

УДК 621.396.96 : 621.391.26

Д.И. ЛЕХОВИЦКИЙ¹, И.Г. КИРИЛЛОВ², С.И. БУРКОВСКИЙ³

¹ *Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина*

² *Харьковский университет Воздушных Сил, Украина*

³ *Объединенный научно-исследовательский институт Вооруженных Сил, Украина*

ОСОБЕННОСТИ МЕЖДУПЕРИОДНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ В НЕКОГЕРЕНТНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ РЛС

Оценены потенциальные возможности последетекторной междупериодной обработки (МПО) гауссовых (до детектора) сигналов на фоне гауссовых (до детектора) помех. Проанализированы причины подавления полезных сигналов вне зоны действия помех в известных системах последетекторной МПО и способы устранения этого эффекта. Обоснованы рациональная структура и параметры адаптивных квазиоптимальных систем последетекторной МПО.

некогерентная РЛС, последетекторная междупериодная обработка, потенциальные возможности, адаптивные решетчатые фильтры

Введение

Импульсные РЛС с зондирующими сигналами со случайной начальной фазой, в которых не используются системы обеспечения когерентности импульсов пачки отраженных сигналов (в частности, когерентный (опорный) гетеродин), в силу своей простоты широко распространены на практике. В литературе их часто называют РЛС с внешней когерентностью или некогерентными (НК) РЛС [1 – 3]. Междупериодная обработка (МПО) сигналов на фоне пассивных помех в таких РЛС имеет специфические особенности, порождаемые случайностью начальных фаз зондирующих импульсов и, как следствие, импульсов пачки отраженных сигналов на выходе линейного тракта [4]. Они связаны с невозможностью когерентного накопления пачки полезных сигналов точечных целей и когерентной компенсации помех в линейных системах междупериодной обработки с постоянными параметрами (в частности, неадаптивных систем череспериодного вычитания (ЧПВ) различной кратности). Когерентную компенсацию помех могут обеспечить адаптивные системы МПО, параметры которых опера-

тивно подстраиваются под каждую реализацию случайного вектора фаз зондирующих импульсов пачки [5]. Такая адаптация фактически реализует хорошо известный метод «эквивалентной внутренней когерентности», но при этом теряется простота, свойственная МПО выходных сигналов амплитудного детектора.

На сегодняшний день «неизвестна структура статистически оптимального устройства обработки видеосигналов и не оценены ее потенциальные возможности при обнаружении целей на фоне коррелированных отражений» [3, с. 106]. К негативным особенностям таких РЛС относят и их способность «... обнаруживать движущуюся цель только тогда, когда на входе одновременно с сигналом присутствует помеха» [2, с. 19] или, что эквивалентно, «...отсутствие на выходе сигналов от цели и от пассивных помех, если эти сигналы не перекрываются» [1, с. 350].

Статья посвящена синтезу структуры статистически оптимальных последетекторных обнаружителей гауссовых (до детектора) сигналов на фоне гауссовых (до детектора) помех, оценке его потенциальных возможностей, анализу причин подавления полезных сигналов вне

зоны действия помех в известных системах последетекторной МПО, способам устранения этого эффекта, обоснованию рациональной структуры и параметров квазиоптимальных систем последетекторной МПО.

Оптимальная последетекторная междупериодная обработка

Оптимальная обработка предполагает сравнение с порогом монотонно возрастающей функции (как правило, логарифма) отношения правдоподобия

$$L(\mathbf{v}) = p_1(\mathbf{v}) / p_0(\mathbf{v}), \quad (1)$$

где числитель и знаменатель – плотности распределения M -мерного вектора пачки $\mathbf{v} = \{v_i\}_{i=1}^M$ выходных сигналов амплитудного детектора (АД) анализируемого элемента разрешения по дальности в M смежных периодах зондирования при наличии и отсутствии полезного сигнала соответственно. Элементы v_i вектора \mathbf{v} связаны с элементами u_i вектора $\mathbf{u} = \{u_i\}_{i=1}^M$ импульсов пачки отраженных сигналов на выходе приемника (входе АД) равенствами

$$v_i = \begin{cases} |u_i|^2 & \text{– для квадратичного детектора;} \\ |u_i| & \text{– для линейного детектора.} \end{cases} \quad (2)$$

Будем полагать, что вектор $\mathbf{u} = \mathbf{u}_\gamma$ ($\gamma = 0, 1$) входных сигналов АД является комплексным гауссовым (нормальным) вектором ($\mathbf{u}_\gamma \sim CN(0, \Phi_\gamma)$) с нулевым средним значением ($\overline{\mathbf{u}_\gamma} = 0$). Его статистические свойства как при отсутствии ($\gamma = 0$), так и при наличии ($\gamma = 1$) полезного сигнала полностью определяется $M \times M$ корреляционной матрицей (КМ)

междупериодных флюктуаций $\Phi_\gamma = \overline{\mathbf{u}_\gamma \cdot \mathbf{u}_\gamma^*}$ вида

$$\Phi_\gamma = \left\{ J_{ij}^{(\gamma)} \right\}_{i,j=1}^M = \begin{cases} \Phi_0 = \mathbf{I} + \eta \cdot \mathbf{p}, & \gamma=0; \\ \Phi_1 = \Phi_0 + \Phi_s, & \gamma=1, \end{cases} \quad (3)$$

где \mathbf{I} – $M \times M$ единичная КМ взаимно независимых собственных шумов M смежных периодов зондирования с одинаковой (принятой за единицу) диспер-

сией (мощностью); \mathbf{p} – нормированная $M \times M$ КМ междупериодных флюктуаций пассивных помех; η – их относительная интенсивность (отношение «помеха / шум» (ОПШ)); Φ_s – $M \times M$ КМ импульсов пачки полезного сигнала, черта сверху и (*) – символы статистического усреднения и эрмитового сопряжения соответственно.

Можно показать, что в этих условиях плотность распределения случайного вектора M -элементной пачки на выходе АД можно записать в виде

$$p_\gamma(\mathbf{v}) = p_\gamma(v_1, v_2, \dots, v_M) = c_\gamma \cdot J_\gamma, \quad (4)$$

где

$$c_\gamma = \pi^{-M} \det^{-1} \Phi_\gamma \cdot \begin{cases} 2^{-M} & \text{– для квадратичного детектора;} \\ \prod_{i=1}^M v_i & \text{– для линейного детектора;} \end{cases}$$

$$J_\gamma = \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \exp \left\{ -\mathbf{E}^*(\varphi) \cdot \mathbf{T}_\gamma \cdot \mathbf{E}(\varphi) \right\} d\varphi_1 \dots d\varphi_M; \quad (5)$$

$$\mathbf{E}(\varphi) = \left\{ \exp(j \cdot \varphi_i) \right\}_{i=1}^M;$$

$$\mathbf{T}_\gamma = \left\{ t_{ij}^{(\gamma)} \right\}_{i,j}^M = \mathbf{L} \cdot \Psi_\gamma \cdot \mathbf{L};$$

$$\Psi_\gamma = \left\{ \psi_{ij}^{(\gamma)} \right\}_{i,j=1}^M = \Phi_\gamma^{-1} -$$

$M \times M$ матрица, обратная КМ (3);

$$\mathbf{L} = \text{diag} \{ \ell_i \}_{i=1}^M -$$

диагональная $M \times M$ матрица с элементами $\ell_i = |u_i|$.

Для случаев $M \in 1, 3$ интеграл (5) равен

$$J_\gamma = 2 \cdot \pi \cdot \exp \left\{ -tr \mathbf{T}_\gamma \right\} = 2 \cdot \pi \cdot \exp \left\{ -\ell_1^2 / \sigma_{1\gamma}^2 \right\}, \quad M=1; \quad (6)$$

$$J_\gamma = 4 \cdot \pi^2 \cdot \exp \left\{ -tr \mathbf{T}_\gamma \right\} \cdot I_0 \left(2 \cdot \left| t_{12}^{(\gamma)} \right| \right), \quad M=2; \quad (7)$$

$$J_\gamma \equiv \exp \left\{ -tr \mathbf{T}_\gamma \right\} \times \sum_{k=0}^{\infty} I_k \left(2 \cdot \left| t_{12}^{(\gamma)} \right| \right) \cdot I_k \left(2 \cdot \left| t_{13}^{(\gamma)} \right| \right) \cdot I_k \left(2 \cdot \left| t_{23}^{(\gamma)} \right| \right), \quad M=3; \quad (8)$$

где I_k – модифицированная функция Бесселя k -го порядка; $\sigma_{1\gamma}^2 = 1 + \eta + \gamma \cdot h$, h – относительная мощность сигнала (отношение «сигнал / шум» (ОСШ)).

Для $M > 3$ интеграл существенно усложняется и его выражение становится чрезмерно громоздким. Используя (4), (7) можно получить оптимальную предпороговую статистику $\xi = \ln(L(\mathbf{v}))$. В частности для $M = 2$ она имеет вид

$$\xi = A \cdot \left(|u_1^2| + |u_2^2| \right) + \ln I_0 \left(2 \cdot |u_1| \cdot |u_2| \cdot \left| \psi_{21}^{(1)} \right| \right) - \ln I_0 \left(2 \cdot |u_1| \cdot |u_2| \cdot \left| \psi_{21}^{(0)} \right| \right), \quad (9)$$

где A – коэффициент, зависящий от параметров сигнала и помехи.

Из (9) следует, что оптимальная обработка предполагает комбинирование операций череспериодного накопления (ЧПН) и ЧПВ, вклад которых определяется параметрами сигналов и помех. В частности, при отсутствии помех ($\eta = 0$, $\Phi_0 = \mathbf{I}$), $\psi_{21}^{(0)} = 0$; $I_0 \left(2 \cdot |u_1| \cdot |u_2| \cdot \left| \psi_{21}^{(0)} \right| \right) = 1$, так что

$$\xi = A \cdot \left(|u_1^2| + |u_2^2| \right) + \ln I_0 \left(2 \cdot |u_1| \cdot |u_2| \cdot \left| \psi_{21}^{(1)} \right| \right).$$

Отсюда следует, что при отсутствии помех операции ЧПВ исключаются из оптимальной обработки, которая в этом случае предусматривает только

ЧПН вида $|u_1^2| + |u_2^2|$ или $(|u_1| + |u_2|)^2$, зависящего от параметров полезного сигнала.

На рис. 1 для $M = 2$ (а) и $M = 3$ (б) показаны характеристики обнаружения оптимальных додетекторных (кривые 1, 3) и последдетекторных (кривые 2, 4) систем МПО M -элементных когерентных пачек полезного сигнала цели, движущейся с оптимальной скоростью.

Кривые 1, 2 соответствуют отсутствию ($\eta = 0$), а кривые 3, 4 – наличию пассивных помех с отношением «помеха / шум» $\eta = 40$ (дБ), гауссовой корреляционной функцией и коэффициентом междупериодной корреляции $\rho = 0,99$. Кривая 5 соответствует сравнению с порогом выходного сигнала АД только из одного периода зондирования (отсутствию МПО). Для всех кривых вероятность ложной тревоги (ВЛТ) $F = 10^{-3}$.

Из рисунка видно, что при отсутствии помех (кривые 1, 2) эффективность оптимальной последдетекторной (некогерентной) и додетекторной (когерентной) обработки практически совпадают.

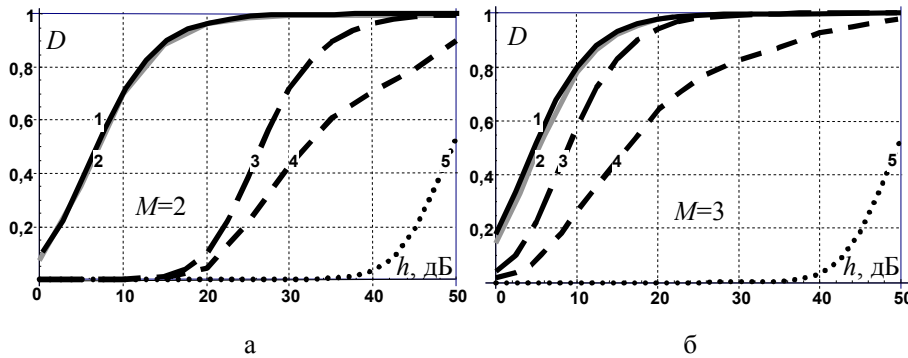


Рис. 1. Характеристики обнаружения когерентного сигнала

Этот результат физически очевиден, так как в этом случае оптимальная додетекторная обработка сводится к когерентному накоплению импульсов пачки полезного сигнала, а последдетекторная – к некогерентному накоплению. Потери последней в рассматриваемых условиях малой пачки $M \leq 3$ составляют доли дБ [4], что наглядно видно из рис. 1.

При наличии пассивных помех (кривые 3, 4) после-

детекторная обработка, естественно, уступает додетекторной, поскольку утрачивается информация о фазе принимаемого сигнала. Тем не менее ее эффективность оказывается достаточно высокой. В частности, по сравнению с отсутствием обработки ($M = 1$) уже при $M = 2$ требуемый уровень порогового сигнала для $D = 0,5$ уменьшается примерно на 17 дБ, а при $M = 3$ выигрыш в пороговом сигнале превышает 30 дБ.

Отсюда следует, что потенциальные возможности последетекторной обработки достаточно высоки.

Однако оптимальная последетекторная обработка становится практически нереализуемой в типичном для практики случае многоэлементных ($M \geq 3$) пачек отраженных сигналов.

Практический интерес в этих условиях представляют более простые квазиоптимальные системы последетекторной обработки.

Квазиоптимальная последетекторная междупериодная обработка

Известный вариант [3] такой обработки предполагает линейное весовое суммирование выходных сигналов АД m ($m < M$) смежных периодов зондирования с фиксированным вектором весов d_k ($k \in 1, m$), накопление $(M - m)$ квадратов выходных сигналов весового сумматора и последующее сравнение результата с порогом. Рекомендуемые в [3] фиксированные знакопеременные веса d_k имеют следующие свойства: их модули симметричны относительно центрального элемента ($|d_k| = |d_{m+1-k}|$,

$$k \in 1, m), \text{ а сумма равна нулю } \left(\sum_{k=1}^m d_k = 0 \right).$$

Первое свойство может быть оправдано только при постоянном периоде зондирования, в реальных условиях зачастую неприемлемо из-за эффекта слепых скоростей. Для его ослабления широко используется вобуляция периодов зондирования, при которой симметрия модулей весов не имеет теоретического обоснования и может оказаться далеко не лучшей по качеству подавления помех.

Второе свойство весов d_k приемлемо только при

наличии мощных пассивных помех и когерентных сигналов точечных целей, движущихся со скоростями, близкими к оптимальной.

Однако при отсутствии помех именно это свойство (равенство суммы весов d_k нулю) является причиной основного недостатка таких схем – практически полного подавления полезного сигнала вне зоны помех независимо от скорости движения цели. Это связано с тем, что при любой скорости движения точечной цели амплитуды импульсов пачки полезных сигналов из m смежных периодов зондирования примерно одинаковы. Поэтому при отсутствии пассивных помех их взвешенная сумма примерно равна произведению амплитуды этих импульсов на сумму весов. При равенстве этой суммы нулю равно нулю и произведение в целом, т. е. полезный сигнал цели неизбежно подавляется.

Отсюда следует, что причиной подавления сигнала вне зоны пассивных помех является не некогерентность РЛС, а неоптимальность используемых линейных систем последетекторной МПО с нулевой суммой весовых коэффициентов (в частности, систем многократного череспериодного вычитания).

Для исключения этого эффекта должны использоваться не фиксированные, а изменяющиеся в соответствии с корреляционными свойствами помех веса, т.е. последетекторная система МПО должна быть адаптивной.

Адаптивная последетекторная междупериодная обработка на основе обесцараживающих фильтров

Возможный вариант адаптивной системы последетекторной междупериодной обработки показан на рис. 2 [5].

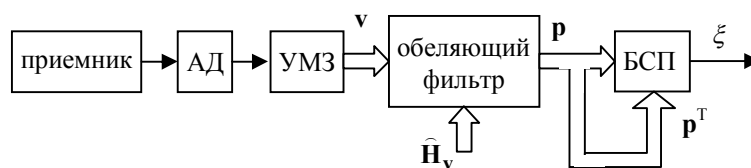


Рис. 2. Структура адаптивной системы последетекторной МПО на основе обесцараживающего фильтра

Она строится на основе обеляющего фильтра, включенного на выходе блока памяти, выполняющего функции M – отводной линии задержки (УМЗ) входных сигналов на время между отводами, определяемое законом зондирования. Матричная импульсная характеристика обеляющего фильтра пропорциональна $M \times M$ матрице \mathbf{H}_v – сомножителю матрицы Ψ_{0v} в представлении

$$\Psi_{0v} = \mathbf{H}_v^T \cdot \mathbf{H}_v = \Phi_{0v}^{-1}, \quad \Phi_{0v} = \overline{\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{v}_0^T}, \quad (10)$$

где (т) – символ транспонирования. В реальных условиях априорного незнания КМ Φ_0 в ее роли выступает та или иная невырожденная матрица-оценка $\hat{\Phi}$, по которой и строится оценочная матрица $\hat{\mathbf{H}}$. Предпороговая статистика ξ , формируемая в блоке скалярного перемножения (БСП), в этом случае равна

$$\xi = \mathbf{p}^T \cdot \mathbf{p} = \sum_{i=1}^M p_i^2, \quad (11)$$

где $\mathbf{p} = \{p_i\}_{i=1}^M = \hat{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{v}$ – M -мерный вектор выходных сигналов обеляющего фильтра – результат преобразования в нем M -мерного вектора \mathbf{v} выходных сигналов АД.

Эффективность последетекторной системы МПО на основе обеляющего фильтра (рис. 2) иллюстрируется расчетным семейством кривых обнаружения $D(h)$, приведенным на рис. 3.

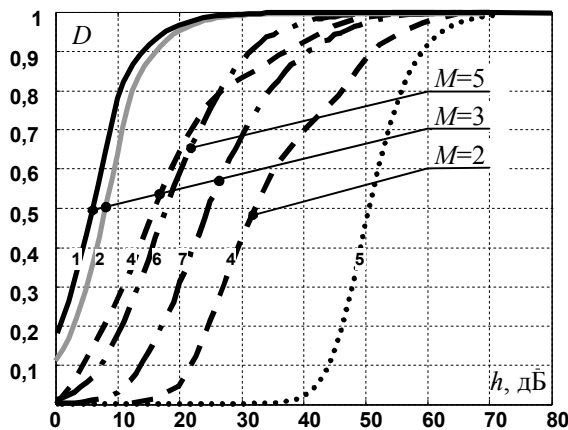


Рис. 3. Характеристики обнаружения когерентного сигнала ($F=10^{-3}$)

Сплошные кривые 1, 2 здесь соответствуют оптимальной додетекторной обработке и обработке в

схеме рис. 2 при отсутствии помех, штриховые кривые 4 – оптимальной последетекторной обработке при $M=2$ и $M=3$, кривая 5 – отсутствию МПО, штрихпунктирные кривые 6 и 7 – обработке по схеме рис. 2 при $M=3$ и $M=5$ в гипотетических условиях точно известной матрицы (10), в той же сигнально-помеховой обстановке, что и на рис. 1.

Из рисунка видно, что в отсутствие помех адаптивная МПО рис. 2 не подавляет полезный сигнал и в рассматриваемых условиях весьма близка по эффективности к оптимальной додетекторной обработке. Это связано с тем, что при отсутствии помех $\Phi_0 = \Psi_0 = \mathbf{H} = \mathbf{I}$, $\mathbf{p} = \mathbf{v}$ и, следовательно, обработка (11) заключается только в некогерентном накоплении выходных сигналов АД, исключающем подавление полезного сигнала.

В условиях помех (кривые 4, 6, 7) квазиоптимальная последетекторная обработка (кривые 6, 7) уступает оптимальной, однако эффект от ее использования по сравнению с отсутствием МПО (кривая 5) достаточно велик. В частности, эффективность схемы рис. 2 при $M=5$ практически совпадает с эффективностью существенно более сложной оптимальной последетекторной обработки при $M=3$.

В роли обеляющего в схеме рис. 2 могут использоваться адаптивные решетчатые фильтры (АРФ), имеющие важные практические достоинства [5, 6]. На рис. 4 в качестве примера показана осциллограмма выходного эффекта (сплошная кривая 2) схемы рис. 2 на основе АРФ при обработке реального сигнала (кривая 1) одной из некогерентных РЛС миллиметрового диапазона при априори неизвестных статистических характеристиках помехи. В роли матрицы Φ_{v0} использовалась оценочная корреляционная матрица вида

$$\hat{\Phi}_{v0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i^T, \quad (12)$$

сформированная из $n/2=10$ M -мерных векторов \mathbf{v}_i из элементов дистанции, предшествующих элементу, проверяемому на наличие полезного сигнала, и $n/2$

аналогичных векторов из элементов дистанции, следующие за ним.

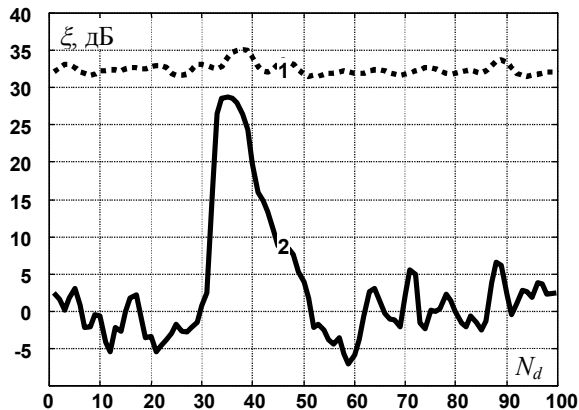


Рис. 4. Выходной эффект схемы рис. 2

Видно, что обнаружить цель на входе схемы рис. 2 практически невозможно, тогда как на ее выходе (примерно на $N_d = 35$ -м элементе дальности) она надежно обнаруживается. Приведенные результаты натуральных экспериментов подтверждают возможность и целесообразность введения последетекторной МПО в НК РЛС на основе АРФ.

Важным достоинством такого построения является также простота управления уровнем ложных тревог.

Управление уровнем ложных тревог

Такое управление возможно в случае, если плотность распределения предпороговой статистики в отсутствии сигнала не зависит от априори неизвестных статистических характеристик помех. Обеляющий фильтр не только декоррелирует помехи, но и стабилизирует их мощность, что и создает предпосылки для решения этой задачи.

Задание порога x_0 , обеспечивающего требуемый уровень вероятности ложных тревог F , возможно при известном законе распределения предпороговой статистики в отсутствии полезного сигнала. Его аналитическое отыскание применительно к схеме рис. 2 на основе АРФ, особенно в условиях (12), представляет собой исключительно сложную и к настоящему вре-

мени нерешенную задачу. Для ее решения авторами использовались большие массивы записей реальных отражений РЛС миллиметрового диапазона. На рис. 5 показаны экспериментальные гистограммы выходного эффекта схемы рис. 2 при наличии на входе собственного шума приемника (кривая 1) и его смеси с интенсивной ($\eta \approx 30$ дБ) пассивной помехой (кривая 2).

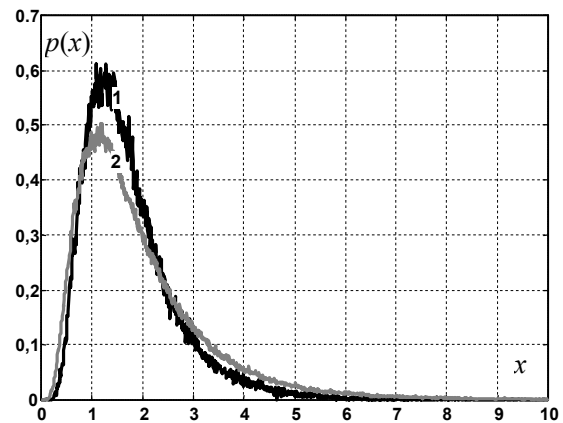


Рис. 5. Гистограммы выходного эффекта схемы рис. 2

Видно, что в обоих случаях гистограммы унимодальны, несимметричны и имеют затянутые «хвосты». Известен целый ряд теоретических распределений с подобными свойствами, в частности, логнормальное и гамма распределения [7].

Анализ показал, что эмпирические гистограммы (рис. 5) с очень высокой точностью аппроксимируются логнормальным распределением вида [7, с. 129]

$$p(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left\{ \frac{-[\ln(x) - \omega]^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (13)$$

с параметрами $\omega = 0,442$; $\sigma = 0,51$ при отсутствии помех (кривая 1) и $\omega = 0,474$; $\sigma = 0,615$ при их наличии (кривая 2).

На рис. 6 для этих условий приведены зависимости значения $\mu = \lg F$ от порога x_0 , пронумерованные в соответствии с номерами гистограмм рис. 5.

Видно, что в силу упоминавшейся выше специфики схемы рис. 2, связанной с нормированием выходного эффекта, отличия кривых невелики, что позволяет практически всегда использовать один и

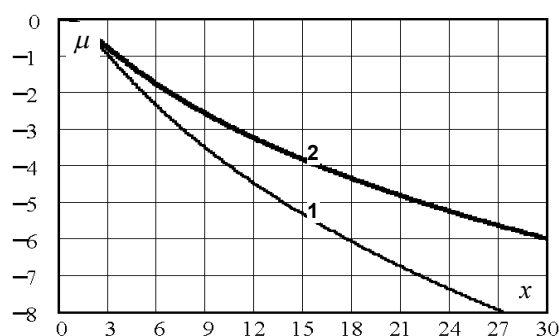


Рис. 6. Зависимость логарифма вероятности ложной тревоги от уровня порога

тот же (большой) порог x_0 , рассчитанный для условий наличия внешних помех (кривая 2).

Такое завышение порога несущественно при их отсутствии, поскольку в этом случае отношение «сигнал / помеха + шум» оказывается большим, и вероятность правильного обнаружения будет достаточно высокой.

Заключение

Оптимальная последетекторная междупериодная обработка гауссовых (до детектора) сигналов на фоне гауссовых (до детектора) помех в некогерентных РЛС связана с формированием нелинейных (бесселевых) функций выходных сигналов амплитудного детектора. Такая обработка ни при каких условиях (в том числе и при отсутствии помех) не приводит к подавлению полезного сигнала, характерному для описанных в литературе и реально используемых НК РЛС. Показано, что эффект подавления сигнала в них обусловлен не некогерентностью РЛС, а спецификой используемых неоптимальных последетекторных систем МПО. Их главный недостаток заключается в фиксации весовых коэффициентов МПО, сумма которых равна нулю. Это свойство весов полезно только при наличии интенсивных пассивных помех и точечных целей, движущихся с близкой к оптимальной скоростью, но недопустимо при отсутствии или малой интенсивности помех. В связи с этим практически приемлемыми являются адаптивные последетекторные системы МПО, веса которых меняются в соот-

ветствии с помеховой обстановкой. К их числу относится предложенная схема адаптивной МПО на основе обеляющего фильтра (рис. 2), функции которого могут успешно выполнять адаптивные решетчатые фильтры. Показано, что такие системы МПО при существенно большей простоте, чем оптимальные, могут обеспечить достаточно высокую эффективность защиты некогерентных РЛС от пассивных помех.

Авторы признательны Б.М. Вовшину за записи реальных сигналов некогерентной РЛС.

Литература

1. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Г.П. Тартаковского. – М.: Сов. радио, 1963. – 424 с.
2. Фельдман Ю.И., Гидаспов Ю.Б., Гомзин В.Н. Сопровождение движущихся целей / Под ред. Ю.И. Фельдмана. – М.: Сов. радио, 1978. – 288 с.
3. Морская радиолокация / Под ред. В.И. Винокурова. – Л.: Судостроение, 1986. – 256 с.
4. Ширман Я.Д., Манжос В.Н., Леховицкий Д.И. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов // Радиотехника. – 1997. – № 1. – С. 31 – 42.
5. Леховицкий Д.И., Флексер П.М., Кириллов И.Г., Палишко С.В. Эффективность и особенности междупериодной обработки сигналов в некогерентных РЛС // 10-ая юбил. МНК «Теория и техника передачи, приема и обработки информации». Ч.1. – Х.: ХНУРЭ. – 2004. – С. 201 – 202.
6. Леховицкий Д.И. Обобщенный алгоритм Левинсона и универсальные решетчатые фильтры // Радиофизика. – 1992. – Т. 35, № 9 – 10. – С. 790 – 808.
7. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М.: Наука, 1985. – 640 с.

Поступила 12.05.05

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Карпенко, Харьковский университет Воздушных Сил, Харьков.