

УДК 004.93

А.М. АХМЕТШИН, В.А. БОЙКО, Б.С. БУСЫГИН

*Национальный горный университет, Днепропетровск, Украина*

## СТАТИСТИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕКСТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ МЕТОДОМ ОБОБЩЕННОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА В БАЗИСЕ ГРАММА–ШМИДТА

Описан новый метод классификации текстурных изображений, основанный на представлении ансамбля эталонных гистограммных характеристик в виде новой координатной системы путем использования ортогонализирующего преобразования Грамма–Шмидта. Метод инвариантен к влиянию поворотов изображения текстуры, достаточно прост и удобен с прикладной точки зрения. Представлены результаты экспериментальной проверки, демонстрирующие эффективность метода классификации текстурных изображений.

**текстура, обобщенный спектральный базис, классификация, ортогонализирующее преобразование, инвариантность.**

### Введение

Проблема инвариантной к повороту классификации текстурных изображений является одной из наиболее актуальных в методах дистанционного зондирования Земной поверхности. Эта область традиционно привлекала внимание многих исследователей, однако проблема по-прежнему остается *весьма актуальной*. Основная сложность здесь связана с проблемой одновременного обеспечения чувствительности и стабильности процедуры классификации текстурных изображений, поскольку, с одной стороны, многие текстуры различной физической природы могут иметь весьма похожие информативные признаки (т.е. необходимо повышение чувствительности анализа), а с другой стороны, каждое текстурное изображение представляет собой лишь выборку случайного поля, что приводит к существенному варьированию параметров выборочных текстурных изображений полностью эквивалентных в физическом смысле, что диктует необходимость повышения стабильности процедуры классификации. В этом смысле, к наиболее устойчивым относятся статистические методы классификации текстурных изображений. В соответствии с приня-

той классификацией [1, 2], статистические методы анализа текстурных изображений подразделяются на три группы: статистики первого порядка (гистограммные признаки); статистики второго порядка (корреляционные и спектральные двухмерные характеристики); статистики высокого порядка (биспектральный и триспектральный анализ). Наиболее простыми являются статистики первого порядка, исследованные еще в работах Хоралика [3] и основанные на вычислении первых четырех моментов (среднее, дисперсия, асимметрия и эксцесс) гистограммы текстурного изображения. Привлекательность статистических признаков первого порядка в значительной мере (помимо простоты их вычисления) обуславливается и их инвариантностью к влиянию поворотов текстурного изображения и, в значительной мере, к изменению его масштаба.

К сожалению, статистические методы, основанные на вычислении первых четырех моментов гистограммы текстурного изображения, обладают недостаточной чувствительностью, что привело к длительной утрате интереса в отношении данного направления и переключило внимание многих исследователей на другие методы анализа и классификации текстурных изображений [4].

**Целью работы** является описание и демонстрация информационных возможностей нового метода классификации текстурных изображений, инвариантного к влиянию поворотов и базирующегося на использовании ансамбля гистограмм эталонных текстурных изображений, как основы нового информационного базиса.

### Результаты исследований

Поскольку в настоящее время отсутствует общий метод математического моделирования текстурных изображений с заданными статистическими и спектральными характеристиками, то все реальные методы их анализа базируются на использовании баз эталонных текстурных изображений, при этом число изображений одной текстуры с разными углами ориентации не превосходит пяти – семи. В этом случае задача классификации анализируемой текстуры сводится к ее сопоставлению с одним из эталонов базы (какие бы при этом не использовались методы выделения информативных признаков), что и открывает принципиальную возможность использования методов обобщенного спектрального анализа для решения задач классификации текстурных изображений.

Поскольку в дальнейшем мы будем рассматривать только гистограммные характеристики, то, с позиции теории сигналов, любую гистограмму  $s(x)$  можно представить в виде линейной комбинации типа [5]:

$$s(x_i) = \sum_{k=1}^M c(k) a_k(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где система функций  $\{a_k(x)\}$  – базис, а само выражение (1) – разложение характеристики  $s(x)$  по системе базисных функций. Если система функций определена, то  $s(x)$  может быть полностью охарактеризована зависимостью  $c(k)$ , называемой обобщенной спектральной характеристикой (или просто спектром). Само по себе представление  $s(x)$  в виде

разложения (1) не дает новой информации (по сравнению с самой зависимостью  $s(x)$ ), но может облегчить ее интерпретацию, что и вызывает повышенный интерес к спектральным методам классификации в задачах дистанционного зондирования.

Традиционный подход к выбору базиса основывается на системе тригонометрических функций. В этом случае номером  $k$  является значение частоты колебания  $f$ , а непосредственно анализируемой величиной – модуль спектральной характеристики  $|c(f)|$ . Однако такой выбор нельзя признать оптимальным с точки зрения задач классификации, так как выбор системы базисных функций  $\{a_k(x)\}$  должен наиболее полно соответствовать имеющейся априорной информации. Поскольку в качестве таковой выступает каталог (база) текстурных изображений и (или) их характеристик, то интуитивно очевидна целесообразность построения системы функций  $\{a_k(x)\}$  именно на основе такого каталога.

В общем случае решение задачи классификации текстурных изображений в обобщенном спектральном базисе состоит из трех этапов:

- 1) создание каталога эталонных характеристик текстурных изображений;
- 2) проведение кластерного анализа эталонных характеристик;
- 3) выбор и построение адекватной системы базисных функций.

Весьма важным является второй этап, на котором решается вопрос о значимости различия эталонных характеристик, так как если их различие незначительно, то сама возможность проведения классификации становится сомнительной вне зависимости от типа используемых алгоритмов. Имеется большое количество алгоритмов кластерного анализа [6], но с алгебраической точки зрения вопрос может быть сведен к определению ранга матрицы эталонных характеристик  $S = [s_1 s_2 \dots s_M]$  размерностью  $(N \times M)$ , образованной набором из  $M$  эталонных

характеристик текстур. Практически эта задача может быть решена путем анализа спектра сингулярных чисел, находимых из решения задачи сингулярного разложения матрицы  $S$ :

$$S = U W V^T, \quad (2)$$

где  $U$  – матрица  $(M \times N)$  сингулярных векторов, формирующих ортонормированный базис пространства натянутого на столбцы матрицы  $S$ ;  $W$  – диагональная матрица, элементы которой  $w_i (i = 1, \dots, N)$  являются сингулярными числами матрицы  $S$ , причем  $w_1 \geq w_2 \geq \dots \geq w_N \geq 0$ . Сингулярные числа являются собственными значениями матрицы  $S^T S$ , а  $V$  представляет собой ортогональную матрицу размерностью  $(N \times N)$ . Вопрос определения ранга (числа линейно независимых эталонных характеристик) матрицы  $S$  в этом случае сводится к определению числа сингулярных чисел  $w_k$ , которые можно положить равными нулю [7].

Для разложения по системе базисных функций  $\{a_k(x)\}$  необходимо [4], что бы она была линейно независимой, упорядоченной, ортогональной на интервале определения  $X$  (т.е. чтобы

$$A_{kl} = \int_0^X a_k(x) a_l(x) dx = 0$$

при  $k \neq l$ ) и полной (система называется полной, если любая функция  $s(x)$  может быть представлена через базисные функции). Вследствие ортогональности системы базисных функций  $\{a_k(x)\}$ , коэффициенты разложения  $c(k)$  определяются как

$$c(k) = \int_0^X s(x) a_k(x) dx, \quad k = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

Непосредственное использование в качестве базисных функций ансамбля эталонных характеристик текстурных изображений практически затруднительно, поскольку они, как правило, не являются ортогональными. Поэтому прямым решением в данной ситуации является преобразование набора эта-

лонных характеристик в набор взаимно ортогональных функций посредством использования преобразования Грамма–Шмидта, основанного на использовании следующих рекуррентных соотношений [7]:

$$\begin{aligned} a_1(x) &= s_1(x); \\ a_2(x) &= \gamma_{1,1} a_1(x) + s_2(x); \\ &\dots \\ a_M(x) &= \gamma_{M,1} a_1(x) + \dots + \gamma_{M,M-1} a_{M-1}(x) + s_M(x), \end{aligned} \quad (4)$$

где коэффициенты  $\gamma_{k,l}$  определяются отношением скалярных произведений вида

$$\gamma_{k,l} = - \int_0^X s_k(x) a_l(x) dx / \int_0^X a_l(x) a_l(x) dx. \quad (5)$$

Обобщенная спектральная характеристика неизвестной текстуры находится путем разложения вычисленной информативной характеристики (в нашем случае – это гистограмма текстуры) по системе базисных функций согласно выражению (3). Характерной чертой использования такой системы базисных функций является:

- 1) полное использование всей априорной информации (т.е. не вычисляются моменты гистограммы, а используется все ее 256 отсчетов, равных числу градаций серого отображаемых на мониторе персонального компьютера);
- 2) ограниченность числа спектральных компонент, которое в любом случае не может превышать числа эталонных характеристик;
- 3) упрощение задачи классификации, сводящейся к подсчету неравных нулю обобщенных спектральных компонент, число которых будет совпадать с порядковым номером эталонной характеристики текстуры;
- 4) более высокая информативность по сравнению с методом энергетического Фурье–спектра, так как здесь не происходит потери фазовой информации ( $c(k)$  может быть более или менее нуля).

Практически важен учет следующих обстоятельств: 1) в реальных условиях возможна реализация лишь конечного набора эталонных характери-

стик текстур; 2) поскольку многообразие реальных текстур очень велико, то любая система базисных функций, построенная на основе ансамбля эталонных характеристик, фактически будет неполной, и самое большее, что можно сделать – это оценить степень близости вычисленной характеристики текстуры к одной из эталонных.

Экспериментальные исследования возможностей классификации текстурных изображений на основе метода обобщенного спектрального анализа проводились на примере международной базы данных [2], включающей десять изображений различных текстур для семи различных углов ориентации каждой текстуры (рис. 1). В качестве информативных характеристик, инвариантных к повороту изображения,

рассматривались их гистограммы (рис. 2). Тот факт, что автокорреляционная характеристика текстуры чувствительна к влиянию поворота, наглядно следует из рассмотрения рис. 3, а устойчивость гистограммных характеристик к влиянию этого фактора вытекает из результатов, которые представлены на рис. 4, что и служит теоретическим обоснованием исследования возможности классификации текстур на основе использования именно этих характеристик.

Принципиально важный ответ о степени достижимости правильной классификации текстурных изображений на основе эталонных гистограммных характеристик дает анализ нормированного спектра их сингулярных чисел, представленного в табл. 1.

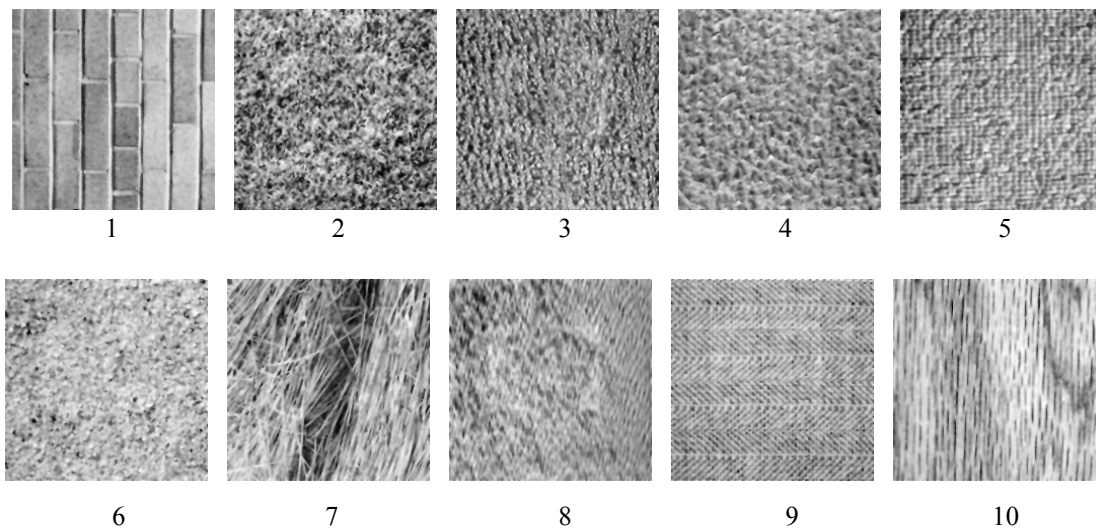


Рис. 1. Образцы текстур, гистограммные характеристики которых были использованы для построения системы базисных функций (угол ориентации текстуры  $0^\circ$ )

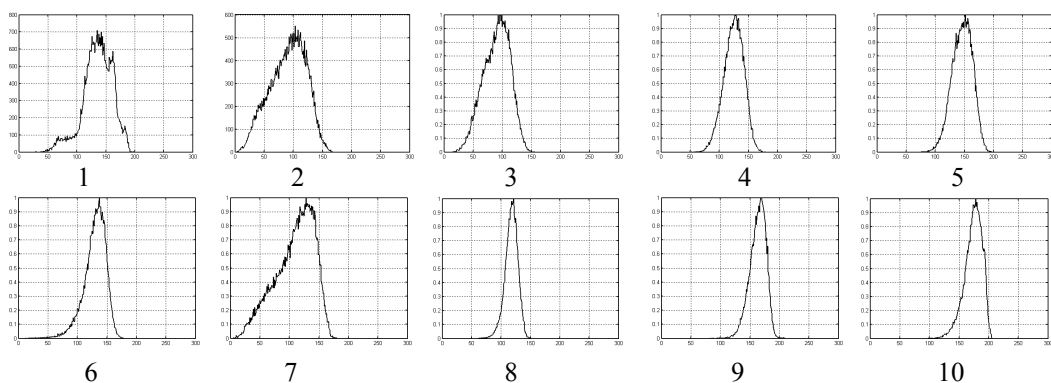


Рис. 2. Эталонные гистограммы распределения яркости текстурных изображений

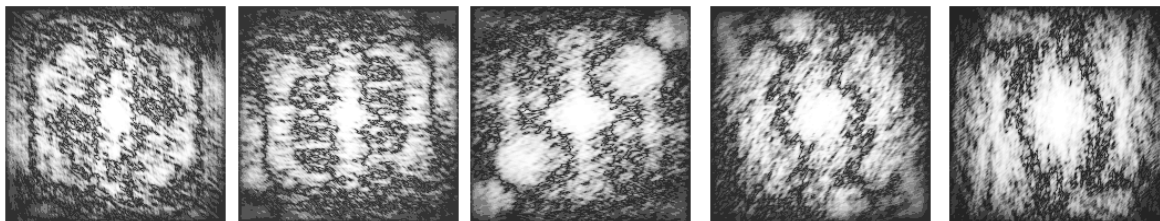


Рис. 3. Автокорреляционная функция текстуры восьмого типа для углов поворота изображения на 30, 60, 90, 120 и 150° соответственно

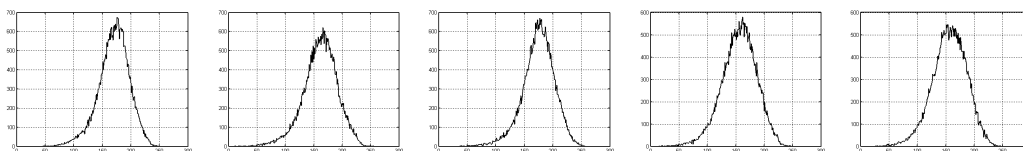


Рис. 4. Гистограммы текстуры восьмого типа для углов поворота изображения на 30, 60, 90, 120 и 150° соответственно

Таблица 1

Спектр нормированных сингулярных чисел ансамбля эталонных гистограмм (рис. 2)

$m$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$W\%$	59.09	25.07	8.24	5.34	1.93	0.21	0.05	0.04	0.02	0.01

Из рассмотрения спектра сингулярных чисел следует, что ансамбль эталонных гистограмм является линейно зависимым и устойчивая классификация возможна лишь для пяти – шести типов текстур. На рис. 5 приведены новые базисные функции, синтезированные методом Грамма–Шмидта на основе ансамбля эталонных гистограмм при угле ориентации текстуры 0°. В табл. 2 показаны зависимости обобщенной спектральной характеристики  $c(k)$  для представленных выше текстур, из рассмотрения которых вытекают как основные особенности предложенного метода, так и некоторые его проблемы.

1. Задача классификации типа текстуры сводится к определению номера последней значимой спектральной компоненты в синтезированной обобщенной спектральной характеристике, поскольку, как это следует из рассмотрения табл. 2, все амплитуды (проекции)  $c(k)$  отличны от нуля, а сама задача классификации, с принципиальной точки зрения, носит статистический характер из-за влияния структурно-шумовых факторов, столь характерных для текстурных изображений.

2. В этом смысле, метод обобщенного спектрального анализа в базисе Грамма–Шмидта позволил

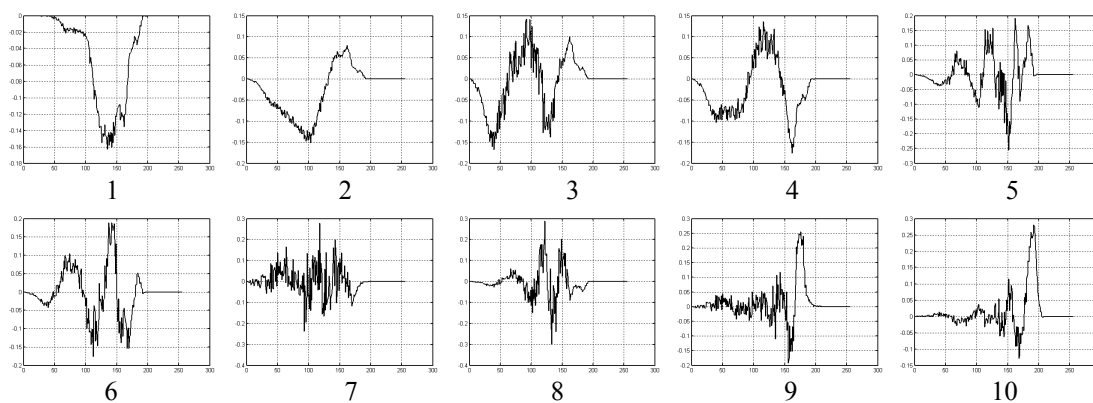


Рис. 5. Компоненты обобщенного спектрального базиса, синтезированные из ансамбля эталонных гистограмм

Таблица 2  
Зависимость обобщенной спектральной характеристики для каждой из рассмотренных текстур при угле ориентации, равном 60°

$k$	Текстура									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-4,257	-1,931	-1,483	-4,564	-4,689	-4,718	-3,009	-4,198	-3,453	-2,395
2	-0,232	-3,217	-3,932	-1,051	1,088	-0,507	-2,065	-2,487	1,721	1,203
3	-0,093	0,005	0,895	-0,799	0,345	-0,778	-0,183	-1,210	1,694	1,266
4	0,241	-0,002	-0,173	1,953	-0,793	1,469	0,387	3,150	-2,948	-2,224
5	-0,105	0,005	-0,047	-0,167	-0,941	-0,611	-0,316	1,643	0,021	1,009
6	-0,139	-0,013	0,039	0,225	-0,016	0,899	0,331	-1,843	-1,709	-1,112
7	-0,082	0,122	0,062	0,009	0,017	0,106	0,162	-0,078	-0,761	-0,869
8	-0,023	0,043	-0,048	0,036	0,003	-0,112	0,004	1,324	-0,388	-0,663
9	0,169	0,050	0,020	0,012	0,120	-0,004	0,002	-0,044	2,119	2,828
10	-0,001	-0,005	-0,001	0,003	-0,021	0,002	0,001	-0,011	0,043	2,228

успешно решить задачу классификации (значимыми являются диагональные компоненты в табл. 2), однако возникает новый вопрос о надежности (достоверности) процедуры классификации, сводящейся, по сути дела, к проблеме синтеза решающего правила (выбора порога классификации) в условиях значительной статистической неопределенности из-за наличия лишь ограниченного числа эталонных изображений текстур.

3. Если, например, принять порог классификации равным 0,5, то все текстуры, за исключением седьмой, классифицируются правильно. Однако, если рассматривать обобщенную спектральную характеристику седьмой текстуры как функциональную зависимость, то седьмая проекция равная 0,162, безусловно, является значимой, поскольку восьмая, девятая и десятая проекции меньше седьмой почти на два порядка. Последнее демонстрирует как особенности, так и проблемы синтеза систем автоматизированной классификации текстурных изображений.

Поскольку каждое текстурное изображение представляет собой выборку из генеральной совокупности, то это привносит дополнительные сложности с точки зрения принятия статистически обоснованного решения, что следует из рассмотрения данных в табл. 3. Так, если для углов ориентации 30 и 60° текстура второго типа классифицируется по обобщенной спектральной характеристике совершенно однозначно, то для углов 90, 120 и 150° воз-

никает определенная проблема, связанная с появлением значимой четвертой компоненты, что приводит к ошибке классификации на этих углах ориентации текстур.

Таблица 3  
Зависимость обобщенной спектральной характеристики  $c(k)$  текстуры второго типа от угла ее ориентации

$k$	30°	60°	90°	120°	150°
1	-2,0178	-1,9313	-2,4251	-2,3383	-2,2890
2	-3,1926	-3,2172	-3,0746	-3,1359	-3,1569
3	0,0164	0,0051	0,1543	0,1634	0,1931
4	0,0821	-0,0028	0,5536	0,4793	0,4398
5	0,0229	0,0052	0,0468	0,0669	0,0381
6	-0,0127	-0,0135	-0,0363	-0,0345	-0,0377
7	0,1138	0,1226	0,0230	0,0408	0,0411
8	0,0194	0,0432	0,0288	0,0232	0,0099
9	0,0387	0,0505	0,0264	0,0269	0,0236
10	-0,0090	-0,0057	-0,0085	-0,0137	-0,0059

Для повышения надежности процедуры классификации, в качестве дополнительной информационной характеристики нами были использованы гистограммы энергетических Фурье-спектров исследуемых текстурных изображений  $i(x, y)$ , вычисляемых на основе выражения

$$|I(\omega_x, \omega_y)| = \left| \iint i(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy \right|, \quad (6)$$

причем решение о принадлежности текстуры к тому или иному классу принималось на основе мажоритарного принципа, т.е. только при наличии двух совпадений для повышения надежности процедуры классификации (табл. 4). Так, если при использовании характеристики первого типа ошибка возникает

для углов ориентации 90, 120 и 150° (табл. 3), то при использовании характеристики второго типа ошибка возникает на углах 60 и 150°, но совпадение происходит только для одного угла в 150°, что позволяет повысить достоверность классификации в данном случае в три раза.

Таблица 4

Зависимость обобщенной спектральной характеристики  $c(k)$  для модуля преобразования Фурье текстуры второго типа от угла ее ориентации

$k$	30°	60°	90°	120°	150°
1	-1,3799	-1,9598	-1,6654	-1,4284	-1,7685
2	-3,2458	-2,7597	-3,4518	-3,3599	-3,0800
3	0,1654	0,6586	0,2549	0,1399	0,4875
4	0,0675	-0,7033	0,2088	0,0158	0,4471
5	0,0419	0,1152	0,0684	0,0079	0,0668
6	-0,0826	-0,0267	-0,0141	-0,0076	-0,0091
7	0,0515	0,1878	0,0527	0,0599	0,1721
8	0,0692	0,2034	0,0742	0,0282	0,2023
9	0,0044	0,0041	0,0254	0,0265	0,0195
10	-0,0130	-0,0273	-0,0612	-0,0015	-0,0068

### Заключение

На основе полученных экспериментальных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Процедура классификация по гистограммным характеристикам методом обобщенного спектрального анализа в информационном базисе Грамма-Шмидта представляет собой достаточно простой и эффективный аппарат количественного и качественного анализа текстурных изображений.

2. Целесообразность использования гистограмм в качестве информативных характеристик текстурных изображений обусловлена простотой их вычислений, инвариантностью к влиянию поворотов и, в значительной мере, к изменению масштаба анализируемых изображений.

3. Обобщенный спектральный базис Грамма-Шмидта позволяет максимально использовать всю априорную информацию и облегчить интерпретацию результатов сводящуюся к определению номера последней значимой спектральной компоненты в синтезированной обобщенной спектральной характеристике.

4. Использование в качестве дополнительных информативных характеристик гистограмм энергетических Фурье-спектров изображений текстур в сочетании с мажоритарным принципом принятия решения позволяет повысить надежность процедуры классификации текстуры.

5. Метод имеет значительный потенциал дальнейшего развития, связанный, в первую очередь, с усовершенствованием системы отбора эталонов на основе использования дополнительных математических трансформаций, направленных на увеличение ранга ансамбля эталонных характеристик в целях повышения достоверности и помехоустойчивости процедуры классификации.

### Литература

1. Tomita F., Tsuji S. Computer Analysis of Visual Textures. – Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990. – 381 p.
2. Tucierian M., Jain A. Texture analysis. Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision. – London: World Scientific Publishing. – 1998. – P. 207 – 248.
3. Haralick N.M. Statistical and structural approaches to textures // Proc. IEEE. – 1979. – Vol. 67. – P. 786 – 804.
4. Форсайт Д., Понс Ж. Компьютерное зрение: современный подход. – М.: Вильямс, 2004. – 508 с.
5. Трахтман А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. – М.: Радио и связь, 1972. – 231 с.
6. Jain A.K., Dubes R.C. Algorithms for Clustering Datas. – Englewood: Prentice-Hall, 1988. – 207 с.
7. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения. – М.: Мир, 1980. – 429 с.

Поступила в редакцию 10.05.05

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.М. Корчинский, Днепропетровский национальный университет, Днепропетровск