УДК 621.391

В.М. КУНЦЕВИЧ

Институт космических исследований НАНУ – НКАУ, Украина

УПРАВЛЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ: РЕЗУЛЬТАТЫ И НЕРЕШЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Изложены основные результаты решения задачи параметрической идентификации и оценки вектора состояния, а также ряда задач управления динамическими системами, функционирующими в условиях нестохастической неопределенности. Приведены достаточные условия робастной устойчивости «в области» некоторых классов нелинейных систем. Перечислен ряд актуальных нерешенных проблем теории управления и идентификации.

гарантированные оценки, множества, идентификация, управление, робастная устойчивость, адаптация, функционал качества

Введение

В течение последних нескольких десятилетий все бóльшее число специалистов в области систем управления приходит к пониманию того, что объекты управления во многих случаях функционируют в условиях неопределенности, отнюдь не всегда имеющую стохастическую природу. Как результат этого в последние годы растет число работ по теории управления и идентификации, в которых относительно всех неопределенных величин и процессов принимается единственное предложение о том, что для них существует гарантированные ограниченные множественные оценки (см., например, [1–17]). При этом конструктор системы управления довольствуется более легко получаемой, но и более скудной априорной информацией об ограниченности неопределенных величин или процессов. Поэтому далее во всех последующих расчетах для получения того или иного гарантированного результата он должен приписать природе, генерирующей эти величины и процессы, «злокозненные» стремления максимизировать, например, тот критерий качества, который конструктор системы управления стремится минимизировать. Необходимо признать, что при таком подходе к проектированию системы управления ее создатель ориентируется на самый неблагоприятный случай («пессимистический» вариант – the worst – case approach). Но такова плата за возможность получения гарантированного результата. Именно с такой точки зрения ниже и будут рассматриваться некоторые задачи управления и идентификации.

Поскольку рассматриваемые далее алгоритмы идентификации и управления более или менее сложны по своей структуре и могут быть реализованы лишь средствами компьютерной техники, то при описании движения объектов управления, даже непрерывных по своей природе, предпочтение отдано их математическим моделям, представленным в виде разностных уравнений, которые описывают их движение лишь в дискретные моменты времени. Такая форма уравнений динамики объектов управления в большей степени пригодна для непосредственной реализации предлагаемых алгоритмов идентификации и управления программными средствами на современных компьютерах.

1. Задачи идентификации: гарантирование оценки параметров и векторов состояния

Основную идею метода получения

гарантированных оценок параметров изложим на простейшем примере. Пусть математическая модель исследуемого объекта задана в виде

$$y_n = L^T U_n;\ n = 0,1,2,\ldots, \qquad (1)$$

где T – операция транспонирования; U_n - m-мерный вектор управления («вход» объекта), y_n - скалярный «выход», измеряемые в дискретные моменты времени n.

Координата y_n измеряется с помехой f_n, и результат измерения имеет вид

$$z_n = y_n + f_n, \qquad (2)$$

где f_n — неконтролируемая помеха, для которой задана ее априорная оценка

$$f_n \in \mathbf{f} = \{f : |\,f\,| \le \Delta = \text{const}\}. \qquad (3)$$

По результатам серии экспериментов, в которых измеряются пары U_n и z_n, где $n = 1; 2;\ldots$, требуется уточнить априорную оценку $\mathbf{L}_0$. Рассмотрим тот случай, когда выбор последовательности значений U_n от исследователя не зависит, т.е. рассмотрим режим «пассивной» идентификации.

Измеренные значения U_n и z_n на основе (1) — (3) определяют текущую множественную оценку $\widetilde{\mathbf{L}}_n$ вектора L в виде выпуклого множества

$$L \in \widetilde{\mathbf{L}}_n = \left\{L : \left|U_n^T L - z_n\right| \le \Delta\right\}. \qquad (4)$$

Это соотношение в пространстве параметров определяет гиперполосу шириной ρ_n, равной $2\Delta\left\|U_n\right\|^{-1}$. Если на предыдущем шаге имелась оценка

$$L \in \mathbf{L}_{n-1}, \qquad (5)$$

то из двух непротиворечивых оценок (4), (5) получаем новую апостериорную оценку

$$L \in \mathbf{L}_n = \widetilde{\mathbf{L}}_n \bigcap \mathbf{L}_{n-1}. \qquad (6)$$

Если $\mathbf{L}_0$ — выпуклый многогранник, то вся последовательность $\mathbf{L}_n$ — выпуклые многогранники, поскольку класс выпуклых многогранников замкнут относительно операции пересечения множеств. В [18] приведено описание пакета прикладных программ Interval-Set Analysis Matlab Toolbox для стандартных персональных компьютеров, реализующего операцию (6).

Из (6) следует, что число вершин и соответственно ребер многогранников $\mathbf{L}_n$ по ходу эксперимента изменяется: часть «старых» вершин исчезает и появляются «новые» вершины. Это обстоятельство порождает определенные неудобства при компьютерной обработке результатов эксперимента, так как требуется массив переменной размерности для хранения вершин L_n^i и соответствующих ребер, их соединяющих.

Для характеристики оценки (6) введем такую величину, как диаметр множества, определяемый как

$$\mathbf{D}(\mathbf{L}_n) = \max_{i,j=1;N_n} \left\|L_n^i - L_n^j\right\|.$$

Если не наделять последовательности «входов» U_n, где $n = 1, 2, 3, \ldots N$, дополнительно какими-либо особыми свойствами, то в общем случае процедура идентификации (4), (6) заканчивается получением некоторой неулучшаемой оценки $\mathbf{L}_N$. Используя такую характеристику множества, как его диаметр, практически неулучшаемой оценкой $\mathbf{L}_n$ будем считать такую, когда выполняется неравенство

$$\frac{\mathbf{D}(\mathbf{L}_n) = \mathbf{D}(\mathbf{L}_{n-1})}{\mathbf{D}(\mathbf{L}_n)} \le \varepsilon,$$

где ε — заданная константа.

Выполнение этого неравенства можно применять в качестве критерия остановки при реализации процедуры рекуррентной идентификации (4), (6).

Из факта получения в общем случае неулучшаемой оценки вектора параметров при наличии ограниченных помех следует существование качественного отличия между процедурами стохастической и множественной идентификации, заключающегося в том, что конечным результатом применения первой является получение оценки в виде вектора, а второй — оценки в виде замкнутого ограниченного множества.

Для устранения недостатка, обусловленного необходимостью оперирования с массивом переменной размерности при определении гарантированных оценок параметров в виде выпуклых многогранников в целом ряде работ (см., например, [1–3,5,7–9,17,19-22]) многогранник $\mathbf{L}_n$, полученный в результате операции пересечения (6), предложено аппроксимировать m-мерным эллипсоидом $\overline{\mathbf{L}}_n$

$$\mathbf{L} \subset \overline{\mathbf{L}}_n = \left\{ L : (L - \overset{\circ}{L}_n)^T H_n^{-1} (L - \overset{\circ}{L}_n) \le 1 \right\};$$
$$H^T = H > O.$$

При реализации такой аппроксимации на каждом n-м шаге в памяти компьютера требуется хранить лишь матрицы H_n постоянной размерности $(m \times m)$ и m-мерные векторы $\overset{\circ}{L}_n$. Платой за такое упрощение численной реализации процедуры построения последовательности множественных оценок $\mathbf{L}_n$ является привносимая при этом погрешность аппроксимации, растущей при увеличении размерности m идентифицируемого вектора L. При выборе аппроксимирующего эллипсоида $\overline{\mathbf{L}}_n$ используют различные критерии, такие, например, как требование получения эллипсоида минимального объема и различные его модификации. Этому способу построения множественных оценок посвящено очень большое число работ. Наиболее общий подход к реализации параметрической идентификации в рассмотренной форме описан в [23].

Рассмотренная выше процедура множественной идентификации естественным образом обобщается на класс многомерных объектов, описывающихся векторно-матричным уравнением

$$Y_n = H\,U_n,$$

где $U \in \mathbf{R}^m$, $Y_n \in \mathbf{R}^p$, H — матрица неизвестных параметров размерности $(m \times p)$; $p \le m$, для каждой i-й строки H_i которой задана ее априорная оценка

$$H_i \in \mathbf{H}_{i,o}.$$

В ряде работ (например, [12, 24, 19, 26, 17]) рассмотрена возможность сохранения работоспособности описанной выше общей схемы множественной идентификации в случае нарушения основного постулата о безусловном выполнении включения $f_n \in \mathbf{f}(\Delta)$. Если в последовательности измерений иногда присутствуют такие значения возмущения, что $\left| f_n \right| = \overline{\Delta} > \Delta,$ то при этом возможно появление такой ситуации, когда $\mathbf{L}_n = \widetilde{\mathbf{L}}_n \bigcap \mathbf{L}_n = \varnothing.$

При этом для сохранения работоспособности описанной выше процедуры идентификации предлагались различные приемы, которые в конечном счете, по существу, сводились к необходимости такого увеличения параметра $\overline{\Delta} > \Delta,$ при котором $\mathbf{L}_n = \varnothing.$

С точностью до обозначений описанная выше процедура множественной идентификации переносится и на построение гарантированных оценок параметров линейных динамических систем. Покажем это на примере системы, описываемой с точностью до параметров разностным уравнением

$$X_{n+1} = AX_n + Bu_n + RF_n,\ n = 0,1,2,..., \qquad (7)$$

где $X_n \in \mathbf{R}^m$, A — матрица размерности $(m \times m)$; B и $R \in \mathbf{R}^m$; u_n — скалярное управление; f_n — неконтролируемое возмущение, для которого задана его априорная оценка (3).

Без потери общности примем, что матрица A и векторы B и R имеют канонические структуры

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & | & \\ \vdots & | & \mathbf{I} \\ 0 & | & \\ - & - & - \\ & A_m^T & \end{Vmatrix}; \; B = \begin{Vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ - \\ b \end{Vmatrix}; \; R = \begin{Vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ - \\ 1 \end{Vmatrix}, \tag{8}$$

и из уравнений (7), (8) для m-й строки вектора X_{n+1} получим

$$A_m^T X_n + u_n b = x_{mn+1} - f_n \, . \tag{9}$$

Введем обозначения

$$L^T = (A_m^T; b) \text{ и } Z_n^T = (X_n; u_n) \, ,$$

и перепишем (9) в виде

$$Z_n^T L = x_{m,n+1} - f_n \, . \tag{10}$$

Тогда после измерения величин X_{n+1} и u_n из (10) получаем текущую оценку вектора L

$$L \in \widetilde{\mathbf{L}}_{n+1} = \left| Z_n^T L - x_{m,n+1} \right| \le \Delta \, . \tag{11}$$

Вся дальнейшая процедура построения оценок вектора L уже была описана выше.

Задача оценки векторов состояния систем управления космическими аппаратами описана в работах [26-28]. Как известно, для решения этой задачи в настоящее время используют традиционные методы, основанные на вероятностном подходе к интерпретации неопределенности. К этим методам относятся алгоритмы типа фильтра Калмана, которые, начиная с американского лунного проекта «Аполло», получили широкое распространение в алгоритмах прецизионной навигации КА и управления их ориентацией. Однако эти методы требуют для своей реализации большого объема априорной информации о вероятностных свойствах неопределенности, которые часто бывают известными разработчикам систем управления лишь приближенно. Кроме того, они являются критично чувствительными к отличию действительных свойств неопределенностей от их априорно предполагаемых свойств, используемых в структуре алгоритмов. Алгоритмы идентификации и управления, созданные на основе гарантированного подхода к управлению в условиях неопределенности, требуют меньшего объема априорно предполагаемой информации о свойствах неопределенностей и являются менее критичными к их отличию от действительных свойств. Они способны сохранять свою работоспособность в ситуациях, когда упомянутые выше существенные алгоритмы становятся неработоспособными (расходящимися).

Сложнее обстоит дело при необходимости решения задачи одновременного оценивания векторов состояния и параметров, подробности решения которой описаны в работах [29,14].

Рассмотрим теперь ту же задачу параметрической идентификации для нестационарных систем [30,14]. Пусть задан класс линейных нестационарных объектов управления, описывающийся уравнением

$$z_n = L_n^T U_n + f_n \, , \tag{12}$$

где, так же, как и выше, $U_n \in R^m$ — вектор управлений, $L_n \in R^m$ — вектор переменных во времени параметров. Для начального значения вектора L_0 задана его априорная оценка $L_0 \in \mathbf{L}_0$, где $\mathbf{L}_0$ — ограниченное выпуклое множество.

Примем, что для вектора L_n задана априорная оценка скорости его изменения

$$\left\|\Delta L_n = L_{n+1} - L_n\right\| \le \delta\,, \tag{14}$$

где δ — заданная константа, относительно которой не принимается предположение о ее малости.

Для упрощения последующих вычислений в (14) принимается норма, определяемая как

$$\left\|L_n\right\|_\infty = \max_{i=1;m} \left|l_{n,i}\right|,$$

где $l_{n,i}$ — i-я компонента L_n.

Пусть на n-м шаге для вектора L_n имелась оценка

$$L_n \in \mathbf{L}_n\,. \tag{15}$$

Тогда на основании (12) и (2) для вектора L_{n+1} определяем его гарантированную прогнозную оценку

$$L_{n+1} \in \mathbf{L}_{n+1} = \mathbf{L}_n + \delta\,\mathbf{L}\,, \tag{16}$$

где $\delta\,\mathbf{L} = \left\{L : \left\|L\right\|_\infty \le \delta\right\}.$ (17)

После измерения величин U_{n+1} и z_{n+1} из (12) и (2) для вектора L_{n+1} получаем его оценку

$$L_{n+1} \in \mathbf{L}_{n+1} = \left\{L : \left|U_{n+1}^T L_{n+1} - z_{n+1}\right| \le \Delta\right\}. \tag{18}$$

Из двух непротиворечивых оценок (16) и (18) окончательно получаем текущую апостериорную оценку

$$L_{n+1} \in \mathbf{L}_{n+1} = \widetilde{\mathbf{L}}_{n+1} \cap \overline{\overline{\mathbf{L}}}_{n+1}\,. \tag{19}$$

Естественно, что так же, как и выше, для упрощения компьютерной реализации описанной процедуры построения оценок выпуклые многогранники могут быть аппроксимированы m-мерными эллипсоидами.

В [14] выполнено обобщение описанного выше алгоритма одновременного оценивания векторов состояния и параметров на специальный класс нестационарных систем, линейных по параметрам и фазовым координатам.

Выше рассмотрены задачи идентификации систем линейных по вектору параметров и вектору состояния. Существенно сложнее обстоит дело при решении этих же задач для класса систем, нелинейных по этим векторам. Имеется очень мало работ, посвященных этой проблеме (см., например [31–35,14]).

2. Робастная устойчивость и инвариантные множества динамических систем

Обязательными требованиями, предъявляемыми к системам управления различного назначения, являются требования обеспечения их устойчивости и способности в той или иной мере компенсировать неконтролируемые возмущения, действующие на объекты управления. В середине 80-х годов многие теоретики и специалисты, создающие системы управления реальными объектами, пришли к осознанию того фундаментального положения, что в большинстве случаев при решении реальных задач управления конструкторы систем управления должны, в сущности, решать задачу управления некоторым классом объектов, так как действительные (истинные) значения параметров объектов известны лишь с той или иной степенью приближения. Поэтому при анализе устойчивости создаваемой системы управления речь должна идти не об устойчивости одной «идеальной» (фиксированной) динамической системы, а об устойчивости некоторого класса таких систем, выделяемого теми или иными условиями. Так, в 80-х годах прошлого столетия в теорию управления прочно вошло понятие «робастной устойчивости». Читатель, интересующийся робастной устойчивостью непрерывных и дискретных систем, может ознакомиться с современным состоянием этой проблемы в [36–47]. В приложениях достаточно часто нет необходимости обеспечивать выполнение требования устойчивости системы управления «в целом», а достаточно обеспечить устойчивость лишь в некоторой наперед заданной области **X**. Такая постановка задачи анализа устойчивости, как будет показано ниже, существенно упрощает ее решение.

Рассмотрим класс нелинейных в общем случае нестационарных систем

$$X_{n+1} = F\left[X_n, L(n)\ \right];\ X_0 = \overset{\circ}{X};\ n = 0,1,2,..., \quad (20)$$

где $X_n \in \mathbf{R}^m$ — вектор состояния, $F(\cdot)$ — нелинейная m-мерная однозначная вектор-функция, такая, что $F\left[0, L(n)\right] = 0; \forall n \in [0;\infty)$; $L(n)$ — вектор в общем случае переменных во времени параметров, и примем, что вектор-функция $F(\cdot)$ – линейная по параметрам.

Рассмотрим получение достаточных условий асимптотической устойчивости «в области» системы (20) с помощью функции Ляпунова υ_n в виде

$$\upsilon_n = \|X_n\|, \quad (21)$$

не фиксируя пока конкретную норму вектора. В силу (20) ее первая разность

$$\upsilon_n = \upsilon_{n+1} - \upsilon_n = \| F[X_n, L(n)]\| - \|X_n\|. \quad (22)$$

Достаточным условием асимптотической устойчивости системы (20) «в области» является выполнение неравенства

$$\max_{X \in \mathbf{X}} \left\{ \| F[X_n, L(n)]\| - \|X_n\| \right\} < 0 \quad \forall n \in [0;\infty). \quad (23)$$

Пусть для неравенства (23) множество **X** задано в виде

$$\mathbf{X} = \left\{ X : \|X\| \le \rho = \text{const} \right\}. \quad (24)$$

Рассмотрим сначала тот класс вектор-функций $F(\cdot)$, для которого все ее элементы $f_i\left[X_n, L_i(n)\ \right]$, где $L_i(n)$ — вектор в общем случае переменных во времени параметров, строго монотонной функции X. В этом случае, так как $\|X_n\|$ — функция выпуклая, то ее максимум достигается на границе множества **X**. При выборе нормы вектора в виде

$$\|X_n\| = \max_{i=\overline{1;m}} |x_{in}| \quad (25)$$

или

$$\|X_n\| = \sum_{i=1}^{m} |x_{in}|\ , \quad (26)$$

где x_{in} - i-й элемент вектора X_n, множество **X** представим в виде

$$\mathbf{X} = \underset{k=\overline{1;2^m}}{\text{conv}} \left\{ X^k \right\}. \quad (27)$$

Здесь X^k — k-я вершина m-мерного куба со стороной, равной 2ρ, при норме вектора (25) или k-я вершина m-мерного октаэдра при норме вектора (26). При этом

$$\max_{X \in \mathbf{X}} \|X\| = \max_{k=\overline{1;2^m}} \left\| X^k \right\| = \rho \quad (28)$$

и неравенство (23) приобретает вид

$$\max_{k=\overline{1;2^m}} \left\| F[X^k, L(n)] \right\| < \rho \quad \forall n \in [0;\infty). \quad (29)$$

Если вектор-функция $L(n)$ не задана, то задача

$$\max_{k=\overline{1;2^m}} \left\| F[X^k, L(n)] \right\| \quad \forall n \in [0;\infty)$$

некорректна и поэтому конструктивного способа проверки выполнения неравенства (29) не существует. Но, если для последовательности переменных во времени векторов параметров $L(n)$ задана ее гарантированная множественная оценка

$$L(n) \in \mathbf{L} = \underset{s=\overline{1;S}}{\text{conv}} \{L_s\} \quad \forall n \in [0;\infty), \quad (30)$$

где L_s — s-я вершина множества $\mathbf{L}$, S – число его вершин, то в этом случае, принимая во внимание линейную зависимость вектор-функции $F(\cdot)$ от вектора параметров, а также то, что $\|F(\cdot)\|$ – функция выпуклая и, следовательно, ее максимум достигается в одной из вершин L_s множества $\mathbf{L}$, то неравенство (30) приобретает вид

$$\max_{\substack{k=\overline{1;2^m} \\ s=\overline{1;S}}} \left\| F\left[X^k, L_s\right] \right\| < \rho\ . \quad (31)$$

Учитывая невысокую размерность этой задачи целочисленного программирования, ее решение находим перебором всех $\sigma = 2^m \cdot S$ вариантов.

Рассмотрим теперь стационарный подкласс

проанализированного класса систем (20), для которого вектор параметров - числовой вектор $\overset{\circ}{L}$, точное значение которого неизвестно, а для него задана лишь его множественная оценка

$$\overset{\circ}{L} \in \overset{\circ}{\mathbf{L}} = \underset{s=\overline{1;S}}{\mathrm{conv}} \{\overset{\circ}{L}_s\}, \qquad (32)$$

где $\overset{\circ}{L}_S$ — s-я вершина множества $\overset{\circ}{\mathbf{L}}$, S - число его вершин.

В этом случае достаточное условие робастной устойчивости в «области» имеет вид

$$\max_{\substack{k=\overline{1;2} \\ s=\overline{1;S}}} \left\| F\left[X^k, \overset{\circ}{L}_S \right] \right\| < \rho . \qquad (33)$$

Вернемся теперь к рассмотрению достаточных условий устойчивости того класса систем (20), для которого строго монотонная зависимость функций $f_i(\cdot)$ от X не имеет места. При этом в общем случае максимум функции $\psi(\cdot) = \{\|F[X, L(n)]\| - \|X\|\}$ не достигается на границе множества $\mathbf{X}$ и оптимизационная задача уже не сводится к задаче целочисленного программирования. Так же, как и выше, примем, что для последовательности векторов $L(n)$ задана ее гарантированная оценка (30). Тогда неравенство (23) приобретает вид

$$\max_{\substack{X \in \mathbf{X} \\ s=\overline{1;S}}} \{\|F[X, L_s]\| - \|X\|\} < 0 . \qquad (34)$$

Для решения этой смешанной оптимизационной задачи могут быть использованы стандартные пакеты программ оптимизации, например, Matlab.

Рассмотрим теперь динамическую систему, подверженную воздействию неконтролируемого возмущения

$$X_{n+1} = AX_n + F_n ;\ F_n \in \mathbf{F};\ n = 0,1,2,\ldots, \qquad (35)$$

где $X_n \in \mathbf{R}^m$; $A-(m \times m)$ матрица.

Вектор $F_n \in \mathbf{F}$ — возмущение в момент времени n, а возмущения в различные моменты времени независимы.

В дальнейшем будет предполагаться, что собственные числа матрицы A по модулю меньше $q < 1$, а $\mathbf{F}$ — компакт.

Существование ограниченного инвариантного множества (предельной ограниченности или диссипативности) системы (35), т.е. такого множества $\mathbf{M}$, что если $X_n \in \mathbf{M}$, то и $X_{n+1} \in \mathbf{M}$ при любых $F_n \in \mathbf{F}$, является очень важным свойством динамических систем и поэтому возможность его определения имеет большое значение. К решению этой проблемы сводятся многие прикладные задачи управления, радиотехники и механики.

В работах [48–50] (см. также [14]) было показано, что множество

$$\mathbf{M}(A, \mathbf{F}) = \mathbf{F} + A\mathbf{F} + A^2\mathbf{F} + \cdots \qquad (36)$$

является минимальным инвариантным множеством, т.е. $\mathbf{M}(A, \mathbf{F})$ — инвариантное множество. Если $\overline{\mathbf{M}}$ — любое другое замкнутое инвариантное множество, то $\mathbf{M}(A, \mathbf{F}) \subseteq \overline{\mathbf{M}}$. Кроме того, для любой точки $X_0 \in R^n$ и $\varepsilon > 0$ любая траектория, начинающаяся из этой точки, при достаточно больших n не выходит за пределы ε-окрестности множества $\mathbf{M}(A, \mathbf{F})$.

Множество $\mathbf{M}(A, \mathbf{F})$ будем характеризовать такой величиной, как его радиус R, определяемый в виде

$$R = \max_{X \in \mathbf{X}} \|X\| .$$

Величина радиуса множества $\mathbf{M}(A, \mathbf{F})$ — прямой аналог величины дисперсии, широко используемой при оценке качества систем управления при стохастической природе возмущений.

В [51] (см. также [14]) понятие минимального инвариантного множества было обобщено на класс систем, выделяемый условием, что $A \in \mathbf{A}$, где $\mathbf{A}$ - ограниченное множество.

При этом минимальное инвариантное множество этого класса систем определяется как

$$\widetilde{\mathbf{M}}(\mathbf{A},\mathbf{F}) = \bigcup_{A\in\mathbf{A}} \mathbf{M}(A,\mathbf{F}) .$$

3. Синтез робастных систем стабилизации

Пусть задан тот достаточно часто встречающийся в приложениях класс объектов с аддитивно входящим управлением, поведение которых в дискретные моменты времени описывается разностным уравнением

$$X_{n+1} = \Phi[X_n, U_n, L(n)\overline{L}(n)] , \qquad (37)$$

где $X_n \in \mathbf{R}^m$ - вектор состояния, $U_n \in \mathbf{R}^p$ — вектор управления $(p \geq m)$, $F(\cdot)$ - m-мерная нелинейная вектор-функция, такая, что $F[0, L(n)] = 0 \;\; \forall n \in [0;\infty); L(n)$ и $\overline{L}(n)$ - векторы в общем случаи переменных во времени параметров, для которых заданы их гарантированные множественные оценки

$$L(n) \in \mathbf{L} ,\; \overline{L}(n) \in \overline{\mathbf{L}} . \qquad (38)$$

Ниже примем, что вектор состояния X_n измеряется полностью и без помех. Целью управления $U_n = U(X_n)$ является такой его выбор, который обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системе

$$X_{n+1} = \Phi[X_n, U(X_n), L(n), \overline{L}(n)] \qquad (39)$$

в заданной области **X**, если это возможно для заданных оценок параметров (38) и при условии, что $X_0 \in \mathbf{X}$.

Для функции Ляпунова (21) в силу уравнения (37) найдем ее первую разность

$$\Delta\upsilon_n = \left\|\Phi[X_n, U(X_n), \overline{L}(n)]\right\| - \left\|X_n\right\| . \qquad (40)$$

Искомую вектор-функцию $U(X_n)$ найдем из условия минимизации первой разности $\Delta\upsilon_n$ [8], т.е. из решения задачи

$$\min_{U_n} \left\|\Phi\left[X_n, U_n, L(n), \overline{L}(n)\right]\right\| . \qquad (41)$$

Рассмотрим часто встречающийся в приложениях частный случай класса систем (37)

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \psi(X_n)B(n) + u_n C(n) . \qquad (42)$$

Здесь u_n — скалярное управление, а нелинейная вектор - функция $\Phi(\cdot)$ имеет линейную в общем случае нестационарную часть и аддитивную компоненту со скалярной нелинейной функцией $\psi(X)$, такой, что $\psi(0) = 0$, матрица $A(n)$ — матрица Фробениуса, а векторы $B(n)$ и $C(n)$ имеют канонические структуры $B^T(n) = b(n)\left\|0;\ldots 0;1\right\|$; $C^T(n) = c(n)\left\|0;\ldots 0;1\right\|$.

Для строки $A_m^T(n)$ и величин $b(n)$ и $c(n)$ заданы их гарантированные множественные оценки

$$A_m(n) \in \mathbf{A} = \underset{s=1;S}{\mathrm{conv}}\{A_s\} \;; \qquad (43)$$

$$b(n) \in \mathbf{b} = \{b;\; \underline{b} \leq b \leq \overline{b}\} \;\; \forall n \in [0;\infty) ;$$

$$c(n) \in \mathbf{c} = \{c : \underline{c} \leq c \leq \overline{b}\} \forall n \in [0;\infty)\} . \qquad (44)$$

Без потери общности примем, что $\underline{b} > 0$ и $\underline{c} > 0$.

Если управление $u_n = u(X_n)$ выбрано так, что при этом справедливо неравенство

$$\max_{\substack{X_n\in\mathbf{X}\\ A_m\in\mathbf{A}\\ b\in\mathbf{b}\\ c\in\mathbf{c}}} \left\{\left\|A[A_m(n)]X_n + \psi(X_n)B[b(n)] + u(X_n)C[c(n)]\right\| - \left\|X_n\right\|\right\} < 0, \qquad (45)$$

то, как было показано выше, его выполнение является достаточным условием робастной устойчивости класса систем (42) — (44) в области **X**.

Так как в силу структурных особенностей матрицы $A(n)$ и векторов $B(n), C(n)$ только m-й элемент $x_{m,n+1}$ вектора X_{n+1} зависит от управления u_n, то управление, призванное минимизировать величину $\Delta\upsilon_n$, будем искать из решения задачи

$$\min_{u_n} \max_{\substack{X_n \in \mathbf{X} \\ A_m(n)\in \mathbf{A} \\ b\in \mathbf{b} \\ c \in \mathbf{c}}} \left| A_m^T(n) X_n + b(n)\,\psi(X_n) + c(n) u_n \right|. \quad (46)$$

В том предельном случае, когда множества **A**, **b** и **c** вырождаются в одноточечные множества, содержащие лишь величины $\overset{\circ}{A}_m, \overset{\circ}{b}$ и $\overset{\circ}{c}$, то решение задачи

$$\min_{u_n} \max_{X_n \in \mathbf{X}} \left| \overset{\circ}{A}{}_m^T X_n + \overset{\circ}{b}\psi(X_n) + \overset{\circ}{c} u_n \right| \quad (47)$$

тривиально и оно имеет вид

$$\overset{*}{u}(X_n) = -\overset{\circ}{c}{}^{-1}[\overset{\circ}{A}{}_m^T X_n + \overset{\circ}{b}\psi(X_n)]. \quad (48)$$

Подставив (48) в (42), получим уравнение линейной стационарной системы

$$X_{n+1} = \overline{A} X_n, \quad (49)$$

где $\overline{A}$ - вырожденная нильпотентная матрица Фробениуса. Несмотря на то, что $\left\|\overline{A}\right\| = 1$, тем не менее асимптотическая устойчивость системы (49) имеет место и ее существование доказывается с помощью частного случая приведенной теоремы, представленной [46, 47].

Положение существенно изменяется, если множества **A**, **b** и **c** – неодноточечные множества. В общем случае минимаксная задача (15) не имеет аналитического решения, но задача (47) – счастливое исключение из этого правила. Точнее говоря, для получения аналитического решения этой задачи необходимо предварительно с помощью численной процедуры (см. [14]) решить вспомогательную задачу, а именно: представить множество **A** в центрированной форме. Запишем множество **A** в форме

$$\mathbf{A} = \overset{\circ}{A} + \delta\mathbf{A};\ \delta\mathbf{A} = \underset{s=1S}{\underline{\mathrm{conv}}} \left\{ \Delta A_s = A_s - \overset{\circ}{A} \right\}. \quad (50)$$

Здесь $\overset{\circ}{A}$ — центр сферы минимального радиуса, описанной вокруг **A**. В [53] описан алгоритм численного определения вектора $\overset{\circ}{A}$.

Множества **b**, **c** также представим в центрированной форме

$$\mathbf{b} = \overset{\circ}{b} + \delta\mathbf{b};\ \overset{\circ}{b} = 0{,}5(\underline{b} + \overline{b})\ ;\delta\mathbf{b} = \underset{g=1;2}{\underline{\mathrm{conv}}}\{\Delta b_g\};$$

$$\Delta b_1 = \underline{b} - \overset{\circ}{b};\ \Delta b_2 = \overline{b} - \overset{\circ}{b}, \quad (51)$$

$$\mathbf{c} = \overset{\circ}{c} + \delta\mathbf{c};\ \overset{\circ}{c} = 0{,}5(\underline{c} + \overline{c});\ \delta\mathbf{c} = \underset{y=1;2}{\underline{\mathrm{conv}}}\{\Delta c_y\};$$

$$\Delta c_1 = \underline{c} - \overset{\circ}{c};\ \Delta c_2 = \overline{c} - \overset{\circ}{c}. \quad (52)$$

Перепишем теперь задачу (47) в виде

$$\min_{u_n} \max_{\substack{X_n \in \mathbf{X} \\ A_m \in \delta\mathbf{A} \\ b \in \delta\mathbf{b} \\ c\in\delta\mathbf{c}}} \left| \begin{array}{l} (\overset{\circ}{A}_m + \Delta A)^T X_n + (\overset{\circ}{b} + \Delta b)\psi(X_n) + \\ + (\overset{\circ}{c} + \Delta c) u_n \end{array} \right| \quad (53)$$

В [54,14] приведено решение задачи, с точностью до обозначений совпадающей с задачей (59), и применительно к задаче (59) оно имеет вид

$$\overset{*}{u}(X_n) = -\overset{\circ}{c}{}^{-1}[\overset{\circ}{A}{}_m^T X_n + \overset{\circ}{b}\psi(X_n)]. \quad (54)$$

Так как это управление определено из решения минимаксной задачи, то оно не может обеспечить синтезированной системе робастную устойчивость при произвольных размерах множеств $\delta\mathbf{A}, \delta\mathbf{b}, \delta\mathbf{c}$. Поэтому необходима проверка робастной устойчивости полученной замкнутой системы управления. Подставив найденные значения $\overset{*}{u}(X_n)$ в (42), получим уравнение замкнутой системы

$$X_{n+1} = F(X_n), \quad (55)$$

где вектор-функция $F(X_n) = \left\| f_i(X_n) \right\|_{i=1}^m$ имеет вид

$$F(X_n) = \left\| \begin{array}{c|c} 0 & \\ \vdots & \mathbf{I} \\ 0 & \\ \hline \multicolumn{2}{c}{-\Delta c \Delta A_m^T} \end{array} \right\| X_n + \left\| \begin{array}{c} 0 \\ \hline (\Delta b - \overset{\circ}{b}\Delta c\psi(X_n)) \end{array} \right\|. \quad (56)$$

Для проверки выполнения приведенного выше условия робастной устойчивости класса систем (55), (56), (43), (44) в области **X**, *m*-ю строку $f_m(\cdot)$ вектор-функции $F(X_n)$

$$f_m(\cdot) = -\Delta c \Delta A_m^T X_n + (\Delta b - \overset{\circ}{b} \Delta c)\psi(X_n)\,, \quad (57)$$

следуя Е.А. Барбашину [8], запишем в квазилинейной форме. Для этого представим функцию $\psi(X_n)$ в виде

$$\xi(X_n) = \Phi^T(X_n, \widetilde{L})X_n\,,$$

где $\Phi(X_n, \widetilde{L}) = \left\| \widetilde{\ell}_i \varphi_i(X_n) \right\|_{i=1}^m$, (58)

приняв при этом, что

$$\varphi_i(X_n) = x_i^{-1} \cdot \psi(X)\,. \quad (59)$$

Для элементов вектора $\widetilde{L}$ - вектора параметров, подлежащего определению, из (58), (59) получаем

$$\sum_{i=1}^m \widetilde{\ell}_i = 1\,. \quad (60)$$

Теперь на основе (58) перепишем (57) в виде

$$f_m(\cdot) = [-\Delta c \Delta \overset{\circ}{A}_m{}^T + (\Delta b - \overset{\circ}{b} \Delta c)\Phi^T(X_n, \widetilde{L})]X_n\,. \quad (61)$$

Выше уже было показано, что выполнение неравенства

$$\max_{\substack{X_n \in \mathbf{X} \\ A \in \delta\mathbf{A} \\ b \in \delta\mathbf{b} \\ c \in \delta\mathbf{c}}} \left| -\Delta c \Delta A X_n + (\Delta b - \Delta c \overset{\circ}{b})\Phi(X_n, \widetilde{L}) \right| \le q < 1 \quad (62)$$

является достаточным условием робастной устойчивости класса систем (55), (56), (45), (44) в области **X**.

Неравенство (62) определено лишь с точностью до вектора параметров $\widetilde{L}$ разложения (58). Можно показать, что выбор вектора $\widetilde{L}$ из условия минимизации левой части неравенства (62), сводится в конечном счете к решению задачи линейного программирования, на чем мы здесь останавливаться не будем.

Если $\psi(X)$ – строго монотонная функция, то проверка условия (30) существенно упрощается. Действительно, приняв норму вектора *X* в виде

$$\|X\| = \sum_{i=1}^m |x_i|\,, \quad (63)$$

множество **X** запишем в виде

$$\mathbf{X} = \underset{k=1;2^m}{\mathrm{conv}} \left\{ X^k \right\}, \quad (64)$$

где X^k - *k*-я вершина *m*-мерного октаэдра.

Принимая во внимание, что $\|X\|$ - функция монотонная и что, следовательно, максимум функции $|\psi(X)|$ достигается на границе множества **X**, неравенство (6) перепишем в виде

$$\max_{\substack{k=1;2^m \\ s=1;S \\ p=1;S \\ r=1;2}} \left| \Delta c_r \Delta A_s + (\Delta b_p - \Delta c_r \overset{\circ}{b})\Phi(X^k, \widetilde{L}) \right| \le q < 1\,. \quad (65)$$

Учитывая невысокую размерность этой задачи целочисленного программирования, ее решение находим перебором всех ее $\sigma = 4 \cdot 2^m S$ вариантов.

Если для функции $\psi(X)$ задана лишь ее оценка, определяемая нелинейными ограничениями

$$\underline{t}\xi(X) \le \psi(X) \le \bar{t}\xi(X)\,, \quad (66)$$

где функция $\xi(X)$, такая, что $\xi(0) = 0$, $\underline{t}$, $\bar{t}$ - заданные числа, то нетрудно показать, что наличие лишь оценки (66) для функции $\psi(X)$ не привносит ничего качественно нового в описанную выше процедуру синтеза управления и последующую проверку выполнения достаточного условия робастной устойчивости.

Заключение

Выше был изложен конструктивный метод решения задач синтеза управлений, обеспечивающих при выполнении определенных условий робастную стабилизацию достаточно широкого класса нелинейных в общем случае нестационарных объектов. Поскольку оптимальные в оговоренном выше смысле управления получены из решения минимаксных задач, то они в общем случае не могут обеспечить робастную устойчивость заданного класса объектов при произвольных множественных оценках неопределенных величин. Именно поэтому необходима проверка выполнения достаточных условий робастной устойчивости. В случае их невыполнения необходимо изменить условия задачи. Прежде всего следует уменьшить, если это допустимо по условиям функционирования системы управления, величину области **X** либо требуя более точных оценок всех неопределенных величин, т.е. сужая заданный класс объектов управления. Если это в силу тех или иных причин невозможно, то необходимо перейти к использованию адаптивных алгоритмов управления, позволяющих благодаря получению в процессе управления уточняющихся оценок неопределенных параметров сужать класс стабилизируемых объектов. Рассмотрение последнего способа достижения поставленной цели достаточно подробно приведено в [56–61,4,10,14].

Литература

1. Schweppe F. C. Recursive state estimation: unknown but bonded errors and system inputs// IEEE Transactions on Automatic Control. – 1968. – 13 (1). – P. 22-28.

2. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности.- М.:Наука, 1977.- 456 с.

3. Черноусько Ф. Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска.- М.: Наука, 1978.- 270 с.

4. Кунцевич В. М., Лычак М. М. Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход.- К.: Наук. думка, 1985.- 245 с.

5. Бакан Г. М., Волосов В. В., Нижниченко Е. А. К решению задачи фильтрации в условиях нестохастически заданной неопределенности //Автоматика. – 1984. – № 3. – С. 65–73.

6. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. – М.: Наука. – 1988. – 320 с.

7. Бакан Г. М., Куссуль Н. Н. Размытые эллипсоидальные множества в задачах нестохастического оценивания // Автоматика. – 1989. - №5. – С. 11-17.

8. Куржанский А. Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок // Автоматика и телемеханика. – 1991. – №4. –С. 3-26.

9. Волосов В. В., Нижниченко Е. А. Разработка и исследование алгоритмов наблюдения состояния и идентификации параметров линейных стационарных дискретных динамических систем // Автоматика. – 1992. – № 3. – С. 34–41.

10. Kuntsevich V. M., Luchak M. M. Guaranteed estimates, adaptation and robustness in control systems // Lect. Notes Control and Inform. Scin. — Heidelberg: Springer-Verlag, 1992. — 169. — 209 p.

11. Milanese M., Norton J., Piet-Lahanier H. and Walter E. Eds. Bounding Approaches to System Identification. – N.Y.: Plenum Press. – 1996.

12. Norton J. P. (ed) Special Issue on Bounded-Error Estimation: Issue 1 // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 1994. – 8(1). – P. 1-118.

13. Norton J. P. (ed) Special Issue on Bounded-Error Estimation: Issue 2 // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 1995. – 9(1). – P. 1-132.

14. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. – К.: Наукова думка 2006. – 261 с.

15. Walter E. and Pronzato L. Identification of Parametric Models from Experimental Data, London, UK: Springer-Verlag, 1997.

16. Kurzhanski A., Valyi I. Ellipsoidal calculus for estimation and control.- Laxenburg (Austria): NASA; Boston; Basel; Berlin: Birhauser, 1997.- 321 p.

17. Прикладной интервальный анализ / Жолен Л., Шифер М., Дидри О.,. Вальтер Э./ Москва-Ижевск. – 2005. –467 С.

18. Зелык Я. И., Лычак М. М., Шевченко В. Н. Моделирование и идентификация объектов управления с применением Interval-Set Analysis Matlab Toolbox // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 2. – С. 42-57.

19. Бакан Г. М., Куссуль Н. Н. Теорегико-множественная идентификация линейных объектов

в классе размытых эллипсоидальных множеств // Автоматика. – 1999.- №3.- С. 29-40.

20. Волосов В. В. Эллипсоидальный наблюдатель состояния непрерывных динамических систем с неконтролируемым возмущением // Проблемы управления и информатики. –1999. – № 2. – С. 128–135.

21. Ellipsoidal Estimation Under Model Uncertainty / Polyak B.T., Nazin S.A., Durieu C., Walter E. // 15-th IFAC Congress (Barcelona, Spaine). 2002

22. Ellipsoidal parameter or state estimation under model uncertainty / Polyak B. T., Nazin S. A., Durieu C., Walter E. // Automatica. – 2004. – 40. – P. 1171-1179.

23. Волосов В.В. К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизации в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных объектов управления // Проблемы управления и информатики. – 1996. – №4. – С. 37-53.

24. Волосов В. В., Тютюнник Л. И. Разработка и исследование робастных алгоритмов гарантированного эллипсоидального оценивания состояния многомерных линейных дискретных динамических систем. Ч. I, II // Проблемы правления и информатики. — 1997. — № 4. – С. 31–43, №6. — С. 52-65.

25. Walter E. and Pronzato L. Identification of Parametric Models from Experimental Data, London, UK: Springer-Verlag, 1997.

26. Волосов В.В. Об управлении ориентацией космического аппарата в орбитальной системе координат с использованием эллипсоидальных оценок его вектора состояния // Проблемы управления и информатики. – 1998. – №5. – С. 31-41.

27. Волосов В. В, Куценко А.И., Селиванов Ю.А. Разработка и исследование робастных алгоритмов эллипсоидального оценивания инерционных характеристик космического аппарата, управляемого силовыми гироскопами // Проблемы управления и информатики. — 2005. — 4.— С.124-139.

28. Волосов В. В. Об управлении ориентацией космического аппарата в орбитальной системе координат с использованием эллипсоидальных оценок его вектора состояния // Проблемы управления и информатики. – 1998.– №5.– С.31–41.

29. Кунцевич В. М. Определение гарантированных оценок векторов состояния и параметров линейных динамических систем при ограниченных возмущениях // ДАН СССР. – 1986. – 288, №3.

30. Kuntsevich V. M. Set-Valued Estimation of State and Parameter Vectors within Adaptive Control Systems // Bounding approaches to system identification / Eds: M. Milanese, J. Norton, H. Piet-Lahanier and E. Walter. – New York and London: Plenum Press, 1996.

31. Кунцевич В. М. О точности построения аппроксимирующих моделей при ограниченных помехах измерений. // Автоматика и телемеханика. – 2005. –№ 5.

32. Milanese M., and Vicino A. Estimation theory for nonlinear models and set membership uncertainty // Automatica. – 1991. – 27(2). – 403-408.

33. Jaulin L. and Walter E. Set inversion via interval analysis for nonlinear bounded-error estimation // Automatica. – 1993. –c. 29(4).– P. 1053-1064.

34. Jaulin L. and Walter E. Guaranteed bounded-error parameter estimation for nonlinear models with uncertain experimental factors // Automatica. – 1993.– 35(5). – P. 849-856.

35. Куржанский А. Б., Фурасов В. Д. Идентификация нелинейных процессов – гарантированные оценки // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 6. – С. 70-87.

36. Харитонов В. Л. Асимптотическая устойчивость положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. –1978. –С. 2086-2088.

37. Поляк В.Т., Цыпкин Я.З. Частотные критерии робастной устойчивости и периодичности линейных

систем // Автоматика и телемеханика. – 1900. – №9. – С. 45-54.

38. Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З. Робастная устойчивость линейных дискретных систем // Доклады АН СССР. – 1991. – Т. 316. – №4. – С. 842-846.

39. Поляк Б. Т., Щербаков П. С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002.

40. Джури Э. И. Робастность дискретных систем // Автоматика и телемеханика. — 1990.— № 5.— С. 3—28.

41. Ципкин Я. З., Поляк Б. Т. Робастная устойчивость линейных систем // Итоги науки и техники, сер. Технич. киберн. –Т. 32. – М.: ВИНИТИ, 1991. С. 3-31.

42. Kogan J. Robust stability and convexity. London: Springer-Verlag, 1995.

43. Nemirovskii A.A. Several NP-hard problems arising in robust stability analysis // Math. Control, Signals, Systems. – 1994. – V. 6. – P. 99-105.

44. Кунцевич В.М. О синтезе систем управления в условиях неопределенности (робастность замкнутых систем управления) // Автоматика. – 1990. - № 1. – С. 3-9.

45. Николаев Ю. П. К исследованию геометрии множества устойчивых полиномов линейных дискретных систем // Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 7.

46. Кунцевич В.М. О «сверхустойчивых дискретных системах» // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 2.

47. Кунцевич В.М. Анализ устойчивости и синтез устойчивых систем управления одним классом нелинейных нестационарных систем // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2006. – Т. 12. – № 1.

48. Кунцевич В. М., Пшеничный Б. Н. Минимальные инвариантные множества динамических систем с аддитивными ограниченными возмущениями // Кибернетика и систем анализ. — 1996. — № 1. — С. 74-81.

49. Кунцевич В. М., Пшеничный Б.Н. Инвариантные и стационарные множества нелинейных дискретных систем при ограниченных возмущениях //Проблемы управления и информатики. — 1996. — № 1-2. — С. 35-45.

50. Kuntsevich V. M., Pshenichnyi. B.N. Analysis of some classes of nonlinear discrete systems under bounded disturbances // Proc. 4th Symp. IFAC Nonlinear Control Systems Design. — 1998.

51. Kuntsevich A. V. Setmembership identification for robust control // CESA'96 IMACS Multiconference (Lille, France, 1996). — Lille, 1996. — 2. — P. 1168-1172.

52. Кунцевич В. М., Лычак М. М. Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. – М.: Наука, 1977.–399 с.

53. Shor N. Z., Berezovski O. A. New algorithms for constructing optimal circumscribed and inscribed ellipsoid // Optimization Methods and Software. –1992. – T. I. – P. 283-299.

54. Kuntsevich V. M., Kuntsevich A. V. Analysis and Synthesis of Optimal and Robustly Optimal Control Systems Under Bounded Disturbances. In: Proc. of 14th World Congress of IFAC: Nonlinear Systems I- 1999.- P. 163-168.

55. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. – М.: Наука, 1978.

56. Фрадков А. Л. Адаптивное управление в сложных системах. – М.: Наука, 1990.

57. M.Krstie, I. Kanellakopoulos, and P.V.Kokotovic, Nonlinear and Adaptive Control Design.- New York: Wiley, 1995.

58. Ioannou P.A. and Sun J, Robust Adaptive Control.- Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.

59. Astrom K. J. and.Wittenmark B, Adaptive Control, 2nd ed. – New York: Addison-Wesley, 1995.

60. Tao G. Adaptive Control Design and Analysis.- Wiley, New York, 1999.

Поступила в редакцию 28.02.2007

Рецензент: чл.-кор. НАН Украины В.Ф. Губарев, Институт космических исследований НАНУ-НКАУ, Киев.