligned} \|G(z)\|_\infty &= \sup_{|z|<1}\|G(z)\|_2 = \sup_{0\le\omega\le 2\pi}\|G(j\omega)\|_2 = \\ &= \sup_{0\le\omega\le 2\pi}\lambda_{\max}^{1/2}[G^{\mathrm{T}}(e^{-j\omega})G(e^{j\omega})]. \end{aligned} \qquad (29)$$

В соответствии с общими свойствами $\mathbf{H}_\infty$ - норм минимизация критерия $\bar{E}_u$ эквивалентна минимизации энергии ошибки регулирования для "наихудших" входных сигналов (возмущений и помех) ограниченной энергии, что реализует принцип робастной оптимизации [10]. Соответствующая задача параметрической $\mathbf{H}_\infty$ оптимизации динамического компенсатора возмущения при ограничениях на длительность и колебательность переходных процессов в компенсаторе приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} &\bar{E}_e(\varepsilon, P_2) \to \min, \ T_\Pi(\varepsilon) \le T^*, \ \sigma(\varepsilon) \le \sigma^*, \\ &T_\Pi(\varepsilon) \le \left(\ln\left(\lambda^{-1}(\varepsilon)\right)\right)^{-1}\ln\left(\delta^{-1}\right), \\ &\sigma(\varepsilon) \le (\beta - 1)/(\beta + 1), \quad \beta = \lambda_1(\varepsilon)(1 - \lambda(\varepsilon)), \end{aligned} \qquad (30)$$

где $\lambda(\varepsilon) = \left\|\overline{F}(\varepsilon)\right\|_2 = \lambda_{\max}^{1/2}\left(\overline{F}^{\mathrm{T}}(\varepsilon)\overline{F}(\varepsilon)\right)$, δ – заданный уровень, определяющий окончание переходного процесса. Решение задачи (30) с помощью известных численных методов позволяет определить оптимальные значения настроечных параметров динамического компенсатора возмущения.

Таким образом, предложенная методика синтеза компенсатора возмущения обеспечивает его требуемые динамические свойства и робастность по отношению к неопределенным погрешностям косвенного измерения возмущения на основе идентификатора с обратной моделью.

Заключение

Рассмотренный подход к задаче компенсации недоступных непосредственному измерению возмущений, основанный на использовании синтезируемых обратных динамических моделей, позволяет идентифицировать и компенсировать возмущения в многомерных системах управления в реальном масштабе времени без необходимости задания априорных моделей возмущений. В результате проведенного анализа можно сделать вывод о том, для неминимально-фазовых объектов существует предельно достижимая точность компенсации возмущений, зависящая как от характеристик объекта, так и от выбранных настроечных параметров, обеспечивающих требуемые динамические характеристики компенсатора. Предложенная методика позволяет оптимизировать настроечные параметры компенсатора с учетом априорной информации о возмущающих воздействиях и помехах измерений и получать оценки максимально достижимой точности управления в комбинированных системах с динамическими компенсаторами возмущений. Это, в свою очередь, позволяет формализовать постановку задачи параметрического синтеза на основе компромисса между противоречивыми требованиями точности и качества комбинированных систем и тем самым обеспечить реализацию конструктивного подхода к формированию инженерной методики синтеза многомерных динамических компенсаторов и оценке на этапе проектирования предельно достижимой степени компенсации возмущений.

Литература

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. - М.: Наука, 2002. - 303 с.
2. Емельянов С.В., Коровин С.К. Новые типы обратных связей. - М.: Наука, 1997. - 352 с.
3. Morari M., Zafirov E. Robust process control. New Jersey: Prentice Hall. - 1989. - 488 p.
4. Tsypkin Ya. Z., Holmberg U. Robust stochastic control and internal model control // Int. J. of Control. – 1995. - Vol. 61. - No 4. - P. 809-822.
5. Цыпкин Я.З. Адаптивно инвариантные дискретные системы управления // Автоматика и телемеханика. - 1991. - № 5. - С. 96-124.
6. Пухов Г.Е., Жук К.Д. Синтез многосвязных систем управления по методу обратных операторов. - К.: Наук. думка, 1966. - 218 с.
7. Костенко Ю.Т., Любчик Л.М. Системы управления с динамическими моделями. – Х.: Основа, 1966. - 212 с.
8. Kurek J.T. Observation of the state vector of linear multivariable systems with unknown input // Int. J. of Control. - 1982. - Vol. 36. - P. 511-515.
9. Hou M., Muller P.C., Design of observers for linear systems wits unknown inputs // IEEE Trans. on Automatic Control. - 1992. - Vol. 37. - P. 871-875.
10. Позняк А.С. Основы робастного управления (Н-теория). - М.: МФТИ, 1991. - 128с.

Поступила в редакцию 20.03.2007

Рецензент: лауреат Государственной премии Украины,д-р техн. наук, проф. А.С. Кулик, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.