

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЛОКАЛЬНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ**

Обмен информации в быстро распространяющихся децентрализованных структурах осуществляется, как правило, посредством общего моноканала, к которому подключены станции сети. Возникает задача разделения общего ресурса между пользователями. Она решается с помощью различных протоколов множественного доступа. Одним из наиболее используемых протоколов является CSMA/CD. Характеристики данной модели зависят не только от средних значений параметров сети, но и чувствительны к виду их распределений. Интерес представляет рассмотрение модели с параметрами, имеющими произвольное распределение. Решению этой задачи и посвящена данная статья

**локальная вычислительная сеть, обмен информации, протокол, база данных, канал, абонентский комплект, система передачи данных**

### **Введение**

Подходы к проектированию рациональной логической структуры распределенной базы данных реляционного типа автоматизированной информационной системы (АИС) могут быть различны. Однако все они стоят перед необходимостью учесть общие и специфические условия функционирования конкретного органа управления.

### **1. Анализ известных достижений**

Анализ работ в области проектирования АИС свидетельствует, что процессу непосредственного проектирования АИС предшествует анализ специфики функционирования соответствующей системы [9]. Как показывает опыт создания АИС [8], важнейшую роль в процессе проектирования играет создание адекватных математических моделей функционирования локальных вычислительных сетей (ЛВС).

### **2. Выделение нерешенной задачи**

Проведенные исследования показывают, то комплексное проектирование структуры АИС рассматривается как совместная оптимизация структурных параметров ее элементов. Технической базой АИС

является ЛВС, физическая структура которой определяется количеством и размещением абонентских комплектов (АК), линий связи системы передачи данных (СПД), производительностью процессоров ЭВМ АК и пропускной способностью каналов СПД, привязкой пользователей АИС и информационных массивов реляционной базы данных (РБД) к АК и требуемым объемом памяти ПЭВМ для хранения массивов информации.

При этом ЛВС - совокупность взаимосвязанных и распределённых на сравнительно небольшой территории вычислительных ресурсов, взаимодействие которых обеспечивается специальной СПД. Она предназначена для сбора, передачи, рассредоточенной и распределённой обработки информации.

В качестве основы для стандартизации разработки ЛВС использована базовая эталонная модель, определённая Международным стандартом 7498 [1-4]. Эталонная модель (ЭМ) распространяется на объекты ЛВС, состоящих из одной или нескольких ЭВМ с различными или идентичными аппаратными и программными средствами. Она создаёт чёткое распределение функций между уровнями взаимодействия объектов и допускает совершенствование технической базы и программного обеспечения ЛВС. Границы между уровнями выбраны таким об-

разом, чтобы перестройка одного уровня не повлекла за собой перестройку другого, сложность интерфейсов между уровнями была бы невысока и каждый  $i$  - й уровень представлял все необходимые услуги  $(i+1)$  – му уровню.

Реализация всех семи уровней ЭМ требует значительных затрат на создание программного обеспечения системы передачи данных. Поэтому на основе ЭМ в области ЛВС стандартом IEEE 802 [5, 6] рекомендованы к реализации в рамках канального уровня два базовых подуровня: LLC – логика управления логическими каналами, MAC – логика управления средствами доступа. Остальные уровни от 7 до 2 в большинстве случаев возлагаются на станции ЛВС.

Особенности ЛВС определяет подуровень MAC, реализующий алгоритм доступа к среде с помощью программы средств АК и аппаратных средств СПД [4, 7-9]. Методы совместного использования физической среды делятся на следующие [6]: опрос, передача маркера, случайный доступ, резервирование времени, сегментированная передача, вставка регистра, радиочастотная модуляция, комбинированные методы.

Используя результаты исследований различных методов доступа в ЛВС [2, 8, 10] и учитывая особенности АИС, предпочтение отдадим комбинированному методу [7], обеспечивающему мультиориентированность локальной сети в отношении нагрузки. В нормальном режиме работы при средней интенсивности трафика, когда вероятность состязаний сообщений незначительна при из-за невысокой нагрузки, сеть работает со случайным доступом, обеспечивающим минимум служебной информации и максимальную скорость доступа к каналу.

Большую часть времени канальный уровень находится в состоянии прослушивания канала связи. В этом состоянии анализируются все кадры, передаваемые физическим уровнем (средой). Если заголовок кадра содержит адрес назначения, совпадающий

с адресом АК (узла), канальный уровень переходит в состояние приёма, во время которого происходит приём кадра. Когда приём кадра завершён, об этом сообщается более высокому уровню сети, а канальный уровень возвращается в состояние прослушивания. Возможно, что конфликт произойдёт во время приёма кадра. В этом случае приём кадра прерывается, канальный уровень переходит в состояние прослушивания.

Кадр можно передать в среду только по запросу сетевого уровня. Когда делается такой запрос, и АК не находится в состоянии приёма, канальный уровень переходит в состояние ожидания. В этом состоянии АК ждёт, когда среда освободится. После освобождения среды начинается передача сообщения. Если передача завершается успешно (без конфликтов), состояние вновь изменяется на состояние прослушивания. Если во время передачи кадра встречается конфликт, передача прерывается и её следует повториться снова. При этом состояние изменяется на состояние задержки. В этом состоянии АК находится некоторое время  $\tau$  и потом опять переходит в состояние ожидания.

Время задержки при каждом конфликте вычисляется каждый раз заново [1, 2] таким образом, чтобы не допустить блокировок, из которых пара АК, вызвавших конфликт, не может выйти. При нарастании интенсивности трафика конфликты сообщений учащаются, и скорость передачи данных в СПД существенно снижается вследствие влияния интервалов выжидания перед повторной передачей на время задержки сообщений. Поэтому при резком повышении загрузки ЛВС производится автоматический переход сети к интервально – маркерному методу доступа [6]. Вынужденные задержки при обмене маркерами снижают полезную пропускную способность сети. Но при большой интенсивности трафика это компенсируется отсутствием конфликтных обращений к каналу, что обеспечивает равномерность задержки практически на всём диа-

пазоне изменения загрузки СПД.

Представим в общем виде модель функционирования ЛВС.

### 3. Цель работы

Разработать математическую модель функционирования локальной вычислительной сети с комбинированным доступом.

### 4. Постановка задачи

Пусть в ЛВС АИС имеется  $L$  АК. Каждый АК имеет неограниченное число мест в очереди к процессору и одно место для ожидания в очереди к каналу СПД [10]. Максимальная длина очереди к каналу равна  $L - 1$ . АК, имеющий пакет для передачи назовём активным, а не имеющий пакета – пассивным. В пассивном состоянии каждый АК пребывает случайное время, распределённое экспоненциально с параметром  $\lambda$ . Обозначим через  $\Lambda$  суммарную интенсивность потока пакетов в СПД ЛВС. Тогда интенсивность суммарного потока пакетов (возникающих активных АК) равна  $G(l_a) = \lambda (L - l_a)$ , где  $l_a$  – текущее число активных АК.

### 5. Основной материал

С момента возникновения пакета активный АК совершает следующие действия. Мгновенно проверяет состояние канала СПД (при интервально – маркерном методе доступа проверяется наличие маркера), который может быть либо занятым, либо свободным. Если канал свободен (присутствует маркер), то АК начинает передачу пакета. Предполагается, что длительность передачи пакета в канал есть случайная величина  $\tau_n$ . Будем считать, что остальные АК одновременно примут сигнал о начале передачи пакета через случайный промежуток времени  $\tau_{nn}$  – время обнаружения передачи пакета. Если до истечения времени  $\tau_{nn}$  (на протяжении  $\tau_{nn}$  канал для других АК остаётся свободным) начнёт переда-

чу другой АК (случайный метод доступа), то произойдёт конфликт, и канал мгновенно перейдёт в конфликтное состояние. При этом АК, участвующие в конфликте, откладывают свою последующую передачу на случайное экспоненциальное время с параметром  $R(l_a)$ . Предполагается, что конфликтное состояние длится случайное время  $\tau_k$ . В течение этого времени канал блокируется, а по его истечении – освобождается. Если же за время  $\tau_{nn}$  конфликт не произойдёт, и передача пакета ещё не завершится (при завершении передачи считаем, что пакет передан успешно), то его дальнейшая передача будет бесконфликтной. После окончания бесконфликтной передачи пакета канал освобождается, а число активных АК уменьшается на единицу (передававший АК становится пассивный).

Если обнаружится, что канал занят (отсутствует маркер, блокирован бесконфликтной передачей или находится в конфликтном состоянии), то каждый активный АК (новый активный или у которого истекло время задержки повторной передачи) откладывает последующую передачу (ожидает получения маркера) на случайное экспоненциальное время с параметром  $R(l_a)$ .

Таким образом, состояние модели ЛВС АИС в момент времени  $t$  может быть определено как состояние случайного процесса  $\varepsilon_t = (l_{at}, SC_t)$ , где  $l_{at}$  - число активных АК в сети, а  $SC_t$  - состояние канала СПД, причём

$$SC_t = \begin{cases} \text{а, если канал свободен для всех АК;} \\ \text{в, если передаёт только один АК, а} \\ \text{время } \tau_{nn} \text{ ещё не истекло;} \\ \text{с, если передача пакета завершена,} \\ \text{\tau_{nn} ещё не истекло;} \\ \text{д, если канал находится в конфликтном} \\ \text{состоянии;} \\ \text{е, если происходит бесконфликтная} \\ \text{передача пакета.} \end{cases}$$

Диаграмма переходов процесса  $\mathcal{E}_t$  представлена на рис. 1. Опишем подробнее все виды переходов.

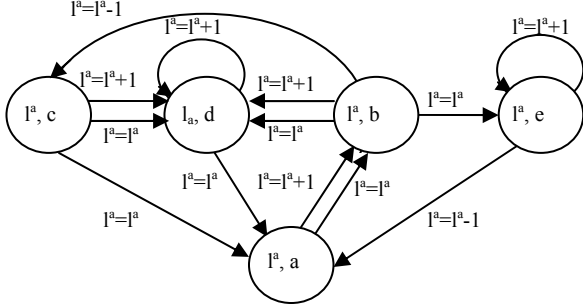


Рис. 1. Диаграмма переходов процесса  $\mathcal{E}_t$

Из состояния  $(l_a, a)$ ,  $l_a = \overline{0, L}$ , когда в сети  $l_a$  активных АК, но ни один из них не передаёт возможные переходы:

- $(l_a, a) \rightarrow (l_a + 1, b)$ ,  $l_a \neq L$ , если раньше начинает передачу пакета новый активный АК;
- $(l_a, a) \rightarrow (l_a, b)$ , если передачу пакета начинает один из  $l_a$  имеющихся активных АК.

В состоянии  $(l_a, b)$ ,  $l_a = \overline{1, L}$ , только один из  $l_a$  активных АК передаёт пакет, и время  $\tau_{HH}$  не стекло. Из этого состояния возможны следующие переходы:

- $(l_a, b) \rightarrow (l_a + 1, d)$ ,  $l_a \neq L$ , если в течение  $\tau_{HH}$  начинается передача кадров новым активным АК;
- $(l_a, b) \rightarrow (l_a, d)$ , если в течении  $\tau_{HH}$  раньше начинает передачу один из  $l_a - 1$  отложивших передачу активных АК;
- $(l_a, b) \rightarrow (l_a - 1, c)$ , если передача кадра успешно завершена до истечения времени  $\tau_{HH}$ ;
- $(l_a, b) \rightarrow (l_a, E)$ , если  $\tau_{HH}$  истекло до завершения передачи кадра АК.

Из состояния  $(l_a, c)$ ,  $l_a = \overline{1, L}$ , в котором переда-

ча кадра завершена, а время обнаружения его  $\tau_{HH}$  ещё не истекло, возможны переходы:

- $(l_a, c) \rightarrow (l_a + 1, d)$ ,  $l_a \neq L$ , в момент возникновения нового активного АК;
- $(l_a, c) \rightarrow (l_a, d)$ , если раньше начнёт передачу один из  $l_a - 1$  ожидающих активных АК;
- $(l_a, c) \rightarrow (l_a - 1, c)$ , если раньше закончится время обнаружения передачи.

В конфликтном состоянии  $(l_a, d)$ ,  $l_a = \overline{1, L}$  канал блокирован и возможно лишь следующие переходы:

- $(l_a, d) \rightarrow (l_a + 1, d)$ ,  $l_a \neq L$ , если возникает новый АК;
- $(l_a, d) \rightarrow (l_a, a)$ , если истекает время  $\tau_K$ .

В состоянии  $(l_a, E)$ ,  $l_a = \overline{1, L}$  происходит бесконфликтная передача кадра, в течение которой канал блокируется. Поэтому возможны переходы:

- $(l_a, E) \rightarrow (l_a - 1, a)$ , при завершении передачи кадра.

Таким образом, случайный процесс  $\mathcal{E}_t = (l_{at}, SC_t)$  описывает состояния модели ЛВС при функционировании АИС. В предложении о марковости такого процесса с использованием выводов, полученных в [11], запишем выражения финальных вероятностей для каждого его состояния:

- для состояния  $(l_a, a)$

$$P_a(l_a) = \frac{G(l_a - 1)[(1 - \delta_{l_a}^1)(P_a(l_a - 1) + P_b(l_a - 1) + P_e(l_a - 1) + P_d(l_a - 1))] + l_a R(l_a) \alpha_{l_a} - G(l_a) \beta_{l_a}(0)}{l_a R(l_a)}$$

$$+ (1 - \delta_{l_a}^1) G(l_a) Z_{l_a - 1} - \frac{G(l_a - 1)}{l_a R(l_a)} P_a(l_a - 1), l_a = \overline{1, L}; (1)$$

- для состояния  $(l_a, b)$

$$p_b(l_a) = p_b(l_a, a) \alpha_b(l_a), l_a = \overline{1, L}; (2)$$

- для состояния  $(l_a, c)$

$$p_c(l_a) = p_b(l_a, a) \alpha^{(l_a)} p_b(l_a), l_a = \overline{1, L}; (3)$$

- для состояния  $(l_a, d)$

$$p_d(l_a) = \sum_{l=1}^{l_a} p_b(l, a) \gamma_l(l_a - l),$$

$$l_a = \overline{1, L}; (4)$$

- для состояния  $(l_a, E)$

$$p_E(l_a) = \sum_{l=1}^{l_a} p_b(l, a) \beta_l(l_a - l), l_a = \overline{1, L};$$

$$\text{где } \alpha_b(l_a) = \int_0^{\infty} (1 - \Pi(x))(1 - H(x))e^{-T(l_a)x} dx;$$

$$\alpha^{(l_a)} = \frac{1 - \alpha_{l_a}}{T(l_a)};$$

$$\beta_{l_a}(i) = C_{L-l_a}^i \int_0^{\infty} e^{-T(l_a)t} \int_0^{\infty} (1 - H(Z+t))e^{-G(l_a+i)Z} (1 - e^{-\lambda Z})^i dZ d\Pi(t);$$

$$\gamma_{l_a}(i) = C_{L-l_a}^i \int_0^{\infty} (1 - K(Z))e^{-G(l_a+i)Z} (1 - e^{-\lambda Z})^i dZ, i = \overline{0, L-l_a};$$

$$T(l_a) = G(l_a) + (l_a - 1)R(l_a - 1), l_a = \overline{1, L};$$

$$\alpha_{l_a} = \int_0^{\infty} e^{-T(l_a)x} d\Pi(x), l_a = \overline{1, L};$$

а  $p_b(l_a, a)$  и  $p_d(l, a)$  определяются из соотношений:

$$p_b(l_a, a) = l_a R(l_a) p_a(l_a) + G(l_a - 1) p_a(l_a - 1), l_a = \overline{1, L} \quad (5)$$

$$p_d(l_a, a) = (1 - \delta_{l_a}^1) G(l_a - 1) p_b(l_a - 1, a) \bar{\alpha}_{l_a - 1} + (l - 1) R(l - 1) p_b(l, a) \bar{\alpha}_l, l = \overline{1, L} \quad (6)$$

где  $\delta_{l_a}^1$  - символ Кронекера;  $\Pi(x), H(x), K(x)$  - функции распределения случайных величин  $\tau_n, \tau_{np}, \tau_k$  соответственно.

Таким образом, формулы (1), (2) - (6) задают с точностью до  $p_a(0)$  рекуррентный алгоритм для расчёта стационарных вероятностей  $p_v(l_a)$ ,  $l = \overline{1, L}$ ;  $v \in X$ , где  $X = \{a, b, c, d, E\}$  и соответствующих им вероятностей. Вероятность  $p_a(0)$  находится из условия

$$p_a(0) + \sum_{l_a=1}^{L} \sum_{v \in X} p_v(l_a) = 1.$$

## Выводы

Данная модель функционирования автоматизированной информационной системы позволяет описать состояния ЛВС. Используя гипотезу о марковости процесса, получены зависимости для расчета вероятностей для каждого из состояний ЛВС.

## Литература

1. Овчинников В.В., Рыбкин И.И. Техническая база интерфейсов локальных вычислительных сетей. - М.: Радио и связь, 1989. - 347 с.
2. Райс Л. Эксперименты с локальными сетями микро-ЭВМ. - М.: Мир, 1990. - 284 с.
3. МОС 7498 системы обработки информации. Взаимосвязь открытых систем. Базовая эталонная модель., 1986. - 78 с.
4. Бойченко Е.В., Кальфа В., Овчинников В.В. Локальные вычислительные сети. - М.: Радио и связь, 1985. - 196 с.
5. Дженнигс Ф. Практическая передача данных. Модемы. Сети и протоколы. - М.: Мир, 1989. - 366 с.
6. Щербо В.К., Киренчев В.М., Самойленко В.И. Стандарты по локальным вычислительным сетям. / Справочник:- М.: Радио и связь, 1980. - 244 с.
7. Протоколы информационно-вычислительных сетей. / Справочник. Под ред. Мизина И.А., Кулешова А.П. - М.: Радио и связь, 1990. - 420 с.
8. Богуславский Л.Б., Дрожинов В.И. Основы построения вычислительных сетей для автоматизированных систем. - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 382 с.
9. Бойко В.В., Савников В.М. Проектирование баз данных информационных систем.- М.: Финансы и статистика, 1989. - 286 с.
10. Пранишвилли И.В., Подлазов В.С., Стецюра Г.Г. Локальные микропроцессорные вычислительные сети.- М.: Наука, 1984. - 258 с.
11. Количков Н.Н. Анализ характеристик локальной сети с конечным числом станций. // Автоматика и вычислительная техника, 1990, № 6. - С. 26-32.

Поступила в редакцию 09.10.03

**Рецензент:** д-р техн. наук, профессор Харченко В.С., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков