

УДК 519.6:621.746

В.И. КОХАНОВСКИЙ¹, О.В. КОХАНОВСКАЯ²¹Харьковский государственный сервис-центр «СТЭМ», Украина²Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», Украина

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПЛАСТМАССОВОЙ ДЕТАЛИ В ПРЕСС-ФОРМЕ ПРИ ЛИТЬЕ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

В статье представлен разработанный численный метод расчета нестационарного температурного поля при охлаждении пластмассового изделия, формуемого в пресс-форме. С использованием рассчитанных температурных полей конструктор изделия может выбрать оптимальные параметры процесса литья для обеспечения его высокого качества и эффективности.

литье под давлением пластмассовых изделий, уравнение теплового баланса, нестационарное температурное поле, САД-система

Актуальность проблемы

Разработка технической оснастки для литья из пластических масс нуждается в постоянном усовершенствовании процесса проектирования пресс-форм. При этом максимальный эффект можно достигнуть посредством применения компьютерных систем анализа конструкций пресс-форм на основе использования совершенных численных методов еще на стадиях проектирования оснастки.

Литье под давлением термопластов – это типично периодический процесс. При его анализе и моделировании выделены четыре стадии [1]:

1) заполнение формы расплавом, когда фронт его продвигается по литниковой системе и полости формы;

2) подпитка полости, когда усадочные явления компенсируются расплавом, дополнительно поступающим из узла инъекции литьевой машины;

3) охлаждение массы отливки в форме без давления;

4) охлаждение отливки (вне формы).

Из отмеченных четырех стадий процесса литья под давлением в данной работе рассмотрен третий период – охлаждение отливки в форме без давления. Этот период наименее изучен. В САД-системах вы-

сокого уровня, например, Pro/ENGINEER [2], в процессах моделирования заливки формирующих полостей пресс-формы пластмассой не учитываются каналы охлаждения формы. Естественно, что это приводит к существенным погрешностям в результатах, получаемых с помощью таких систем. Австралийская фирма “MoldFlow” создала модели заливки полостей пластмассой с учетом каналов охлаждения на основе большого числа экспериментальных данных, полученных в лабораториях фирмы. Эти модели заложены в соответствующую систему, коммерческая цена которой огромна. В то же время в ней отсутствует теоретическое обоснование процессов, которые протекают в форме в процессе остывания с учетом каналов охлаждения.

Данная работа позволяет частично решить сформулированную проблему – в ней представлен разработанный численный метод расчета нестационарного температурного поля при остывании оболочечной модели формуемого изделия с постоянной толщиной.

Математическая модель и численный метод

Для расчета данного температурного поля было использовано одно из уравнений математической

физики – уравнение теплового баланса. Чтобы применить его для оболочечной модели, надо сделать ряд предположений:

1) изготавливаемая деталь является поверхностью вида $z = f(x, y)$ толщины h ;

2) теплообмен осуществляется через поверхность по закону

$$k \frac{\partial u}{\partial n} + \varphi(u) = 0,$$

где $\varphi(u) = H(u - T_0)$, H – коэффициент теплообмена с окружающей средой, T_0 – температура окружающей среды;

3) плотность потока тепла имеет вид

$$\vec{q} = \vec{V} \cdot u - k \cdot \nabla u, \quad (1)$$

причем векторное поле \vec{V} является касательным к поверхности. Скорость переноса \vec{V} в конвективном члене считается заданной;

4) распределение температур по толщине детали считается постоянным.

Отметим, что самосогласованный учет конвективного члена требует рассмотрения нелинейной задачи со свободными границами [3], что приведет к значительному усложнению математической модели и потребует существенных вычислительных ресурсов на каждом этапе расчетов. Тепловыделение при отверждении пластмассы предполагается учитывать с помощью дополнительного фиктивного источника тепла, расположенного вблизи газоотводящего канала.

Исходя из этих предположений, можно записать следующее уравнение баланса для поверхности [4]:

$$\rho c \frac{d}{dt} \int_S u(x, y, t) d\sigma + \int_{\partial S} \left\{ (\vec{V}, \nu) u - k \frac{\partial u}{\partial \nu} \right\} dv + \frac{2}{h} \int_S \varphi(u, x, y, t) d\sigma = \int_S f(x, y, t) d\sigma, \quad (2)$$

где ρ – плотность вещества; c – удельная теплоемкость; h – толщина детали, k – коэффициент теп-

лопроводности, ν – нормаль к границе ∂S элемента поверхности S .

Пусть

$$u(x, y, t) = T_1 \hat{u}(x, y, t) + T_0,$$

где T_0 – температура окружающей среды ($\approx 30^\circ\text{C}$), T_1 – масштабирующий множитель ($\approx 100^\circ\text{C}$).

Тогда с учетом (1) уравнение баланса (2) запишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_S \hat{u}(x, y, t) d\sigma + \left(\frac{2}{h} H \frac{1}{\rho c} \right) \int_S \hat{u}(x, y, t) d\sigma + \\ + \int_{\partial S} \left\{ \frac{1}{\rho c} (\vec{V}, \nu) \left(\hat{u} + \frac{T_0}{T_1} \right) - \frac{k}{\rho c} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial \nu} \right\} dv = \\ = \frac{1}{\rho c T_1} \int_S f(x, y, t) d\sigma. \end{aligned} \quad (3)$$

Для того, чтобы уравнение (3) можно было использовать в численных расчетах, его надо записать в дискретном виде. При этом сначала надо перейти от криволинейной поверхности к проекции на плоскость.

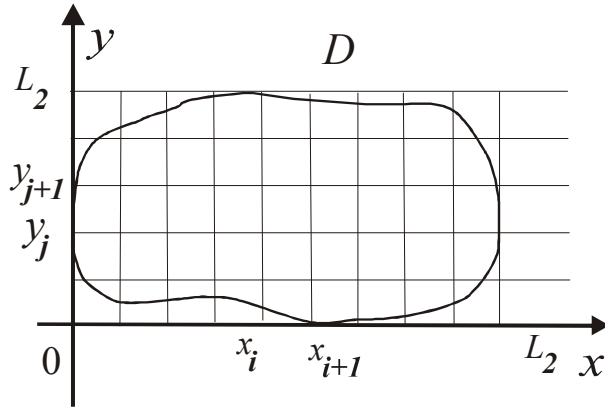
Построим проекцию изделия на плоскость (x, y) и впишем ее в минимальный прямоугольник $D = (0, L_1) \times (0, L_2)$, как показано на рис. 1.

Построим на прямоугольнике сетку в виде множества узлов: (x_i, y_j) , $i = 1, \dots, M_1$, $j = 1, \dots, M_2$, $x_1 = y_1 = 0$, $x_{M_1} = L_1$, $y_{M_2} = L_2$.

Применим метод фиктивных областей [5, 6]. Для этого продолжим функцию $f(x, y)$ на те узлы прямоугольника D , которые не вошли в проекцию изделия, и выберем коэффициент температуропроводности λ следующего вида:

$$\lambda(x, y) = \begin{cases} \frac{k}{\rho c}, & (x, y) \in D; \\ \frac{k}{\varepsilon^2 \rho c}, & (x, y) \notin D, \end{cases}$$

где ε – малое положительное число, величина которого выбирается в процессе вычислений.

Рис. 1. Проекция детали на плоскость (x, y)

Перепишем уравнение баланса (3) в проекции на плоскость (x, y) :

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_S \hat{u}(x, y, t) \sqrt{EG - F^2} dx \cdot dy + \\ & + \frac{2H}{h\rho c} \int_{S_0} \hat{u}(x, y, t) \sqrt{EG - F^2} dx \cdot dy - \\ & - \int_{\partial S_0} \left\{ \left[\frac{1}{\rho c} V_1 \left(\hat{u} + \frac{T_0}{T_1} \right) + \lambda \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \right] (F\dot{x} - G\dot{y}) - \right. \\ & \left. - \left[\frac{1}{\rho c} V_2 \left(\hat{u} + \frac{T_0}{T_1} \right) + \lambda \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} \right] (E\dot{x} + F\dot{y}) \right\} \frac{dS}{\sqrt{EG - F^2}} = \\ & = \frac{1}{\rho c T_1} \int_{S_0} f(x, y, t) \sqrt{EG - F^2} dx \cdot dy. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь E, F, G – коэффициенты первой квадратичной формы исходной поверхности:

$$E = 1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2, F = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial f}{\partial y}, G = 1 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2. \quad (5)$$

Дальнейшие преобразования по дискретизации уравнения (4) состоят в переходе к интегрированию по элементарной прямоугольной ячейке на сетке, характеризующейся своими четырьмя вершинами N_1, N_2, N_3, N_4 . При этом частные производные в (5) заменяются соответствующими разностными отношениями, а интегралы по границе сводятся к сумме четырех интегралов по отрезкам. Кроме этого, целесообразно выделить группу слагаемых, относящихся к конвективному и теплопроводному

членам, обозначив их, соответственно, $J^{konv N}$ и $J^{tepl N}$.

Опустив громоздкие преобразования, получим следующее представление уравнения (4):

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} u_N Q_N \frac{1}{4} (x_{N2} - x_{N4})(y_{N3} - y_{N1}) + \frac{2H}{h\rho c} u_N \times \\ & \times Q_N \frac{1}{4} (x_{N2} - x_{N4})(y_{N3} - y_{N1}) - J^{konv N} - \\ & - J^{tepl N} = \frac{1}{\rho c T_1} F_N Q_N \frac{1}{4} (x_{N2} - x_{N4}) \times \\ & \times (y_{N3} - y_{N1}). \end{aligned} \quad (6)$$

Пусть

$$S_N = \frac{1}{4} (x_{N2} - x_{N4})(y_{N3} - y_{N1}) \cdot Q_N.$$

Тогда разделив обе части уравнения (6) на S_N и обозначив

$$\bar{a}_{NNi} = \frac{a_{NNi}}{S_N},$$

получим

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} u_N + \frac{2H}{h\rho c} u_N + \bar{a}_{NN} u_N = \\ & = \frac{absV}{2\rho c S_N} \left\{ \left(u_N + 2 \frac{T_0}{T_1} \right) \sum_{i=1}^4 w^{NNi} + \sum_{i=1}^4 u_{Ni} w^{NNi} \right\} - \\ & - \sum_{i=1}^4 u_{Ni} \bar{a}_{NNi} + \frac{1}{\rho c T_1} F_N. \end{aligned}$$

Здесь $absV$ – параметр интенсивности, связанный с расходом тепла от подводящего пластмассу канала, F_N – вклад тепла от источника – точки впрыска.

Заменяв производную от u_N по времени разностной формулой

$$\frac{d}{dt} u_N = \frac{u^{t+\Delta t} - u^t}{\Delta t},$$

окончательно получим следующую итерационную формулу для расчета температуры u_N^t в каждом узле прямоугольника:

$$\begin{aligned} u_N^{t+\Delta t} = & \left[1 + \Delta t \left(\frac{2N}{h\rho c} + \bar{a}_{NN} \right) \right]^{-1} \left\{ u_N^t - \frac{absV}{2\rho c S_N} \Delta t \times \right. \\ & \times \left[\left(u_{N4}^t + 2 \frac{T_0}{T_1} \right) \sum_{i=1}^4 w^{NNi} \right] + \sum_{i=1}^4 u_{Ni}^t w^{NNi} - \\ & \left. - \Delta t \sum_{i=1}^4 u_{Ni}^t \bar{a}_{NNi} + \frac{\Delta t}{\rho c T_1} F_N \right\}. \end{aligned}$$

Таким образом, разработанный численный метод позволяет рассчитывать дискретные температурные поля, возникающие при остывании деталей, изготовляемых методом литья под давлением.

Выводы

Этот алгоритм реализован в программе, которая создана в среде Delphi.

Конструктор (технолог) пресс-формы, использующий CAD-систему (например [2]), после создания геометрической модели конструкции пресс-формы запускает на выполнение программу расчета температурных полей остывающей пластмассовой отливки.

Программа отображает на экране компьютера рассчитанные температурные поля через заданные временные интервалы (рис. 2).



Рис. 2. Пример распределения температурных полей

На рис. 2 представлена отливка пластмассовой крышки шахтного светильника СВГ5. Полученные изображения позволяют просмотреть температуру в любой точке детали.

Задача конструктора состоит в получении оптимального распределения температурного поля, что обеспечит качественное изготовление детали. Средством достижения этого является подбор значений следующих основных параметров: расположение каналов охлаждения, гнезд, точек впрыска, температуры формы и разогрева пластмассы, давление впрыска. Манипулируя указанными параметрами и повторяя вычисления в подсистеме расчета температурных полей, конструктор достигает оптимального режима остывания пластмассовой детали.

Литература

1. Бахарев А.С., Брагинский В.А. Опыт проектирования литниковых форм для изделий из термопластов с использованием ЭВМ. – Л.: Знание РСФСР, ЛО, ЛДНТП, 1990. – 20 с.
2. Пелипенко А. Как радикально сократить сроки разработки формообразующей оснастки // САПР и графика. – 2003. – № 6. – С. 90 – 94.
3. Дюво Г., Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980 – 383 с.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 735 с.
5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1989. – 608 с.
6. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989. – 614 с.

Поступила в редакцию 10.10.2005

Рецензент: д-р техн. наук, доц. Н.А. Ткачук, Национальный технический университет „ХПИ”, Харьков.