

УДК 531.7

В.Ю. ЛАРИН¹, В.П. КВАСНИКОВ²¹Донецкий филиал Европейского университета²Национальный авиационный университет

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФЕРРОМАГНИТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

В статье рассмотрено построение математической модели ферромагнитного преобразователя на основе анализа выходного сигнала с помощью разложения в ряд Фурье.

ферромагнитный преобразователь, чувствительный элемент, модель, осциллограмма, динамика фазового угла, графоаналитическое разложение, ряд Фурье, силовая нагрузка, измерительная обмотка

Введение

Измерение таких механических величин как масса, сила, скорость, ускорение, перемещение может быть выполнено с помощью измерительных устройств содержащих ферромагнитные и ферримагнитные преобразователи.

Постановка проблемы. Исследования свойств ферромагнитных преобразователей (ФомП), их конструктивных особенностей, характера поведения гармоник выходного сигнала позволяют выявить малоисследованные ранее аспекты функционирования преобразователя и определить пути повышения эффективности измерительного устройства, построенного на основе применения ФомП в целом.

Анализ исследований. Обнаруженная ранее экспериментальным путем особенность поведения гармоник выходного сигнала ферромагнитного преобразователя позволила выявить факты динамики фазового угла между гармониками, составляющими суммарный сигнал ФомП, а также их непропорциональное изменение [1].

Нерешенные вопросы исследования. Проведенные экспериментальные исследования и предварительное моделирование дало приблизительную картину динамики спектра выходного сигнала ФомП.

Цель данного исследования. Для построения математической модели ферромагнитного преобразователя на основании полученных результатов необходимо подтвердить некоторые положения, оценить точность и выполнить корректировку с помощью хорошо зарекомендовавших методов исследования сигнала.

Изложение основного материала исследования

К указанным методам исследования сигналов, подобных выходному сигналу ФомП относится, в частности, метод разложения сигнала в ряд Фурье.

Поскольку выходной сигнал ФомП (рис. 1) удовлетворяет условию $-f(x + \pi) = f(x)$, то он является симметричным относительно оси абсцисс, значит, в разложении сигнала в ряд Фурье будут отсутствовать постоянная составляющая и четные гармоники [2].

При определении гармоник ряда Фурье графоаналитическим методом производится замена интеграла суммой конечного числа слагаемых, для чего период функции $u(\omega t)$, равный 2π , разбиваем на n частей равных Δx :

$$\Delta x = \frac{2\pi}{n}.$$

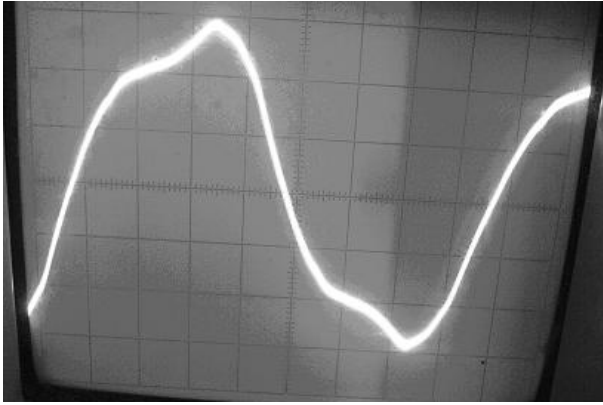


Рис. 1. Оциллограмма выходного сигнала «повышающей» обмотки ФомП при нулевой нагрузке

После этого заменяем интегралы суммами.

Тогда амплитуда синусоидальной составляющей k -й гармоники ряда

$$A'_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(\omega t) \cdot \sin k\omega t \cdot d\omega t \approx \approx 2 \cdot \frac{1}{2\pi} \sum_{p=1}^n u_p(\omega t) \cdot \frac{2\pi}{n} \sin_p k\omega t$$

или окончательно $A'_k = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n u_p(\omega t) \cdot \sin_p k\omega t$, где p – значение отсчета.

Амплитуда косинусоидальной составляющей k -й гармоники

$$A''_k = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^n u_p(\omega t) \cdot \cos_p k\omega t .$$

Здесь $\sin_p k\omega t$ и $\cos_p k\omega t$ есть значения функций $\sin k\omega t$ и $\cos k\omega t$ при $x=p\Delta x$.

Разделим период оциллограммы выходного сигнала «повышающей» обмотки, полученной при отсутствии (нулевой) нагрузки на чувствительный элемент ФомП (рис. 1) на 24 равные части. Поскольку форма сигнала ФомП симметрична оси абсцисс, то при вычислении амплитуд синусоидальной A'_k и косинусоидальной A''_k составляющих при нечетных k следует учесть, что значение суммы гармоник $u_p(\omega t) \cdot \sin_p k\omega t$ за первый полупериод равно значению суммы гармоник $u_p(\omega t) \cdot \sin_p k\omega t$ за второй полупериод.

После разбиения выходного сигнала получим следующие ординаты функции за первый полупериод при разбиении периода на $n=24$ части (табл. 1).

Таблица 1

Ординаты оциллограммы выходного сигнала «повышающей» обмотки ФомП при отсутствии нагрузки

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$U_{m_p}(\omega t)$	4,25	7,5	9,3	10,25	11	12	13,5	14	12,8	10,6	5	0

Тогда амплитуда синусоидальной составляющей первой гармоники будет:

$$U'_{m1\text{ФомП}} = \frac{4}{24} (4,25 \sin 15 + 7,5 \sin 30 + 9,3 \sin 45 + 10,25 \sin 60 + 11 \sin 75 + 12 \sin 90 + 13,5 \sin 105 + 14 \sin 120 + 12,8 \sin 135 + 10,6 \sin 150 + 5 \sin 165),$$

$$U'_{m1\text{ФомП}} = \frac{1}{6} (1,1 + 3,75 + 6,58 + 8,88 + 10,63 + 12 + 13,04 + 12,12 + 9,05 + 5,3 + 1,29) = 13,96 \text{ В.}$$

Амплитуда косинусоидальной составляющей первой гармоники:

$$U''_{m1\text{ФомП}} = \frac{4}{24} (4,25 \cos 15 + 7,5 \cos 30 + 9,3 \cos 45 + 10,25 \cos 60 + 11 \cos 75 + 12 \cos 90 + 13,5 \cos 105 + 14 \cos 120 + 12,8 \cos 135 + 10,6 \cos 150 + 5 \cos 165),$$

$$U''_{m1\text{ФомП}} = \frac{1}{6} (4,12 + 6,5 + 6,58 + 5,13 + 2,85 + 0 - 3,49 - 7 - 9,05 - 9,18 - 4,83) = -1,395 \text{ В.}$$

Амплитуда синусоидальной составляющей третьей гармоники:

$$U'_{m3\text{ФомП}} = \frac{1}{6} (4,25 \sin 45 + 7,5 \sin 90 + 9,3 \sin 135 + 10,25 \sin 180 + 11 \sin 225 + 12 \sin 270 + 13,5 \sin 315 + 14 \sin 360 + 12,8 \sin 45 + 10,6 \sin 90 + 5 \sin 135),$$

$$U'_{m3\Phi oMII} = \frac{1}{6}(3,01 + 7,5 + 6,58 + 0 - 7,79 - 12 - 9,56 + 0 + 9,05 + 10,6 + 3,54) = 1,822 \text{ В.}$$

Амплитуда косинусной составляющей третьей гармоники:

$$U''_{m3\Phi oMII} = \frac{1}{6}(4,25 \cos 45 + 7,5 \cos 90 + 9,3 \cos 135 + 10,25 \cos 180 + 11 \cos 225 + 12 \cos 270 + 13,5 \cos 315 + 14 \cos 360 + 12,8 \cos 45 + 10,6 \cos 90 + 5 \cos 135),$$

$$U''_{m3\Phi oMII} = \frac{1}{6}(3,01 + 0 - 6,57 - 10,25 - 7,78 + 0 + 9,55 + 14 + 9,05 + 0 - 3,54) = 1,245 \text{ В.}$$

Теперь можно найти амплитуду первой гармоники ряда Фурье

$$U_{m1\Phi oMII} = \sqrt{(U'_{m1\Phi oMII})^2 + (U''_{m1\Phi oMII})^2} = \sqrt{13,96^2 + (-1,395)^2} = 14,03 \text{ В.}$$

Амплитуда третьей гармоники ряда:

$$U_{m3\Phi oMII} = \sqrt{(U'_{m3\Phi oMII})^2 + (U''_{m3\Phi oMII})^2} = \sqrt{1,822^2 + 1,245^2} = 2,21 \text{ В.}$$

Тангенс угла φ , на который начало первой гармоники смещено по отношению к началу кривой

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{U''_{m1\Phi oMII}}{U'_{m1\Phi oMII}} = \frac{-1,395}{13,96} = -0,099,$$

тогда $\varphi = -5^\circ 42'$.

Тангенс угла φ , на который начало третьей гармоники смещено по отношению к началу кривой

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{U''_{m3\Phi oMII}}{U'_{m3\Phi oMII}} = \frac{1,245}{1,822} = 0,683,$$

тогда $\varphi = 34^\circ 20'$.

Уточненное значение мгновенной амплитуды $\Phi oMII$ при нулевой нагрузке на чувствительный элемент будет

$$u_{\Phi oMII \uparrow 0} = 14,03 \sin(\omega t - 5^\circ 42') + 2,21(\omega t + 34^\circ 20')$$

при $F=0^\circ$.

Аналогично проанализируем выходной сигнал при нагрузке на чувствительный элемент $\Phi oMII$, не равной нулю, например, при перемещении стрелки манометра прессы на 40° (рис. 2), что соответствует 8180 килограммам.

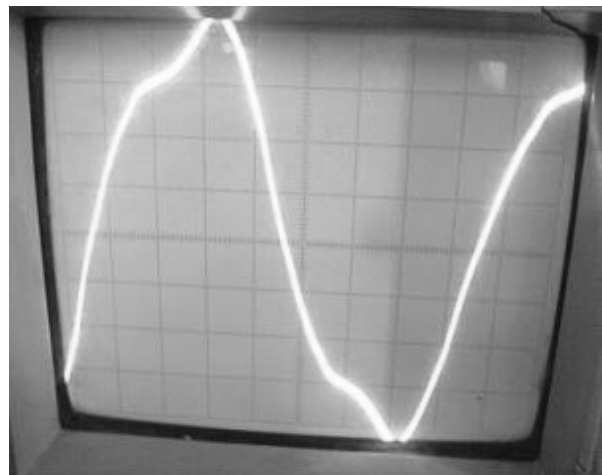


Рис. 2. Выходной сигнал «повышающей» обмотки $\Phi oMII$ при нагрузке 8180 кг

В этом случае получим следующие ординаты (табл. 2).

Не приводя промежуточных вычислений, запишем лишь результаты анализа. Амплитуда первой гармоники ряда

$$U_{m1\Phi oMII 40} = \sqrt{(U'_{m1\Phi oMII})^2 + (U''_{m1\Phi oMII})^2} = \sqrt{20,842^2 + (-2,04)^2} = 20,94 \text{ В.}$$

Таблица 2

Ординаты оциллограммы выходного сигнала «повышающей» обмотки $\Phi oMII$ при нагрузке 8180 кг

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$U_{m_p}(\omega t)$	6,75	11	13,75	15	15,7	18,15	20,4	23	18,7	13,7	8	0

Амплитуда третьей гармоники ряда:

$$U_{m3\Phi_{oMP}40} = \sqrt{(U'_{m3\Phi_{oMP}})^2 + (U''_{m3\Phi_{oMP}})^2} = \sqrt{1,81^2 + 2,33^2} = 2,95 \text{ В.}$$

Тангенс угла φ , на который начало первой гармоники смещено по отношению к выбранному началу отсчета осциллограммы выходного сигнала:

$$\text{tg}\varphi_{140} = \frac{U''_{m1\Phi_{oMP}}}{U'_{m1\Phi_{oMP}}} = \frac{-2,04}{20,842} = -0,098,$$

тогда $\varphi = -5^\circ 23'$.

Тангенс угла φ , на который начало третьей гармоники смещено по отношению к выбранному началу отсчета осциллограммы выходного сигнала

$$\text{tg}\varphi_{340} = \frac{U''_{m3\Phi_{oMP}}}{U'_{m3\Phi_{oMP}}} = \frac{2,33}{1,81} = 1,287,$$

тогда $\varphi = 52^\circ 11'$.

Уточненное значение мгновенной амплитуды Φ_{oMP} при нагрузке 8180 кг на чувствительный элемент будет

$$u_{\Phi_{oMP}\uparrow 40} = 20,94 \sin(\omega t - 5^\circ 23') + 2,95 \sin(\omega t + 52^\circ 11') \quad (1)$$

при $F=40^\circ$.

Проведенный анализ подтверждает факт наличия изменения (увеличение) разности начальных фаз между первой и третьей гармониками выходного сигнала Φ_{oMP} при увеличении воздействующей нагрузки на его чувствительный элемент и указывает на необходимость оценки его влияния на характеристику преобразования в процессе изменения

измеряемой величины. Указанный факт был зарегистрирован и исследован автором впервые.

Подобная картина наблюдается и при исследовании выходного сигнала по «понижающей» обмотке Φ_{oMP} . Так при нулевой нагрузке на выходе понижающей обмотки Φ_{oMP} был получен сигнал (рис. 3):

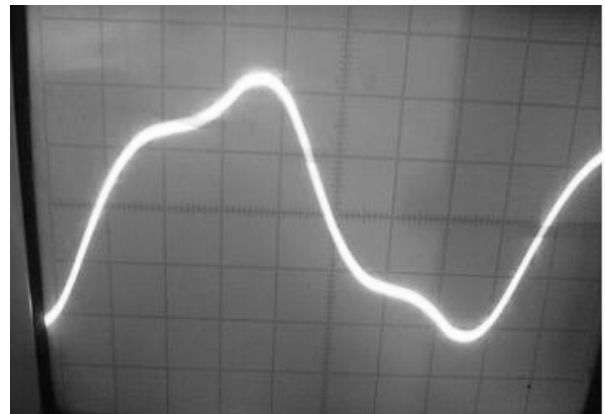


Рис. 3. Выходной сигнал «понижающей» обмотки Φ_{oMP} при нулевой нагрузке

При анализе сигнала по понижающей обмотке при нулевой нагрузке были получены следующие ординаты (табл. 3).

Амплитуда первой гармоники ряда

$$U_{m1\Phi_{oMP}0} = \sqrt{(U'_{m1\Phi_{oMP}})^2 + (U''_{m1\Phi_{oMP}})^2} = \sqrt{10,25^2 + (-1,635)^2} = 10,38 \text{ В.}$$

Амплитуда третьей гармоники ряда:

$$U_{m3\Phi_{oMP}0} = \sqrt{(U'_{m3\Phi_{oMP}})^2 + (U''_{m3\Phi_{oMP}})^2} = \sqrt{1,92^2 + 1,256^2} = 2,29 \text{ В.}$$

Таблица 3

Ординаты осциллограммы выходного сигнала «понижающей» обмотки Φ_{oMP} при отсутствии силовой нагрузки

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$U_{m_p}(\omega t)$	3,25	5,37	6,5	7	7,3	8,3	9,7	11	10,5	8,9	4,6	0

Тангенс угла φ , на который начало первой гармоники смещено по отношению к началу отсчета:

$$\operatorname{tg}\varphi_{10} = \frac{U''_{m1\varphi_{0МП}}}{U'_{m1\varphi_{0МП}}} = \frac{-1,635}{10,25} = -0,159,$$

тогда $\varphi_1 = -9^\circ$.

Тангенс угла φ , на который начало третьей гармоники смещено по отношению к началу отсчета

$$\operatorname{tg}\varphi_{30} = \frac{U''_{m3\varphi_{0МП}}}{U'_{m3\varphi_{0МП}}} = \frac{1,256}{1,92} = 0,654,$$

тогда $\varphi_3 = 33^\circ 11'$.

Уточненное значение мгновенной амплитуды сигнала «понижающей» обмотки ФоМП при нулевой нагрузке на чувствительный элемент при $F=0^\circ$

$$u_{\varphi_{0МП}\downarrow 0} = 10,38 \sin(\omega t - 9^\circ) + 2,29 \sin(\omega t + 33^\circ 11')$$

Ординаты осциллограммы выходного сигнала «понижающей» обмотки ФоМП при воздействии нагрузки 12380 кг

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$U_{m_p}(\omega t)$	0,8	1,3	1,35	1,3	1,2	1,35	1,4	1,6	1,73	1,45	0,95	0

Амплитуда первой гармоники ряда

$$U_{m1\varphi_{0МП0}} = \sqrt{(U'_{m1\varphi_{0МП}})^2 + (U''_{m1\varphi_{0МП}})^2} = \sqrt{1,73^2 + (-0,124)^2} = 1,73 \text{ В.}$$

Амплитуда третьей гармоники ряда:

$$U_{m3\varphi_{0МП0}} = \sqrt{(U'_{m3\varphi_{0МП}})^2 + (U''_{m3\varphi_{0МП}})^2} = \sqrt{0,496^2 + 0,1^2} = 0,506 \text{ В.}$$

Тангенс угла φ , на который начало первой гармоники смещено по отношению к началу отсчета:

$$\operatorname{tg}\varphi_{10} = \frac{U''_{m1\varphi_{0МП}}}{U'_{m1\varphi_{0МП}}} = \frac{-0,124}{1,73} = -0,0716,$$

тогда $\varphi_1 = -4^\circ 6'$.

Тангенс угла φ , на который начало третьей гармоники смещено по отношению к началу отсчета

При нагрузке 60° , что соответствует 12380 килограммам на выходе «понижающей» обмотки ФоМП, был получен сигнал (рис. 4).

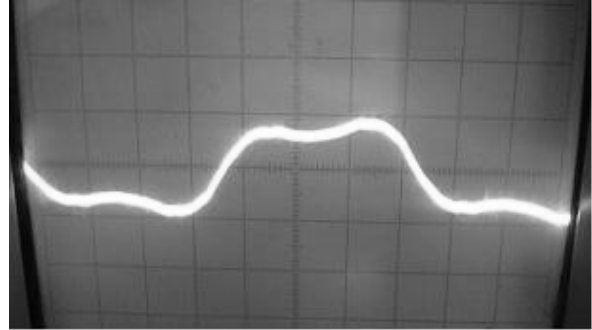


Рис. 4. Выходной сигнал «понижающей» обмотки ФоМП при нагрузке 12380 кг

При анализе сигнала по понижающей обмотке при указанной нагрузке были получены следующие ординаты (табл. 4).

Таблица 4

$$\operatorname{tg}\varphi_{30} = \frac{U''_{m3\varphi_{0МП}}}{U'_{m3\varphi_{0МП}}} = \frac{0,1}{0,496} = 0,202,$$

тогда $\varphi_3 = 11^\circ 27'$.

Уточненное значение мгновенной амплитуды сигнала «понижающей» обмотки ФоМП при нагрузке 12380 кг на чувствительный элемент будет

$$u_{\varphi_{0МП}\downarrow 60} = 1,73 \sin(\omega t - 4^\circ 6') + 0,506 \sin(\omega t + 11^\circ 27')$$

при $F=60^\circ$.

Таким образом, подтверждается факт изменения разности фаз между гармониками выходного сигнала при изменении силовой нагрузки на чувствительный элемент ФоМП.

После уточнения модели сигнала ФоМП внесем полученные изменения в параметры элементов мо-

дели замещения, созданной с помощью виртуальной электронной лаборатории EWB 5.12.

На рис. 5 показаны сигналы модели замещения (в окне представления графических результатов

программы EWB), имитирующей выходной сигнал повышающей обмотки преобразователя при отсутствии нагрузки (график 1) и при нагрузке 8180 кг (график 2).

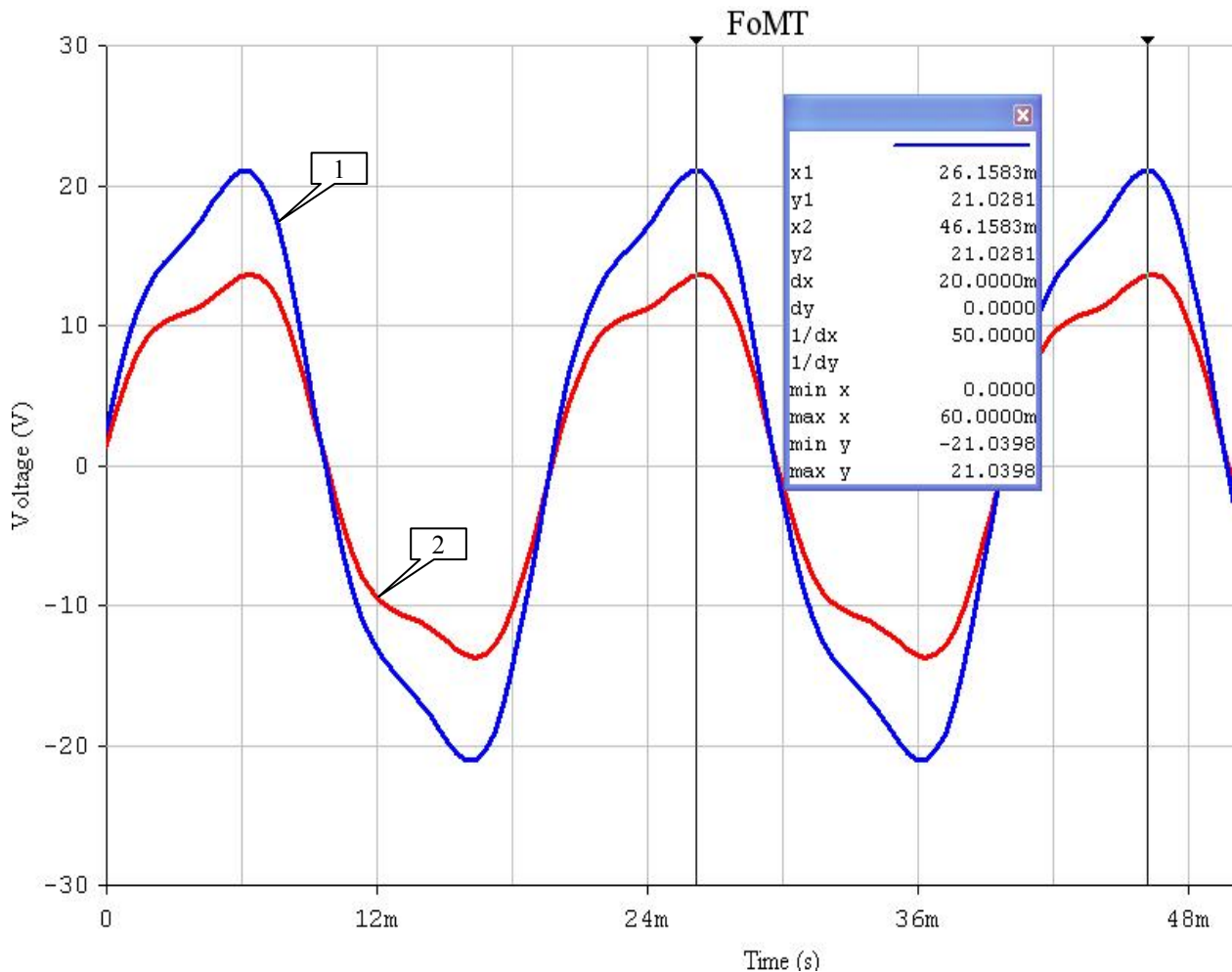


Рис. 5. Выходные сигналы модели замещения, имитирующей выходные сигналы повышающей обмотки преобразователя

На рис. 5 видно, что амплитудное значение сигнала модели замещения (синий график), имитирующей нагруженное состояние преобразователя составляет 21,028 В.

Расчет амплитудного значения реального сигнала

$$U_{m_{\Phi oMII}^{40}} = \sqrt{U_{m1}^2 + U_{m3}^2} = \sqrt{20,94^2 + 2,95^2} = 21,15,$$

подтверждает высокую точность полученной модели.

Аналогично уточним сигналы модели замещения, имитирующей выходной сигнал (рис. 6) пони-

жающей обмотки преобразователя при отсутствии нагрузки (график 2) и при нагрузке 12380 кг (график синего цвета). На рис. 6 видно, что амплитудное значение сигнала модели замещения (график 1), имитирующей ненагруженное состояние преобразователя составляет 10,506 В.

Расчете амплитудного значения реального сигнала, представленный следующим выражением

$$U_{m_{\Phi oMII}^0} = \sqrt{U_{m1}^2 + U_{m3}^2} = \sqrt{10,38^2 + 2,29^2} = 10,62 \text{ В},$$

также говорит о точности полученной модели сигнала.

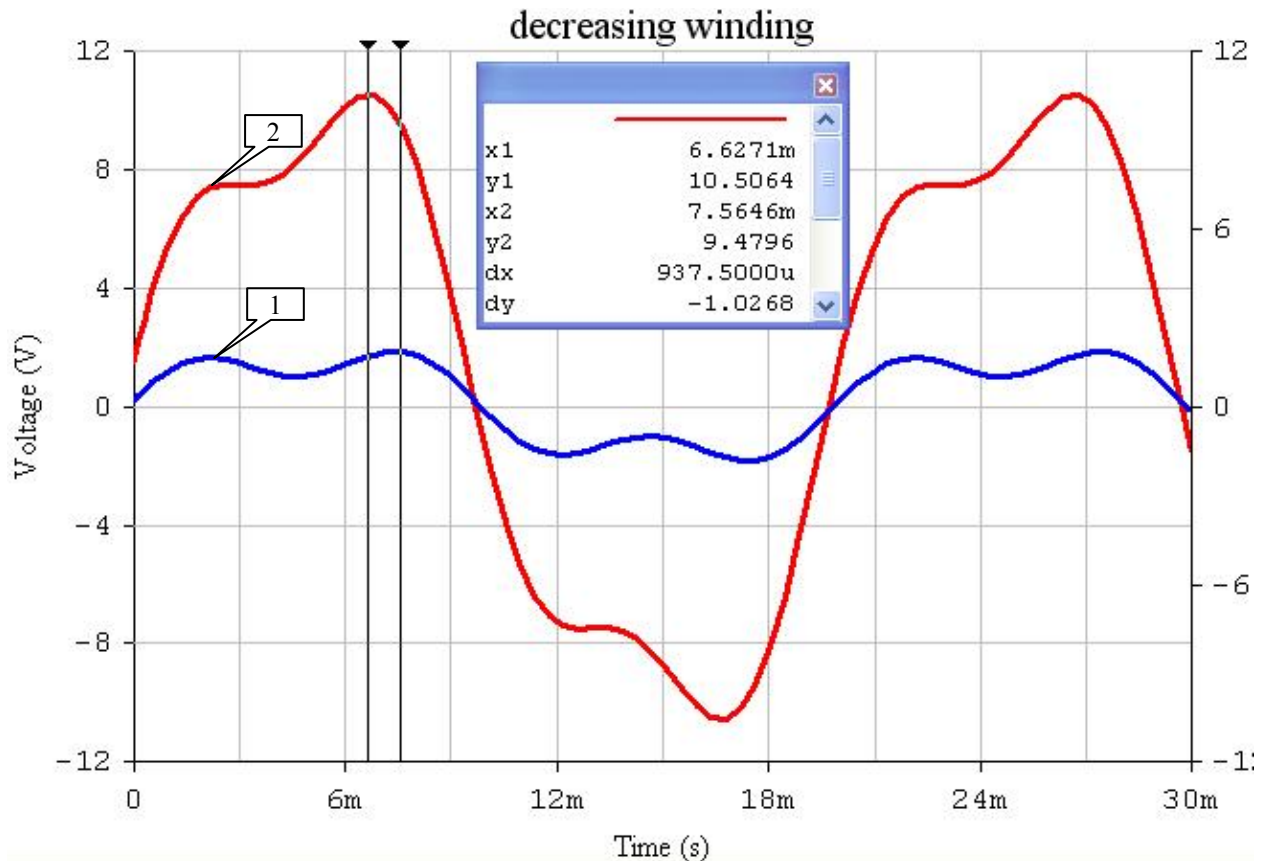


Рис. 6. Выходные сигналы модели замещения, имитирующей выходные сигналы понижающей обмотки преобразователя

Выводы

На основании проведенного анализа установлены факты непропорционального изменения гармоник, составляющих выходной сигнал, и динамики фазового сдвига между этими гармониками, а также количественная оценка изменения спектра выходного сигнала.

Предложена динамическая модель выходного сигнала с целью повышения точности его обработки, которая повысит качество проектирования измерительных устройств на основе ферромагнитных преобразователей.

Литература

1. Ларин В.Ю. Исследование и предварительное моделирование выходного сигнала ферромагнитного преобразователя // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – X. – 2007. – №6 (30). – С. 14-18.
2. Мансуров Н.Н., Попов В.С. Теоретическая электротехника. – М.: Госэнергоизд, 1958. – 608 с.

Поступила в редакцию 3.12.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.В. Конин, Национальный авиационный университет, Киев.