УДК 658.8

**Э.В. ЛЫСЕНКО, Н.Н. ГОРА, А.В. ПОПОВ**

***Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина***

# ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА

Предложена системная логистическая модель контроля качества, основанная на потоковом представлении производственного процесса. Для анализа динамических характеристик логистической цепи контроля производства используются методы массового обслуживания.

**система контроля качества логистической цепи производства, логистическая модель массового обслуживания, характеристики обслуживания для контроля качества производства**

## Введение

Для анализа и управления современным производством в настоящее время широко используется логистический подход, который позволяет рассматривать процесс изготовления продукции в виде непрерывной цепи «снабжение-производство-сбыт» [1 – 3]. Контроль качества продукции необходимо осуществлять как по отдельным элементам цепи, так и по всему материальному потоку производства [3 – 5]. Существующие методы контроля качества, которые построены на стандартах ISO, не в полной мере учитывают требования логистики и не увязывают контроль в единый системный процесс, который адекватно отражает потоковые процессы производства. Поэтому актуальна задача построения системы контроля качества, основанная на принципах логистики и потоковых процессах производства.

**Постановка задачи моделирования контроля качества.** Рассмотрим логистическую цепь производства в виде основных фаз – снабжение, производство, сбыт, в соответствии с которыми представим систему контроля качества (СКК) выпускаемой продукции, состоящую из трех основных подсистем контроля – входной контроль (ВК), операционный контроль (ОК), выходной контроль продукции (КП) (рис. 1).

Исходя из данной схемы, можно сформировать задачу рационального распределения средств контроля по отдельным фазам логистической цепи для обеспечения максимального эффекта от работы СКК при ограниченных ресурсах (персонал, оборудование, время, стоимость контроля и др.).


Рис. 1. Структурная схема логистического контроля качества ($\lambda_1, \lambda_{12}, \lambda_{23}, \lambda_3$ – интенсивности материальных потоков производимой продукции)

Для решения поставленной задачи необходимо определить и исследовать основные характеристики логистической цепи контроля производства, состоящей из отдельных элементов СКК. Так, например, при условии равенства интенсивности потоков $\lambda_1 = \lambda_{12} = \lambda_{23} = \lambda_3$ получаем сбалансированную систему, когда все элементы логистической цепи имеют одинаковую загрузку при одинаковой величине интенсивности $\mu_i (i = \overline{1,3})$ обслуживания системой контроля изготавливаемой продукции на пунктах контроля (ПК): ПК$_1$, ПК$_2$, ПК$_3$. В случае различных $\mu_i (\mu_i \neq \mu_j, i, j = \overline{1,3})$ требуется определить основные параметры ПК$_1$, ПК$_2$, ПК$_3$ для дальнейшего перераспределения ресурсов между отдельными ПК$_i$ с целью организации сбалансированной логистической системы контроля.

Используем для анализа логистических процессов контроля качества в производстве методы массового обслуживания и представим СКК в виде соответствующей системы массового обслуживания (СМО).

## Математическая модель контроля качества отдельных фаз логистической цепи производства

Анализируя процесс на рис. 1, можно отметить, что каждая отдельно взятая логистическая фаза производства характеризуется следующими особенностями:

1) входной поток поступающих элементов является бесконечным, элементы поступают последовательно, один за другим для прохождения контроля качества в ПК;

2) очередь перед ПК может быть произвольной величины из-за неравномерности интервалов между элементами входного потока и времени на их контроль в ПК;

3) законы распределения интервалов времени между элементами входного потока и времени их обработки (обслуживания) могут быть произвольными и конкретно определяться реальными условиями работы ПК на производстве.

Учитывая вышеизложенное, а также рекомендации в [4 – 6], можно использовать следующую модель массового обслуживания (рис. 2).

Данную модель можно уточнить с помощью классификационной схемы Кендала и представить в виде $M/G/1/\infty/\infty/FIFO$, в которой интервал времени между элементами входного поток имеет экспоненциальное распределение, а время обслуживания – произвольное распределение.

В данной системе имеется одно обслуживающие устройство, буфер имеет бесконечную емкость, дисциплина обработки использует правило «первым пришел, первым обслужился».

Для расчета основных характеристик ПК для данного случая можно использовать формулу Полячека-Хинчина [6]:

$$L_c = \lambda\left(\beta_1 + \frac{\lambda\beta_2}{2(1-\rho)}\right), \qquad (1)$$

где $L_c$ – среднее число элементов потока в ПК как системы массового обслуживания; $\lambda$ – интенсивность поступления элементов входного потока; $\lambda = \frac{1}{\tau_{инт}}$; $\tau_{инт}$ – среднее время интервала обслуживания между поступающими на вход ПК элементами потока; $\beta_1$ – первый начальный момент времени обслуживания; $\beta_2$ – второй начальный момент времени обслуживания; $\rho$ – загрузка пункта контроля качества (ПК); $\mu$ – интенсивность обработки поступающих элементов потока,

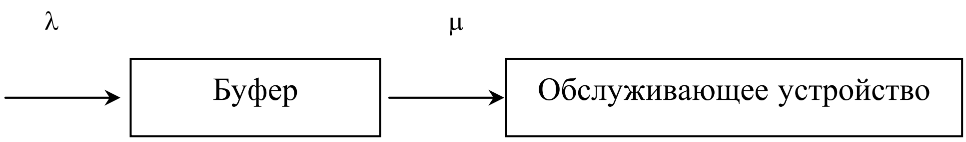


Рис. 2. Модель отдельной фазы контроля качества логистической цепи производства

$\mu = \dfrac{1}{\tau_{обс}}$ ( $\tau_{обс}$ – среднее время обслуживания одного элемента потока в ПК).

Из формулы Полячека-Хинчина можно определить: $L_{оч.} = \lambda \cdot \beta_1$ – среднее число элементов потока в очереди; $T_c = \dfrac{L_c}{\lambda}$ – среднее время нахождения элементов потока в ПК; $T_{оч.} = \dfrac{L_{оч.}}{\lambda}$ – среднее время нахождения элемента потока в очереди. Заметим, что $T_c = T_{оч.} + \beta_1$, $(\beta_1 = \tau_{обс})$.

Для нахождения величин $\beta_1$ и $\beta_2$, которые зависят от закона распределения времени обработки элементов потока (времени контроля), в теории массового обслуживания рекомендуется использовать два способа – интегральный и дифференциальный при известной конкретной плотности распределения времени обслуживания $G$ [6].

Первый способ требует определения значения интеграла с плотностью распределения $f(t)$ времени контроля: $\beta_1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} t^2 f(t) dt$. Если $G=M$, где $M$ – условное обозначение экспоненциального распределения, то $\beta_1 = \int\limits_0^{\infty} t\mu e^{-\mu t} dt = \dfrac{1}{\mu}$, где $f(t) = b(t) = \mu e^{-\mu t}$, $B(t) = 1 - e^{-\mu t}$ функция распределения времени контроля, $\dfrac{dB(t)}{dt} = b(t)$, $B(t) = \int\limits_0^t b(t) dt$.

Второй начальный момент:

$$\beta_2 = \int\limits_0^{\infty} t^2 \mu e^{-\mu t} = 2\frac{1}{\mu^2} = 2\beta_1^2 .$$

Из формулы Полячека-Хинчина [6]:

$$L_c = \lambda \left( \frac{1}{\mu} + \frac{\lambda^2 \dfrac{1}{\mu^2}}{2\left(1 - \dfrac{\lambda}{\mu}\right)} \right) = \frac{\rho}{1-\rho};$$

$$T_c = \frac{L_c}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1-\rho)};\ L_{оч} = \frac{\rho^2}{1-\rho};\ T_{оч} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} .$$

Дифференциальный метод основан на использовании интеграла Лапласа для преобразований [6]:

$$L(s) = \int\limits_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt .$$

Для случая $f(t) = \mu e^{-\mu t}$ получим:

$$L(s) = \frac{\mu}{\mu + s} .$$

Зная преобразования Лапласа для плотности $f(t)$, можно определить начальные моменты по формуле:

$$\beta_n = (-1)^n \frac{d^n L(s)}{ds^n}\Big|_{s=0} .$$

Для случая $G=M$ получим:

$$\beta_1 = (-1)\ \frac{dL(s)}{ds}\Big|_{s=0} = \frac{1}{\mu} ,$$

$$\beta_2 = (-1)^2 \frac{d^2 L(s)}{ds^2}\Big|_{s=0} = 2\frac{1}{\mu^2} .$$

Подобным образом можно находить величины $\beta_1$ и $\beta_2$ для других распределений. Например, для $G = E_r$ (распределение Эрланга $r$-го порядка), $G = H_K$ (гиперэкспоненциальное распределение $k$-го порядка).

Случай $G = H_k$. Получим:

$$L(s) = \sum_{i=1}^{k} a_i \frac{\mu_i}{\mu_i + s}; \quad \sum_{i=1}^{k} a_i = 1 ;$$

$$\beta_1 = \sum_{i=1}^{k} \frac{a_i}{\mu_i};\ \beta_2 = \sum_{i=1}^{k} 2\frac{a_i}{\mu_i^2} .$$

Случай $G = E_r$. Получим:

$$L(s) = \left( \frac{\mu}{\mu + s} \right)^r,\ \beta_1 = \frac{r}{\mu},\ \beta_2 = \frac{r(r+1)}{\mu^2} .$$

В реальных ситуациях законы распределения величин $\tau_{инт}$ и $\tau_{обсл}$ могут иметь самый разнообразный вид. В связи с этим в [6] приведены формулы для общего случая СМО $G|G|1|\infty|\infty|FIFO$. Воспользуемся ими для анализа среднего времени ожидания в очереди:

$$T_{очер} \le \frac{(\sigma_a^2 + \sigma_b{}^2)}{2(1-\rho)\tau_{инт}}, \qquad (2)$$

где $\sigma_a$ и $\sigma_b$ – средние квадратические отклонения соответственно для $\tau_{инт}$ и $\tau_{обс}$.

Для нижней границы $T^o_{оч}$ (при *G*=*M*):

$C_b = \frac{\sigma_b}{\rho_1} = \frac{\sqrt{d_2}}{\beta_1} = 1$ (коэффициент вариации),

$$T^o_{оч} \ge \frac{\rho^2 C_b^2 + \rho(\rho-2)}{2(1-\rho)\lambda} = \frac{\rho^2 + \rho(\rho-2)}{2(1-\rho)\lambda} =$$

$$= \frac{\rho^2 + \rho^2 - 2\rho}{2\lambda(1-\rho)} = \frac{2\rho^2 - 2\rho}{2\lambda(1-\rho)} = \frac{\rho^2 - \rho}{\lambda(1-\rho)} =$$

$$= \frac{-\rho(1-\rho)}{\lambda(1-\rho)} = -\frac{\rho}{\lambda}. \qquad (3)$$

Заметим, что формула (3) для $T_{оч}$ в виде значения нижней границы будет справедлива только тогда, когда $C_b > 1$ существенно (например, для гиперэкспоненциальных потоков).

Для случая модели СКК в виде СМО типа $M|M|1|\infty|\infty|FIFO$ получим:

$\sigma_a^2 = d_2 = \int\limits_0^\infty (t - a_1^2) b(t) dt$ – второй центральный момент времени $\tau_{инт}$.

$\lambda = \frac{1}{\tau_{инт}}$, $d_2 = \frac{1}{\lambda^2} = \alpha_2 - \alpha_1^2$, где $\alpha_1$ и $\alpha_2$ – первый и второй начальные моменты интервалов между запросами.

Аналогично:

$$\sigma_a{}^2 = d_2 = \int\limits_0^\infty (t-\beta_1)^2 b(t) dt = \beta_2 - \beta_1^2 = \frac{1}{\mu^2}.$$

Подставим выражение $(\sigma_a{}^2 + \sigma_b{}^2)$ в выражение $T_{оч}$ (2) и получим:

$$T^o_{оч} \cong \frac{\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\mu^2}}{2(1-\rho)\tau_{инт}} = \frac{\frac{\lambda^2+\mu^2}{\lambda^2\mu^2}}{2(1-\rho)\frac{1}{\lambda}}. \qquad (4)$$

Сравним с величиной $T_{оч}$ по формуле Полячека-Хинчина [6]:

$$T_{оч} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{\lambda}{\mu^2(1-\rho)};$$

$$T^o_{оч} = \frac{1\cdot\lambda}{\mu^2 2(1-\rho)} + \frac{1\cdot\lambda}{\lambda^2 2(1-\rho)} = \frac{1}{2}T_{оч.} + \Delta.$$

При $\lambda = \mu$ получим равенство $T_{оч.} = T^o_{оч.}$

На основе полученных расчетных формул системы массового обслуживания предлагается следующий метод рационального распределения имеющихся ресурсов по пунктам контроля в системе контроля качества:

1. Определить величины $\lambda_1, \lambda_{12}, \lambda_{23}$ на основе системного анализа производственного процесса, представленного в виде логистической цепи, в которой осуществляется контроль качества с помощью ПК$_1$, ПК$_2$, ПК$_3$ (рис. 1).

2. Так как потоки с интенсивностями $\lambda_1, \lambda_{12}, \lambda_{23}$ могут состоять из различных элементов (комплектующие, сборочные единицы, готовые изделия), то очевидно, что значения $\lambda_1, \lambda_{12}, \lambda_{23}$ могут существенно различаться. Кроме того, из-за сложности контроля качества в ПК могут присутствовать несколько исполнителей – операторов (контролеров) или автоматов контроля (полуавтоматов), что можно учесть в модели расчета путем введения так называемого одноканального эквивалента (рис. 3).

3. Полученную систему из трех отдельных одноканальных СМО с входными потоками $\lambda_1, \lambda_{12}, \lambda_{23}$ необходимо проанализировать с помощью модели типа *M*|*G*|*1* или *G*|*G*|*1* по формулам (1) и (2, 4) соответственно.

4. Если в процессе работы системы контроля качества получены бракованные элементы после контроля в ПК$_1$, ПК$_2$, ПК$_3$, то это можно учесть путем уменьшения интенсивностей потоков:

$$\lambda_{12} = \lambda_1 - \lambda_1', \lambda_{23} = \lambda_{12} - \lambda_2';$$

$$\lambda_3 = \lambda_{23} - \lambda_3',$$

где $\lambda_1'$, $\lambda_2'$, $\lambda_3'$ – интенсивности брака (потерь).

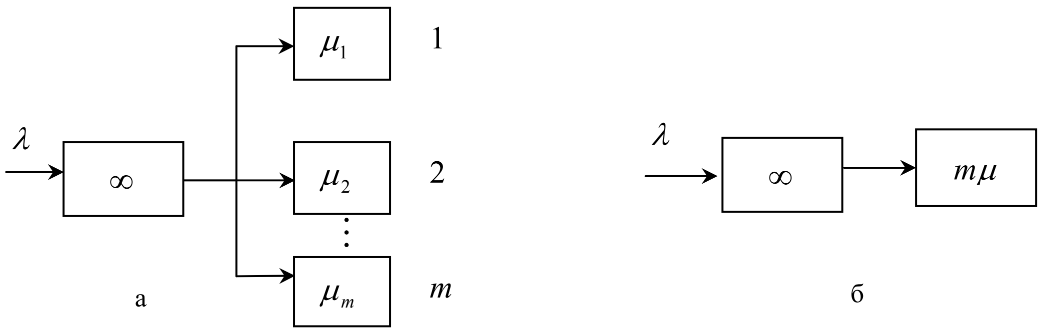


Рис. 3. Система обслуживания: а – многоканальная, б – одноканальная

5. Считая, что ПК$_i$ имеют примерно одну и ту же квалификацию операторов, производительность и стоимость, можно имеющиеся ресурсы СКК распре делить так, чтобы процесс контроля качества не задерживал основной технологический процесс изготовления и выпуска продукции.

Полученные расчетные формулы могут быть использованы для моделирования контроля материальных потоков в СКК, определения загрузки каждого ПК, что позволит сформировать сбалансированную логистическую цепь процесса контроля качества производства путем рационального распределения ресурсов между ПК в СКК.

## Заключение

В работе предложена системная логистическая модель контроля качества, позволяющая обосновать рациональное распределение средств контроля в СКК в соответствии с характеристиками материальных потоков в производстве.

Для анализа динамики СКК сформулирована задача расчета основных характеристик с применением аппарата теории массового обслуживания.

Приведены основные формульные зависимости для исследования логистической цепи контроля производства.

## Литература


1. Логистика: управление в грузовых транспортно-логистических системах / Под ред. Л.Б. Миротина. – М.: Юристъ, 2002. – 414 с.

2. Логистика / Под ред. Б.А. Аникина: 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 368 с.

3. Технический контроль в машиностроении: справочник проектировщика / Под общ. ред. В.Н. Чупрынина, А.Д. Никифорова. – М.: Машиностроение, 1987. – 512 с.

4. Якубовская Н.Н., Викторов В.К., Лисицин Н.В. Задача оперативного управления транспортной производственной системой // Проблемы управления. – 2006. – № 1. – С. 44-47.

5. Билик Р.В., Вертлиб В.А., Гуденко А.А. Методология автоматизированных систем массового обслуживания – база современной сетевой экономики // Проблемы управления. – 2006. – № 2. – С. 8-13.

6. Клейнрок Л. Вычислительные системы с очередями: Пер. с англ. / Под ред. Б.С. Цибакова. – М.: Мир, 1979. – 600 с.


*Поступила в редакцию 8.02.2007*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.