

УДК 517.977

А.Б. СОРОКИН, И.И. ТЫЧИНА

*Полтавский военный институт связи, Украина*

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА ОРБИТАЛЬНОЙ ГРУППИРОВКИ

Рассмотрена задача оптимального перераспределения ресурса орбитальной группировки системы спутниковой связи между земными станциями. Задача оптимизации решается как задача целочисленного линейного программирования в булевых переменных. Массив переменных в решении задачи формирует оптимальный план распределения ресурса.

**орбитальная группировка, земная станция, ресурс ретранслятора, план распределения ресурса**

### Введение

**Постановка проблемы.** Система спутниковой связи (ССС) представляет собой систему со сложным многомерным ресурсом, который может быть распределен между её элементами оптимальным образом только при исходном её построении. По мере появления явного дефицита ресурса, обусловленного наличием внешних и внутренних негативных воздействий на СССР, часть направлений связи становится неработоспособными, что снижает общую гарантоспособность (надежность в широком смысле) СССР.

В настоящее время распределение ресурса СССР осуществляется вручную на основе логико-эвристических представлениях о его состоянии и приоритетах отдельных пользователей (информационных направлений). Увеличение размерности и объема ресурса современных СССР делает такую работу громоздкой, не обеспечивает оценки оптимальности принятого плана и не позволяет автоматизировать управление СССР. В связи с этим разработка способа оптимального распределения ресурса СССР, основанного на математическом решении оптимизационной задачи, является актуальной.

Проблема распределения ресурса сложных систем многоканальной радиосвязи рассматривалась в работах [1 – 3]. Предложенный в [4] алгоритм рас-

пределения ресурса является обобщенным. Исходные положения для предлагаемого решения взяты в работе [4] и конкретизированы применительно к условиям функционирования СССР.

**Цель данной статьи** – на основе сформированного критерия оптимальности и выбранного способа представления ресурса СССР построить систему математических выражений, позволяющих решить задачу оптимального распределения ресурса СССР как задачу целочисленного линейного программирования в булевых переменных.

**Формулировка задачи.** Для системы спутниковой связи требуется распределить ресурс орбитальной группировки (ОГ) между земными станциями (ЗС) оптимальным образом.

Введем понятие ресурса ОГ. Под ресурсом ОГ будем понимать всю совокупность потенциальных возможностей ОГ по обработке и ретрансляции сигналов ЗС. В соответствии с различной материальной основой таких возможностей в качестве конкретных элементов ресурса могут выступать:

- выходная мощность передатчика ретранслятора;
- ширина полосы частот стволов ретранслятора;
- количество линеек системы обработки сигнала на борту ретранслятора (ОСБ);
- способ обработки сигнала ретранслятором;

- скорость группового потока на выходе ретранслятора;
- пропускная способность (исполненная нагрузка) системы предоставления ресурса по требованию (ПРТ), например, радио-АТС (РАТС);
- дисциплина предоставления ресурса по требованию.

С точки зрения физической природы ресурс может быть различный – энергетический, частотный, аппаратный, временной, пространственный, поляризационный и т.п. В общем случае физическая природа ресурса несущественна. Для построения задачи целочисленного линейного программирования (ЦЛП) он должен быть ограничен и аддитивен в смысле потребления, то есть ресурс  $R_n$ , занимаемый  $K$  потребителями, должен быть равен сумме ресурсов  $r_i$ , занимаемых каждым из  $K$  потребителей:

$$R_n = \sum_{i=1}^K r_i. \quad (1)$$

С точки зрения занятия ресурса потребителем можно выделить две группы ресурсов: связанные и несвязанные.

Несвязанными будем считать такие виды ресурсов, занятие одного из которых не приводит к занятию других. Несвязанные ресурсы могут заниматься несколькими ЗС независимо друг от друга. Одна ЗС занимает только одну группу несвязанных ресурсов.

Связанными будем считать такие типы ресурсов, занятие ЗС одного из которых автоматически приводит к занятию всех остальных (связанных с ним).

Примером несвязанных ресурсов могут служить полоса частот ствола с прямой ретрансляцией и число линеек ОСБ. ЗС работает либо в режиме прямой ретрансляции, либо в режиме ОСБ, в силу чего не может занимать одновременно оба вида ресурса. Примером связанных ресурсов могут служить полоса частот и выходная мощность передатчика ствола с прямой ретрансляцией. Каждая из ЗС, работающая в режиме прямой ретрансляции, занимает и соответствующую полосу частот ствола, и соответствующую

ую мощность выходного каскада передатчика.

Связность ресурсов может носить достаточно сложный характер, что необходимо учитывать при формализации задачи и построении системы ограничений. В качестве примера можно привести два частотных ствола ретранслятора, использующих один передатчик. Отношение между ресурсами в этом случае иллюстрируется рис. 1, где обозначено:

$R_1$  – ширина полосы частот одного ствола ретранслятора;

$R_2$  – ширина полосы частот другого ствола ретранслятора;

$R_3$  – выходная мощность передатчика.

Из определения связанных ресурсов следует, что как  $R_1$  и  $R_3$ , так и  $R_2$  и  $R_3$  образуют группы связанных ресурсов, но  $R_1$  и  $R_2$  не связаны между собой.

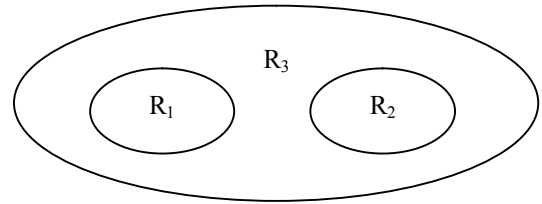


Рис. 1. Представление несвязанных и связанных ресурсов

Земную группировку, в интересах которой распределяется ресурс ОГ, целесообразно представить массивом из  $n$  ЗС, которые могут работать, используя одну из  $m$  групп связанных ресурсов. Распределение ресурса ОГ между земными станциями при этом описывается массивом  $\{X_{ij}\}$ :

$$\{X_{ij}\}, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где  $i, j$  – индексы массива;  $m$  – число групп связанных ресурсов ОГ;  $n$  – число ЗС.

Элементы массива  $\{X_{ij}\}$  являются булевыми переменными, отражающими факт занятия ресурса ОГ следующим образом:

$X_{ij} = 0$  означает, что  $i$ -я ЗС не занимает  $j$ -й ресурс ОГ;

$X_{ij} = 1$  означает, что  $i$ -я ЗС занимает  $j$ -й ресурс ОГ.

Тот факт, что ЗС занимает не весь ресурс, а только его часть, учитывается путем введения коэффи-

циента  $a_i$ , определяющего долю используемого ресурса от общего ресурса ОГ  $i$ -й станции.

В общем случае число  $n$  может превышать количество физически существующих ЗС в земной группировке, так как возможность ЗС работать в  $k$  различных режимах требует рассматривать ее как  $k$  однорежимных ЗС.

Таким образом, массив  $\{X_{ij}\}$  представляет собой план распределения ресурса ОГ между ЗС. При решении задачи оптимизации массив  $\{X_{ij}\}$  формирует оптимальный план распределения ресурса ОГ.

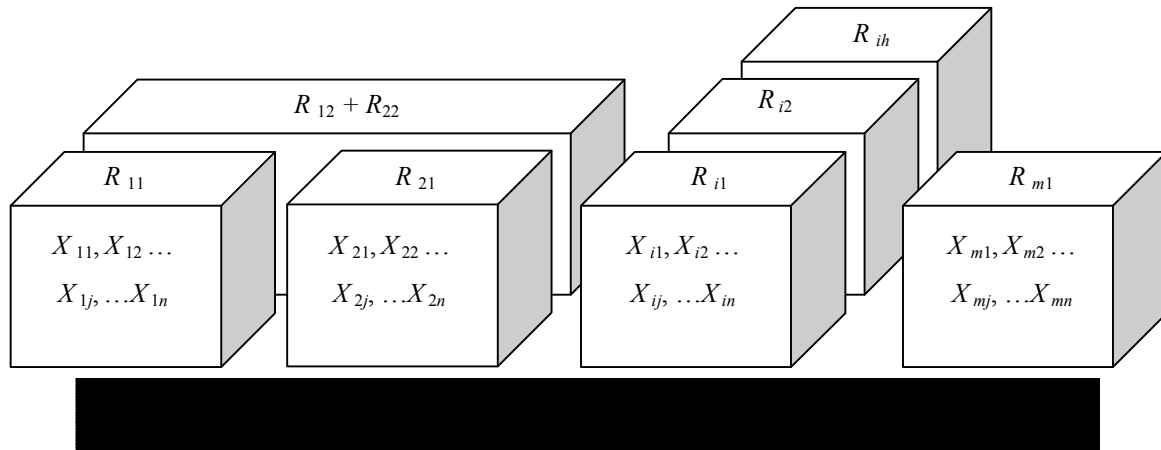
Соответствующее описанному выше представление о занятии земными станциями элементов ресур-

са ОГ проиллюстрировано на рис. 2. На нем орбитальная группировка представлена совокупностью  $\{R_{ig}\}$  элементов ее ресурса, которые для удобства рассмотрения определены как двумерный массив путем объединения связанных элементов ресурса в группы

$$\{R_{ig}\}, \quad i = \overline{1, m}; \quad g = \overline{1, h}, \quad (3)$$

где  $i$  – номер группы связанных элементов ресурса ОГ;  $g$  – номер элемента ресурса ОГ в группе;  $m$  – число групп связанных элементов ресурса ОГ;  $h$  – число связанных элементов ресурса ОГ в группе.

Земные станции представлены массивом  $\{X_{ij}\}$ .



## Решение задачи

**Выбор показателя качества функционирования системы спутниковой связи.** Оценка качества функционирования систем должна проводиться на основе надсистемных требований, т.е. требований со стороны пользователя системы.

Поскольку ССС является материальной основой процесса информационного обмена, в основу формирования ПКФ необходимо положить требования к связи, как к процессу. Это требования по своевременности, достоверности и безопасности (СДБ) передачи сообщений.

Необходимость совместного выполнения требований по СДБ обуславливает векторный ПКФ и, как следствие, необходимость многокритериальной оптимизации. Задачи многокритериальной оптимизации

в настоящее время достаточно хорошо изучены [2, 3] и решаются одним из двух путей.

Первый путь предполагает определение множества эффективных решений (множества Парето). Большая размерность задачи (50 – 100 переменных), хотя и требует больших временных и аппаратных затрат, в настоящее время уже не может считаться препятствием к его применению. Однако отсутствие однозначного решения в условиях явного дефицита ресурса требует поиска внутри самого множества Парето, что делает этот путь неприемлемым.

Второй путь предполагает сведение многокритериальной задачи к однокритериальной путем линейной или нелинейной свертки компонентов ПКФ либо выделение одной из компонентов ПКФ в качестве основной и вывод остальных в ограничения. Для того чтобы принять один из вариантов второго пути,

рассмотрим влияние компонентов ПКФ на план распределения ресурса ССС.

**Влияние компонентов ПКФ на план распределения ресурса ССС.** Несмотря на существование количественных показателей безопасности связи, исходное построение ССС делает их нечувствительными к плану распределения ресурса ССС. Это позволяет исключить требования по безопасности из состава ПЭФ ССС.

Достоверность передачи сообщений при использовании цифровых каналов связи, что присуще ССС, определяется вероятностью ошибки  $P_{Oш}$  на выходе цифрового канала.

Требования к вероятности ошибки  $P_{Oш mp}$  зависят от исправляющей способности оконечной аппаратуры и для различных видов оконечной аппаратуры определено.

Для обеспечения заданного качества передачи сообщений достаточно иметь цифровой канал с вероятностью ошибки, не превышающей требуемую. Это обстоятельство позволяет не максимизировать достоверность, а вывести требования по достоверности в ограничения вида

$$P_{Oш} \leq P_{Oш mp}. \quad (4)$$

Реализация такого ограничения осуществляется путем выбора соответствующих мощностей передатчиков, видов манипуляции, информационных скоростей цифровых потоков, способов обработки сигналов и т. п.

Своевременность доставки сообщений оценивается вероятностью того, что время доставки сообщения  $t_{dc}$  не превысит требуемого  $t_{dc mp}$ :

$$P_{dc} = P(t_{dc} \leq t_{dc mp}). \quad (5)$$

Время доставки сообщения  $t_{dc}$  напрямую связано с объемом выделяемого для этой цели ресурса. Исходное построение ССС предполагает такое выделение и распределение ресурса, которое обеспечивает заданные требования к вероятности своевременной доставки сообщений  $P_c$  с требуемой достоверностью на всех направлениях связи.

Анализ влияния компонентов ПКФ на план распределения ресурса ССС позволяет сделать вывод о целесообразности перехода от многокритериальной задачи к однокритериальной путем выделения главного критерия и вывода остальных в ограничения.

В качестве главного критерия принимается достижение наилучшего показателя своевременной доставки сообщений на сети спутниковой связи при условии выполнения требований по достоверности передачи сообщений. Критерий оптимальности будет иметь вид:

$$\begin{cases} K_{opt}(\bar{x}) = \max_{\bar{x} \in X} P_{dc}(t_{dc} \leq t_{dc mp}); \\ P_{oui} \leq P_{oui mp}, \end{cases}, \quad (6)$$

где  $\bar{x}$  и  $X$  – соответственно вектор оптимизируемых параметров и множество возможных его значений;

$t_{dc}$  и  $t_{dc mp}$  – значение времени доставки сообщений на сети спутниковой связи и требования к нему;

$P_{oui}$  и  $P_{oui mp}$  – значение вероятности ошибки на выходе цифрового канала спутниковой связи и требования к нему.

Выбор ПКФ и критерия оптимальности позволяет сформировать оптимизационную задачу как задачу линейного программирования.

**Формирование системы ограничений.** В задачах линейного программирования система ограничений представляется совокупностью отношений линейных форм типа

$$\sum_{i=1}^n a_i x_{ij} * b_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (7)$$

где знак \* определяет отношение равенства либо больше (меньше).

Используя предложенное выше представление о распределении ресурса ОГ между ЗС, сформируем систему ограничений данной задачи.

Основными ограничениями являются ограничения на ресурс  $R_{ig}$ , имеющие вид

$$\sum_{j=1}^n a_{ig} X_{ij} \leq R_{ig}, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}; \quad g = \overline{1, h}, \quad (8)$$

где  $a_{ig}$  – объем  $i, g$ -го ресурса  $R_{ig}$ , занимаемый  $j$ -й ЗС.

Такие отношения справедливы для частотного и энергетического ресурса.

При работе ЗС через ствол РТР с обработкой на борту в качестве ресурса выступает число исправных линеек ОСБ  $N_i$ . Соответствующее ограничение имеет вид

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq N_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (9)$$

При работе ЗС через ствол РТР с РАТС в качестве ресурса выступает исполненная РАТС нагрузка. Сумма нагрузок всех абонентов РАТС не должна превышать значения  $\Lambda_i$ , что выражается ограничением вида:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j X_{ij} \leq \Lambda_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (10)$$

Каждая ЗС может использовать только одну из групп несвязанных ресурсов, т.е. переменная  $X_{ij}$  может принимать значения  $X_{ij} = 1$  только в одной из групп ресурсов  $R_i$ . Соответствующее ограничение имеет вид

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}. \quad (11)$$

ЗС, которые имеют несколько режимов и в данном варианте построения могут использовать  $k = (k_2 - k_1)$  из них, рассматриваются с совокупностью из  $k$  станций. Вводимые при этом ограничения вида

$$\sum_{j=k_1}^{k_2} X_{ij} \leq 1, \quad i = \overline{1, m} \quad (12)$$

позволяют представить данную ЗС только в одном из режимов.

Ввиду дефицита ресурса при решении задачи оптимизации плана распределения ресурса отдельные переменные  $X_{ij}$  могут принимать нулевые значения. Результат вида

$$X_{ij} = 0, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = const \quad (13)$$

означает, что для  $j$ -й ЗС ресурс не выделяется. Если такая ситуация недопустима, то вводимые искусственно ограничения вида

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} > 0, \quad j = const \quad (14)$$

гарантируют выделение ресурса  $j$ -й ЗС.

Итоговая система ограничений рассматриваемой задачи включает в себя соотношения (9) – (12), (14), при этом отдельные виды ограничений могут записываться только для конкретных видов ресурсов.

**Формирование целевой функции.** Целевая функция в общем случае имеет вид:

$$\Phi(\vec{x}) = P_{\partial c} \Rightarrow \max. \quad (15)$$

Рассмотрим возможность ее вычисления:

В [4] показано, что время доставки сообщений на сети связи является случайной величиной, распределение плотности вероятности которой аппроксимируется экспоненциальным распределением:

$$W(t) = \gamma e^{-\gamma t}, \quad (16)$$

где  $\gamma$  – параметр распределения, связанный с числовыми характеристиками отношениями:

$$M[t] = \gamma^{-1}; \quad D[t] = \gamma^{-2}. \quad (17)$$

В соответствии с (16), вероятность своевременной доставки сообщений принимает вид:

$$P_{\partial c} = \int_0^{t_{\partial c mp}} W(t) dt = 1 - \exp(-\gamma t_{\partial c}). \quad (18)$$

Из соотношения (18) следует, что максимизация вероятности своевременной доставки сообщений эквивалентна минимизации математического ожидания времени доставки сообщения.

Тогда в соответствии с (15) целевая функция принимает вид:

$$\Phi(\vec{x}) = M[t_{\partial c}] \Rightarrow \min. \quad (19)$$

В [3] показано, что матожидание времени доставки сообщения может быть представлено в виде:

$$M[t_{\partial c}] = \frac{1}{\Lambda} \sum \lambda_i M[t_{\partial c i}], \quad (20)$$

где  $\Lambda$  и  $\lambda_i$  – соответственно суммарная нагрузка на сети связи и нагрузка на  $i$ -м направлении в Эрлангах;  $M[t_{\partial c i}]$  – среднее время доставки сообщений на  $i$ -м направлении, определяемое как

$$M[t_{\text{дс } i}] = M[t_{\text{ож } i}] + M[t_{\text{пер } i}], \quad (21)$$

где  $M[t_{\text{ож } i}]$  и  $M[t_{\text{пер } i}]$  – соответственно время ожидания, обусловленное наличием режима ПРТ, и время передачи по техническим средствам связи на  $i$ -м направлении.

Одной из особенностей спутниковой связи является организация нескольких направлений связи в одном групповом потоке ЗС. При этом время доставки сообщений с точки зрения выражения (21) будет для них одинаково, и выражение (20) примет вид

$$M[t_{\text{дс}}] = \frac{1}{\Lambda} \sum_{j=1}^J \left( \sum_{i=1}^{I_j} \lambda_i \right) M[t_{\text{дс } j}], \quad (22)$$

где  $J$  – число групповых потоков на сети связи, а  $I_j$  – число направлений связи в групповом потоке.

Значение  $M[t_{\text{ож } i}]$  и  $M[t_{\text{пер } i}]$  могут быть определены как  $t_{\text{ож } i}$  и  $t_{\text{пер } i}$  на основе анализа ТТХ аппаратуры и нормативных документов. Целевая функция в смысле (19) принимает вид:

$$\Phi(\bar{x}) = \frac{1}{\Lambda} \sum_{j=1}^J \left( \sum_{i=1}^{I_j} \lambda_i \right) (t_{\text{ож } j} + t_{\text{пер } j}) X_j \Rightarrow \min, \quad (23)$$

где  $X_j = 0, 1$  определяет отсутствие либо наличие ЗС, формирующей на передачу  $j$ -й групповой поток.

В форме (23) целевая функция имеет вырожденное решение  $X_j = 0$ , обусловленное стремлением к ее минимизации.

Для приведения к стандартной постановке задачи линейного программирования – максимизации целевой функции – вместо среднего времени доставки сообщений  $M[t_{\text{дс}}]$  следует оперировать ее обратной величиной, имеющей смысл средней интенсивности обслуживания сообщений данной ЗС. При этом целевая функция принимает вид:

$$\Phi(\bar{x}) = \frac{1}{\Lambda} \sum_{j=1}^J \left( \sum_{i=1}^{I_j} \lambda_i \right) (t_{\text{ож } j} + t_{\text{пер } j})^{-1} X_j \Rightarrow \max. \quad (24)$$

## Выводы

Предложенный вариант решения оптимизационной задачи как задачи линейного программирования при его практической реализации обеспечит высокую скорость и сходимость алгоритма решения. При этом булев характер переменных обеспечит однозначность результата распределения ресурса.

Предложенный вариант целевой функции может быть использован не только при формировании оптимального плана распределения ресурса ОГ, но и для оценки эффективности существующего плана. При этом общность цели оптимизации и оценки эффективности обуславливает единую основу формирования обоих критериев. Это позволит автоматизировать процесс распределения ресурса ССС, проводя его в три этапа:

1. Сбор данных о состоянии ресурса системы спутниковой связи.
2. Расчет оптимального плана распределения ресурса ССС и оценка необходимости и целесообразности коррекции существующего.
3. Рассылка команд на изменение плана распределения ресурса системы спутниковой связи.

## Литература

1. Вейцель А.В. Радиосистемы управления. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
2. Абчук В.А. Экономико-математические методы: Элементарная математика и логика. Методы исследования операций. – М.: Союз, 1999. – 228 с.
3. Таха Хемди А. Введение в исследование операций. Пер. с английского. – М.: Мир, 1985. – 578 с.
4. Терентьев В.М. Управления сетями спутниковой связи. – Л.: ВАС, 1987. – 130 с.

Поступила в редакцию 9.02.2006

**Рецензент:** канд. техн. наук, доцент В.А. Талалаев, Полтавский военный институт святы, Полтава.