

## ЯКІСНІ МЕТОДИ ОПИСУ ПОВЕДІНКИ СИСТЕМИ ФАЗОВОЇ АВТОПІДСТРОЙКИ З КОЛОМ ДОДАТКОВОГО ЗВОРОТНОГО ЗВ'ЯЗКУ

У даній статті буде коротко проаналізовано основне диференціальне рівняння, що описує роботу системи фазового автопідстроювання частоти та проведено класифікацію можливих типів рішення, в основу якої покладені спрощення, що характеризуються певними часовими масштабами

**фазова автопідстройка, аналогова система, канал регулювання, диференційне рівняння, додатковий зворотний зв'язок, різниця фаз**

### Постановка проблеми

Системи фазового автопідстроювання частоти (ФАП) використовуються у різноманітних радіотехнічних пристроях, які є основою систем радіоуправління і радіозв'язку. У сучасних умовах для забезпечення своєї працездатності такі системи повинні мати невеликий час входження у радіозв'язок і високу швидкість при перестроюванні з однієї частоти на іншу. У зв'язку з цим актуальним є розгляд питань щодо підвищення динамічних властивостей аналогових систем ФАП.

В роботах Шахгільдяна В.В., Кабанова О.І., Макарука С.М., Стеклова В.І., в публікаціях [1, 2] та інших розглянуті можливі шляхи підвищення швидкодії систем ФАП введенням додаткових каналів регулювання по фазі.

За допомогою методу певних часових масштабів отримати проєкції фазових траєкторій поведінки системи ФАП, яка описується диференціальним рівнянням IV порядку.

Системи ФАП з додатковим колом регулювання за фазою, параметри якого регулюються за часом, має малий час входження у синхронізм, але описується диференціальним рівнянням IV порядку, аналіз якого досить складний.

### Основний матеріал

Структурна схема такої системи фазового автопідстроювання частоти з колом додаткового зворотного зв'язку, яка буде розглянута, наведено на рис. 1. Запропонована схема системи ФАП містить коло зворотного зв'язку по фазі із параметрами, що динамічно регулюються, та канал оцінки стану системи ФАП. У склад кола зворотного зв'язку по фазі входять фільтр нижніх частот (ФНЧ2) та фазовий модулятор (ФМ) із додатковим входом регулювання кривини модуляційної характеристики, що впливає на сигнал генератора, керуваного напругою (ГКН). У склад каналу оцінки стану системи ФАП входить фазообертач (ФО) вхідного сигналу, другий фазовий детектор (ФД2), першим входом з'єднаний з ФО, а другим – з виходом ФМ і фільтр нижніх частот (ФНЧ3), встановлений між додатковим входом регулювання кривини ФМ і виходом ФД2.

Складемо диференціальне рівняння відносно різниці фаз сигналів на входах ФД1:

$$\theta = \varphi_m - \varphi_0 \quad (1)$$

де  $\varphi_m$  - фаза сигналу на виході фазового модулятора;  $\varphi_0$  - фаза сигналу на вході системи ФАП.

В операторній формі  $p=d/dt$  похідну від різниці фаз  $\theta$  запишемо у вигляді:

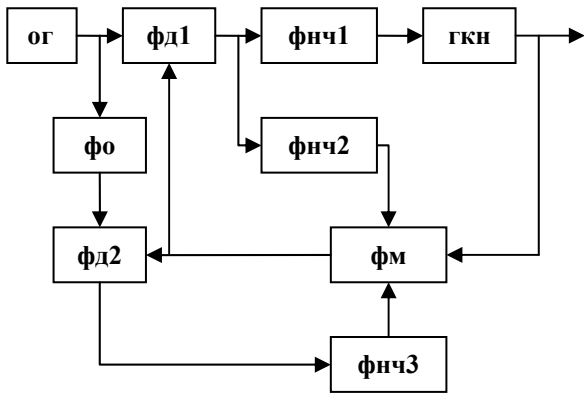


Рис. 1. Структурна схема системи фазового автопідстроювання частоти з колом додаткового зворотного зв'язку

$$\rho\theta = \rho\varphi_m - \rho\varphi_0 \quad (2)$$

Після певних перетворень отримаємо диференціальне рівняння:

$$p\theta = C_1\Phi_r \{E_1 F_1(\theta) K_1(p)\} - pK_y \{K_3(p) E_2 F_2(\theta - \eta)\} \Phi_M \left\{ \begin{matrix} K_2(p) E_1 \times \\ \times F(\theta) \end{matrix} \right\} - \omega_0 \quad (3)$$

де  $C_1$ - коефіцієнт перетворення частоти ГКН,  $\Phi_r\{\cdot\}$ - нелінійна функція характеристики управління ГКН,

$E_1$  - максимальна напруга, яку видає ФД1,

$F_1(\theta)$ - нормована характеристика ФД1,

$K_1(p)$ - передаточна функція ФНЧ1,

$K_y\{\cdot\}$ - нелінійна функція характеристики управління кривою модуляційної характеристики ФМ,

$K_3(p)$ - передаточна функція ФНЧ3,

$E_2$ - максимальна напруга, яку видає ФД2,

$F_2(\theta - \eta)$  - нормована характеристика ФД2,

$\eta$ - фазовий зсув сигналу у фазообертачі ФФ,

$\Phi_M\{\cdot\}$ - нелінійна функція характеристики управління ФМ,

$K_2(p)$ - передаточна функція ФНЧ2,

$\omega_0$  - частота вхідного сигналу.

Отримане нелінійне диференціальне рівняння дозволяє проаналізувати роботу удосконаленої системи ФАП. Рішення цього диференційного рівняння дуже складне.

Як показує аналіз, в окремих випадках, з достат-

ньою точністю для інженерних розрахунків можна вважати, що характеристика ФМ  $\Phi_M\{\cdot\}$ , регуляційна характеристика кривою модуляційної характеристики ФМ  $K_y\{\cdot\}$  та характеристика управління ГКН  $\Phi_r\{\cdot\}$  лінійні у робочих границях зміни відповідних управляючих напруг. Це припущення дозволяє спростити диференціальне рівняння (3) та привести його до виду

$$\frac{1}{\Omega} p\theta + C_1 K_1(p) F_1(\theta) + \frac{\Psi}{\Omega} p K_2(p) \times [1 - c K_3(p) F_2(\theta - \eta)] F_1(\theta) = \gamma_0 \quad (4)$$

де  $\Psi$  - максимальний динамічний діапазон фазового модулятора ФМ,

$\Omega$  - максимальна перебудова ГКН,

$c$  - нормований коефіцієнт управління кривою модуляційної характеристики ФМ,

$\gamma_0$  - відносна початкова розстройка ГКН за частотою.

Диференціальне рівняння (4) отримане для довільних функцій  $F_1(\theta)$  та  $F_2(\theta)$ , а також для довільних передаточних функцій  $K_1(p)$ ,  $K_2(p)$  та  $K_3(p)$ . Будемо відшукувати рішення цього рівняння для сукупності функцій, що найчастіше зустрічаються на практиці:  $F_1(\theta) = \sin \theta$ , при цьому  $\eta = \pi/2$ , та  $|F_2(\theta - \eta)| = |\sin(\theta - \pi/2)| = |\cos(\theta)|$ ;  $K_1(p) = (1 + mpT)/(1 + pT)$  - пропорційно-інтегруючий фільтр;  $K_2(p) = 1/(1 + pT_2)$  інтегруючий фільтр;  $K_3(p) = 1/(1 + pT_1)$  - інтегруючий фільтр. Тому, основне рівняння (4) буде у подальшому мати наступний вигляд:

$$\frac{1}{\Omega} p\theta + C_1 \frac{1 + mpT}{1 + pT} \sin \theta + \frac{\Psi}{\Omega} p \frac{1}{1 + pT_2} \times \left[ \sin \theta - c \frac{1}{1 + pT_1} |\cos \theta| \sin \theta \right] = \gamma_0 \quad (5)$$

Після нескладних перетворень отримаємо наступне рівняння (6):

$$\begin{aligned}
& TT_1 T_2 \theta'' + \left\{ (TT_1 + TT_2 + T_1 T_2) \theta + C_1 \Omega m T T_1 T_2 \times \right\}''' + \\
& + \left\{ (T + T_1 + T_2) \theta + C_1 \Omega (T_1 T_2 + m T T_1 + m T T_2) \times \right\}'' + \\
& + \left\{ \theta + C_1 \Omega (T_1 + T_2 + m T) \sin \theta + \psi \left( \frac{\sin \theta - c \times}{\times |\cos \theta| \sin \theta} \right) \right\}' + \\
& + C_1 \Omega \sin \theta = \Omega (1 + pT)(1 + pT_1)(1 + pT_2) \gamma_0.
\end{aligned} \quad (6)$$

Це нелінійне диференціальне рівняння четвертого порядку. Якщо  $\gamma_0$  постійна, що відповідає постійній відносній розстройці по частоті, то права частина (6) спрощується і приймає вигляд  $\Omega \gamma_0$ .

Наведемо класифікацію можливих типів рішень рівняння (5). Основою для класифікації служать дві обставини: використання співвідношення між чисельними значеннями параметрів, які входять до рівняння та дозволяють вносити суттєві спрощення; розгляд рівнянь для рішень, що характеризуються визначеними часовими масштабами [1]. Перша обставина не потребує пояснень, а на другій слід зупинитися докладніше.

Передаточні функції фільтрів нижніх частот, встановлених у системі ФАП, містять характерні біноми  $1 + pT_i$ , де  $T_i$ -стала часу відповідної ланки або всього чотирьохполосника. При розгляданні часового масштабу еволюції системи ФАП біноми перетворюються на  $pT_i$  або 1, в залежності від співвідношення  $T_f$  та  $T_i$ , де  $T_f$ -час еволюції системи ФАП, її зрівнюють з конкретним значенням  $T_i$ . З аналізу попередніх результатів слідкує, що необхідно розглянути найбільш важливі режими роботи системи ФАП, що досліджується. Співвідношення між сталими часу фільтрів на практиці становить  $T_2 \ll T, T_1$ .

1) Режим роботи системи ФАП, коли  $T_f \ll T_2$  - рівняння (5) суттєво буде спрощене:

$$\begin{aligned}
& p^2 \theta + p C_1 m \Omega \sin \theta + \frac{\psi c}{T_1 T_2} \times \\
& \times |\cos \theta| \sin \theta = 0
\end{aligned} \quad (7)$$

що відповідає диференціальному рівнянню

$$\begin{aligned}
& \theta'' + \left( C_1 m \Omega + \frac{\psi}{T_2} \right) (\sin \theta)' - \\
& - \frac{\psi c}{T_1 T_2} |\cos \theta| \sin \theta = 0
\end{aligned} \quad (8)$$

Цей режим можна назвати самим "швидким".

2) Режим роботи системи ФАП, коли  $T_f \sim T_2$  - рівняння (5) суттєво буде спрощене і отримаємо:

$$\begin{aligned}
& \theta'' + \left[ \frac{\theta + \psi \sin \theta}{T_2} + C_1 \Omega m \sin \theta \right]' + \\
& + \frac{C_1 \Omega m}{T_2} \sin \theta = \gamma_0 \frac{\Omega}{T_2}
\end{aligned} \quad (9)$$

у цьому режимі система ФАП знаходиться у продовж дуже малого часу (порядку  $T_2$ ).

3) Режим роботи системи ФАП, коли  $T_2 \ll T_f \ll T_1 T$ , звідси:

$$\theta'(1 + \psi \cos \theta) + C_1 \Omega m \sin \theta = \gamma_0 \Omega, \quad (10)$$

цей режим можна назвати проміжним.

4) Режим роботи системи ФАП, коли  $T_f \sim T, T_1$  - цей режим будемо називати перехідним, він описується рівнянням:

$$\begin{aligned}
& (\sin \theta)'' + \left( \frac{1}{mT} + \frac{1}{T_1} \right) (\sin \theta)' + \\
& + \frac{1}{mT T_1} \sin \theta = \frac{\gamma_0}{C_1 m T T_1}
\end{aligned} \quad (11)$$

5) Режим роботи системи ФАП, коли  $T_f \gg T, T$  - цей режим доцільно назвати квазістатичним:

$$\begin{aligned}
& \left[ \theta + \psi (1 - c |\cos \theta|) \sin \theta \right]' + \\
& + C_1 \Omega \sin \theta = \gamma_0 \Omega
\end{aligned} \quad (12)$$

Таким чином, розглянуто п'ять випадків характерних часових масштабів, які отримуються виходячи з реальних співвідношень між постійними часу  $T, T_1, T_2$ :

1)  $T_f \ll T_2$ ; 2)  $T_f \sim T_2$ ; 3)  $T_2 \ll T_f \ll T, T_1$ ;

4)  $T_f \sim T, T_1$ ; 5)  $T_f \gg T, T_1$ .

Для кожного відповідного часового масштабу отримано диференціальне рівняння. Показано, що у режимах, які характеризуються вказаними вище часовими масштабами, поведіння системи ФАП

описується більш простими рівняннями.

Подальший аналіз попередніх диференціальних рівнянь дозволяє отримати уяву про повну картину еволюції системи ФАП на фазовій площині  $(\theta', \theta)$ . Враховуючи взаємозгідні умови та обмеження, які накладаються дослідженням стійкості з найбільш швидких режимів, здійснюється рішення диференційного рівняння (8), яке з достатньою точністю описує перший режим.

Підсумкову картину поведінки системи ФАП наведено на рис. 2. Для характерного часу  $T_f \sim T_2$  і, відповідно режиму, котрий описується рівнянням (9), властиві фактично такі ж траєкторії. У цьому режимі система ФАП знаходиться у продовж дуже малого часу (порядку  $T_2$ ). Наступний етап еволюції системи ФАП – проміжний, який описується рівнянням (10). Здійснюється він на практиці тільки при виконанні нерівняння  $C_1 \Omega t \ll 1/T_2$ .

При подальшій еволюції система ФАП потрапляє у перехідний режим і при виконанні умови  $|\gamma_0/C_1| < 1$  її траєкторія оказується у стійкому вузлі  $\sin \theta_s = \gamma_0/C_1$ . Як що ця умова не виконана, то у системі наступає режим “биття” (рис. 2 крива 1). Далі наступає “найбільш повільний” або квазістатичний режим, який описується рівнянням (12), яким повинні описуватись останні етапи еволюції системи ФАП у околі стійкого вузла. Аналіз рівняння (12) показує, що квазістатичний режим має обмежену область застосування. Підсумкова картина поведінки системи ФАП на фазовій площині може бути подана таким чином (рис. 2). Криві 2...7 показують еволюцію фазових кривих досліджуємої системи ФАП, відповідних різним початковим умовам.

### Заключення

У статті наведено приклад опису поведінки системи ФАП, яка описується нелінійним диференціальним рівнянням IV порядку, отримання рішення яко-

го у загальному вигляді неможливо, і приведені результати аналізу такої системи якісними методами за допомогою певних часових масштабів. На фазовій площині  $(\theta', \theta)$  приведено проєкції фазових траєкторій поведінки системи ФАП на основі аналізу спрощених рівнянь (8) ... (12) та наведенні обмеження по існуванню цих режимів.

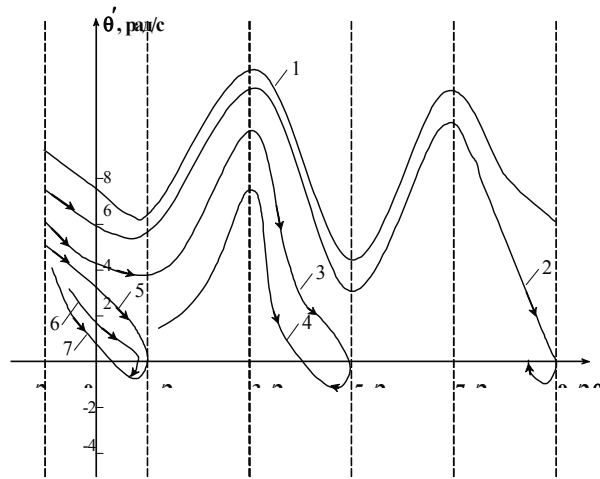


Рис. 2. Підсумкова картина поведінки системи ФАП на фазовій площині

### Література

1. Семенякін С.І., Макаров С.А. Адаптивна система фазової автопідстройки частоти. / Авіаційно-космічна техніка і технологія: Зб. наук. праць. Вип. 22. – Харків: Нац. Аерокосмічний ун-т „Харк. Авіац. ін-т”, 2001. – 446 с.
2. Макаров С.А., Подоляко К.В. Система фазової автопідстройки з колом додаткового зворотнього зв’язку, параметри якого регулюються динамічно. /1-й Международный радиоэлектронный Форум „Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития”. МРФ–2002. Сборник научных трудов. Часть 1.–Харьков: АН ПРЭ, ХНУРЭ, 2002. – 576с.

Надійшла до редакції 16.10.03

**Рецензент:** д-р техн. наук, професор Красовський Г.Я., Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського „ХАІ”, м. Харків