

УДК 681.124

С.А. КОШМАН<sup>1</sup>, С.Н. ДЕРЕНЬКО<sup>1</sup>, В.А. КРАСНОБАЕВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

<sup>2</sup> *Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко, Украина*

## ТАБЛИЧНЫЙ МЕТОД ОБРАБОТКИ ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ В КЛАССЕ ВЫЧЕТОВ

В данной статье рассмотрены особенности табличного метода реализации арифметических операций в системе остаточных классов. Представлены универсальные алгоритмы информационного сжатия таблиц данных систем обработки информации реального времени.

**система обработки информации, система счисления в остаточных классах, модульная арифметика, класс вычетов, табличная арифметика**

### Введение

Задача решения трудоемких вычислительных научно-практических задач состоит, в основном, в необходимости проведения значительных объемов вычислений в реальном времени. Таким образом, важны и актуальны исследования, посвященные совершенствованию существующих и разработке новых методов и средств повышения производительности переработки цифровой информации систем обработки информации (СОИ) реального времени, в частности, табличных методов обработки цифровой информации.

**Целью статьи** является разработка табличного метода обработки цифровой информации, представленной в непозиционной системе счисления в классе вычетов (КВ).

**Анализ последних исследований.** Все позиционные системы счисления (ПСС), используемые в современных СОИ, в которых представляется и обрабатывается информация, обладают существенным недостатком – наличием межрядных связей в обрабатываемых операндах. Это обстоятельство обуславливает основное ограничение по повышению производительности СОИ в ПСС [1].

В современных литературных источниках от-

мечается, что одним из действенных практических направлений повышения пользовательской производительности вычислительных средств является внедрение нетрадиционных методов представления и обработки информации в числовых системах с параллельной структурой, и, в частности, в так называемых модулярных системах счисления, обладающих максимальным уровнем внутреннего параллелизма в организации процесса переработки информации. К таким системам счисления относится и непозиционная система счисления в остаточных классах – классе вычетов [2 – 4].

Одно из свойств КВ – малоразрядность остатков, представляющих операнд. Именно это свойство позволяет существенно повысить быстродействие выполнения арифметических операций за счет возможности применения (в отличие от ПСС) табличной арифметики, где арифметические операции сложения, вычитания и умножения выполняются практически в один такт [5 – 8].

Поиск путей повышения производительности обработки информации привел к необходимости разработки табличного метода реализации модульных операций, использование которого позволит повысить эффективность применения табличной арифметики в КВ.

Известен табличный метод реализации операции модульного умножения в КВ, который реализуется посредством использованием кода табличного умножения (КТУ). В этом случае таблица  $a_i\beta_i \pmod{m_i}$  модульного умножения для произвольного основания  $m_i$  КВ симметрична относительно левой (главной) и правой диагоналей, а также вертикали и горизонтали. Симметричность относительно левой диагонали определяется коммутативностью операции  $a_i\beta_i$  умножения, а симметричность относительно правой диагонали определяется тем, что

$$(m_i - a_i)(m_i - \beta_i) \equiv a_i\beta_i \pmod{m_i}.$$

Симметричность относительно вертикали и горизонтали определяется из условия кратности значения модуля сумме симметричных чисел таблицы умножения:

$$a_i\beta_i + a_i(m_i - \beta_i) \equiv 0 \pmod{m_i};$$

$$a_i\beta_i + \beta_i(m_i - a_i) \equiv 0 \pmod{m_i}.$$

Исходя из вышеизложенного очевидно, что для табличной реализации операции модульного умножения  $a_i\beta_i \pmod{m_i}$  достаточно иметь числовую информацию только о ее восьмой части. Отсюда возникает возможность упростить таблицу модульного умножения.

Для наиболее эффективной реализации операции  $a_i\beta_i \pmod{m_i}$  применяются методы специального кодирования, позволяющие в четыре раза уменьшить таблицу модульного умножения. Решение поставленной задачи возможно в результате применения специальных кодов. Рассмотрим один из вариантов выполнения операции модульного умножения посредством использования КТУ (см. табл. 1 и 2 для  $m_i = 5$ ).

Пусть даны входные операнды  $a_i$  и  $\beta_i$ . Значения  $a_i(\beta_i)$ , лежащие в диапазоне  $[0, (m_i - 1)/2)$ , могут быть закодированы произвольным способом, а значения  $a_i(\beta_i)$ , лежащие в диапазоне  $[(m_i + 1)/2, m_i - 1)$ , кодируется, как  $m_i - a_i(m_i - \beta_i)$ .

Для отличия диапазонов вводится следующий индекс (признак) КТУ:

$$\gamma_a(\gamma_\beta) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq a_i(\beta_i) \leq (m_i - 1)/2; \\ 1, & \text{если } (m_i + 1)/2 \leq a_i(\beta_i) \leq m_i - 1. \end{cases}$$

Метод определения результата операции модульного умножения  $a'_i\beta'_i \pmod{m_i}$  в КВ посредством использования КТУ следующий: если заданы два операнда в КТУ  $a_i = (\gamma_a, a'_i), \beta_i = (\gamma_\beta, \beta'_i)$ , то для того, чтобы получить произведение этих чисел по модулю  $m_i$ , достаточно найти произведение  $a'_i\beta'_i \pmod{m_i}$  и инвертировать его обобщенный индекс  $\gamma_i$  в случае, если  $\gamma_a$  отлично от  $\gamma_\beta$ , т.е.

$$a_i\beta_i \pmod{m_i} = (\gamma_i, a'_i\beta'_i \pmod{m_i}),$$

где

$$\gamma = \begin{cases} \bar{\gamma}_i, & \text{если } \gamma_a \neq \gamma_\beta; \\ \gamma_i, & \text{если } \gamma_a = \gamma_\beta, \end{cases}$$

$$a'_i = \begin{cases} a_i, & \text{если } \gamma_a = 0; \\ m_i - a_i, & \text{если } \gamma_a = 1. \end{cases}$$

При использовании данного метода табличное ПЗУ, реализующее операцию модульного умножения, конструктивно уменьшаются в четыре раза. При выполнении операции табличными методами в некоторых случаях возможно дополнительное уменьшение оборудования за счет того, что строится не единая таблица для модульных операций, а  $k$  более мелких таблиц, позволяющих дать ответы по каждому из  $k$  разрядов результата, где  $k$  – разрядность регистра, необходимая для хранения цифр остатка по рассматриваемому основанию  $m_i$  КВ.

## Основные материалы исследований

До сих пор вопросы эффективной реализации арифметических операций сложения и вычитания с использованием КТУ в литературе либо не рассматривались, либо такая реализация считалась

большинством исследователей теоретически и практически невозможной.

Основная практическая трудность заключается в том, что довольно сложно синтезировать табличные алгоритмы выполнения этих модульных операций, так как таблицы реализации модульных операций сложения и вычитания различны по своей цифровой структуре, вследствие чего они не обладают теми свойствами симметрии, которыми обладают таблицы модульного умножения. Однако совершенно иные результаты можно получить, исследуя возможности реализации одной модульной операции с помощью таблиц, реализующих обратную ей операцию, и наоборот.

При исследовании цифровых свойств таблиц модульных операций сложения и вычитания выведено и доказано следующее аналитическое соотношение

$$\left[ (\gamma_a, a'_i) + (\gamma_\beta, \beta'_i) \right] + \left\{ [m_i - (\gamma_a, a'_i)] - (\gamma_\beta, \beta'_i) \right\} = 0 \pmod{m_i}, \quad (1)$$

где  $a_i = (\gamma_a, a'_i)$ ,  $\beta_i = (\gamma_\beta, \beta'_i)$  – входные операнды, представленные в КТУ. Запишем выражение (1) в виде

$$\begin{aligned} & (\gamma_a, a'_i) + (\gamma_\beta, \beta'_i) = \\ & = m_i - \left\{ [m_i - (\gamma_a, a'_i)] - (\gamma_\beta, \beta'_i) \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что для получения результата операции модульного сложения в КТУ достаточно знать результат операции модульного вычитания, т.е. возникает возможность эффективно (с точки зрения уменьшения количества оборудования ПЗУ) использовать КТУ одновременно для трех модульных операций: умножения, сложения и вычитания.

На основании выражения (2) рассмотрим метод, посредством которого можно будет осуществлять выполнения любой из трех арифметиче-

ских операций в КВ: умножение, сложение и вычитание.

Операция модульного сложения осуществляется посредством алгоритма, описанного выражением (2). Составим алгоритм выполнения операции модульного сложения с помощью таблицы, для выполнения операции модульного вычитания  $(a'_i - \beta'_i) \pmod{m_i}$ .

В соответствии с выражением (2) рассмотрим алгоритм реализации операции модульного сложения.

1. Уменьшаемое  $a_i = (\gamma_a, a'_i)$  инвертируется по модулю  $m_i$ , т.е. получим следующее выражение:  $\bar{a}_i = ((\gamma_a + 1) \pmod{2}, a'_i)$ . Вычитаемое  $(\gamma_\beta, \beta'_i)$  оставляем без изменений.

2. Посредством ПЗУ, реализующего операцию модульного вычитания, по входным операндам  $a'_i$  и  $\beta'_i$  определяется результат операции

$$(a'_i - \beta'_i) \pmod{m_i}.$$

Как и для алгоритма модульного умножения, индекс  $\gamma_i$  результата операции модульного вычитания формируется в соответствии со значениями индексов соответствующих операндов, т.е. в соответствии со значениями  $(\gamma_a + 1) \pmod{2}$  и  $\gamma_\beta$ , где

$$\gamma_i = \begin{cases} \bar{\gamma}, & \text{если } (\gamma_a + 1) \pmod{2} \neq \gamma_\beta; \\ \gamma, & \text{если } (\gamma_a + 1) \pmod{2} = \gamma_\beta. \end{cases}$$

Следовательно, результат операции модульного вычитания будет иметь следующий вид:

$$(\gamma_i, (a'_i - \beta'_i) \pmod{m_i}).$$

3. Полученный результат модульного вычитания инвертируем по модулю  $m_i$ :

$$((\gamma_i + 1) \pmod{2}, (a'_i - \beta'_i) \pmod{m_i}).$$

Это и будет искомым результатом модульного сложения.

Таблица 1

Код табличного умножения

$a_i$	КТУ		$a_i$	КТУ	
	$\gamma_a$	$a_i'$		$\gamma_a$	$a_i'$
1	0	1	3	1	2
2	0	2	4	1	1

Таблица 7

1-й квадрант таблицы 4

		$a_i$	
		2	1
$\beta_i$		3	4
1	4	2	3
2	3	1	2

Таблица 2

Таблица модульного умножения

$\beta_i \backslash a_i$	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Таблица 8

2-й квадрант таблицы 3

		$a_i$	
		1	2
$\beta_i$		4	3
1	4	2	3
2	3	3	4

Таблица 3

Таблица модульного сложения

$\beta_i \backslash a_i$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Таблица 9

1-й квадрант таблицы 3

		$a_i$	
		2	1
$\beta_i$		3	4
1	4	4	0
2	3	0	1

Таким образом, несмотря на различие цифровой структуры таблиц модульных операций сложения, вычитания и умножения, создан новый оригинальный табличный метод реализации арифметических операций в КВ.

Таблица 4

Таблица модульного вычитания

$\beta_i \backslash a_i$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	4	0	1	2	3
2	3	4	0	1	2
3	2	3	4	0	1
4	1	2	3	4	0

На основании данного метода можно синтезировать конструктивно простое и высоконадежное операционное устройство СОИ в КВ, основу которого составляют три отдельных коммутатора, каждый из которых реализует только 0,25 части соответствующей полной таблицы модульных операций умножения (табл. 2) и вычитания (табл. 4):

Таблица 5

2-й квадрант таблицы 2

		$a_i$	
		1	2
$\beta_i$		4	3
1	4	1	2
2	3	2	4

– первый коммутатор – II-квадрант таблицы умножения (табл. 5);

– второй и третий коммутаторы – соответственно I (табл. 7) и II (табл. 6) квадранты табл. 4 вычитания.

Таблица 6

2-й квадрант таблицы 4

		$a_i$	
		1	2
$\beta_i$		4	3
1	4	0	1
2	3	4	0

В этом плане код табличного умножения приобрел новое качество и стал универсальным табличным кодом для выполнения трех арифметических операций в КВ.

## Выводы

В статье предложен метод обработки цифровой информации в КВ, основанный на табличном принципе.

Посредством данного метода реализуются арифметические операции модульного сложения, вычитания и умножения.

Данный метод (в отличие от известных) несмотря на информационное различие свойств цифровых данных структур таблиц, реализующих модульные операции  $(a_i \otimes \beta_i) \bmod m_i$  в КВ, позволяет реализовать всего по 0,25 части каждой из полных таблиц, что ранее предполагалось невозможным.

Основное преимущество предложенного метода состоит в возможности достижения высокого быстродействия обработки информации. Так, результат выполнения арифметической целочисленной операции может быть получен в момент поступления на обработку входных операндов, т.е. практически в один такт.

Таким образом, время выполнения арифметических операций в КВ сравнимо с тактовой частотой вычислителя, что принципиально невозможно для СОИ в ПСС.

Результаты предложенных исследований целесообразно использовать в системах и устройствах обработки больших массивов цифровой информации в реальном времени.

## Литература

1. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.

2. Жихарев В.Я., Юнес Эль Хандасси, Краснобаев В.А. Пути повышения производительности и отказоустойчивости ЭВМ // Открытые ин-

формационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ "ХАИ". – 2003. – Вып. 19. – С. 269-282.

3. Жихарев В.Я., Илюшко Я.В., Краснобаев В.А. Влияние системы счисления на надежность ЭВМ. // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2004. – № 1 (5). – С. 98-104.

4. Краснобаев В.А., Илюшко Я.В. Метод та обчислювальна система обробки інформації, що представлена у системі залишкових класів // Системи обробки інформації. – Х.: НАНУ ПАНМ, ХВУ, 2004. – Вип. 7 (35). – С. 106-111.

5. Жихарев В.Я., Юнес Эль Хандасси, Краснобаев В.А. Методы и алгоритмы реализации арифметических операций в классе вычетов // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ (ХАИ). – 2003. – Вып. 20. – С. 84-101.

6. Фурман І.О., Краснобаев В.А., Кошман С.О. Аналіз табличних алгоритмів реалізації модульних операцій в автоматизованих системах обробки цифрової інформації // Вісник ХДТУСГ імені Петра Василенка. – 2004. – Вип. 27, т. 2. – С. 174-178.

7. Краснобаев В.А., Илюшко Я.В. Табличный метод обработки цифровой информации в классе вычетов // Моделювання та інформаційні технології. – К.: ІПМЕ, 2004. – Вип. 26. – С.101-105.

8. Краснобаев В.А., Илюшко Я.В., Замула А.А. Универсальные алгоритмы сжатия табличных цифровых данных результатов выполнения арифметических операций в системе остаточных классов // Радиотехника. Всеукр. Межвед. науч.-техн. сб. – 2005. – Вып. 141. – С. 217-225.

*Поступила в редакцию 20.02.2006*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. И.А. Фурман, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенка.