

## Исследование положения центра жесткости в однозамкнутом треугольном сечении тонкостенного стержня

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского  
«Харьковский авиационный институт»*

Предложена формула для определения положения центра жесткости в поперечном сечении тонкостенного стержня симметричной треугольной формы с двумя сосредоточенными площадями. Проведены расчеты влияния параметров сечения на положение центра жесткости, а также проведен расчет несимметричного сечения.

**Ключевые слова:** центр жесткости, тонкостенный стержень с однозамкнутым сечением, модель Вагнера.

Для цели выполнения требования отсутствия флаттера должно быть обеспечено необходимое положение центра жесткости в поперечном сечении носка однолонжеронного крыла легкого самолета или при расчете изгибно-элеронного флаттера крыла и изгибно-рулевого флаттера оперения еще на ранних этапах. Предлагается упрощенная технология (аналогичная [1]) поиска центра жесткости (ЦЖ) однозамкнутого сечения тонкостенного стержня, моделирующего носок крыла, элерон, руль и другие элементы конструкций летательных аппаратов.

Рассмотрено симметричное относительно горизонтальной оси поперечное сечение, состоящее из трех стенок и двух сосредоточенных площадей в месте максимальной строительной высоты сечения (рис. 1).

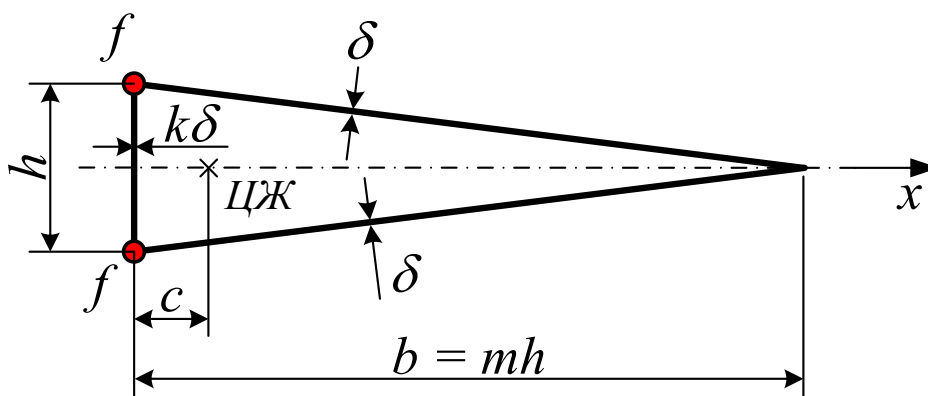


Рис. 1. Поперечное сечение

Использована модель Вагнера: стенки сечения воспринимают только касательные напряжения, а нормальные – возникают только в поясах сечения (сосредоточенные площади в углах контура). Вертикальная стенка выполнена из материала 1, верхняя и нижняя обшивка также имеют одинаковый материал 2, а различие между материалами и толщинами учитывается с помощью параметра  $k$ , указывающего на отношение толщины стенки к толщине обшивки. Геометрия профиля задана параметром  $m$  – отношением его длины к высоте. Расчет ведется в пределах упругости [2, 3].

С применением метода фиктивного момента получена формула, позиционирующая ЦЖ относительно передней стенки:

$$c = \frac{mh}{(1+k\sqrt{4m^2+1})} = \frac{b}{(1+k\sqrt{4m^2+1})}$$

На основании полученной формулы проведены параметрические исследования, а их результаты показаны на рис. 2 и 3, где приведены зависимости для безразмерной величины  $\bar{c} = c/b$ , характеризующей положение ЦЖ.

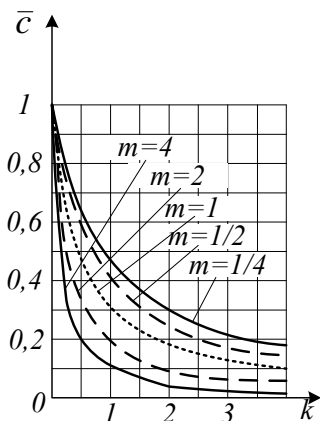


Рис. 2. Зависимости  $\bar{c}(k)$

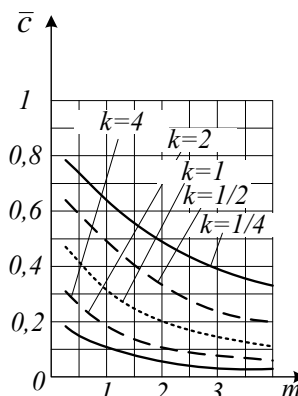


Рис. 3. Зависимости  $\bar{c}(m)$

Как и ожидалось, при  $k \rightarrow \infty$  ЦЖ размещался на вертикальной стенке, а при  $k \rightarrow 0$  – находился в угловой точке на оси  $x$ . Следовательно, ЦЖ не может находиться вне рассматриваемого контура.

Можно отметить, что величина площади поясов на положение ЦЖ не оказывает влияния. В целях подтверждения этого факта было дополнительно решено две задачи.

В первой из них рассмотрен такой же контур, но с работающей на нормальные напряжения обшивкой (рис. 4). Во второй задаче исследован тот же контур, но с проведенной дискретизацией, в которой каждая полоска заменялась тремя сосредоточенными площадями. После проведения дискретизации сечение приняло вид, показанный на рис. 5.

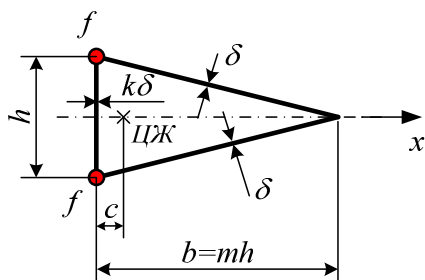


Рис. 4. Вид сечения

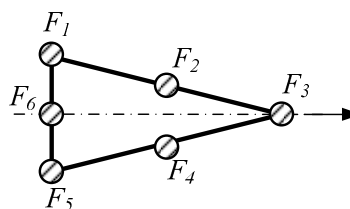


Рис. 5. Вид сечения

Числовые значения параметров в обеих задачах следующие:  $m = 2$ ,  $k = 2$ ,  $h = 20$  см,  $\delta = 0,2$  см,  $f = 5$  см<sup>2</sup>. Результаты расчетов для двух представленных моделей контура совпали ( $c = x_{ЦЖ} = 4,326$  см) и оказались такими же, как и при расчете по упрощенной формуле, для получения которой использовалась модель Вагнера.

Следовательно, положения ЦЖ, полученные с применением модели Вагнера и вычисленные с учетом работы обшивки на нормальные и касательные напряжения, совпадают. Причем при использовании дискретной модели для данного сечения можно ограничиться лишь двумя сосредоточенными площадями. Это значительно упрощает расчеты.

Исследована возможность применения полученной формулы для несимметричных сечений (рис. 6) с одинаковой площадью контура.

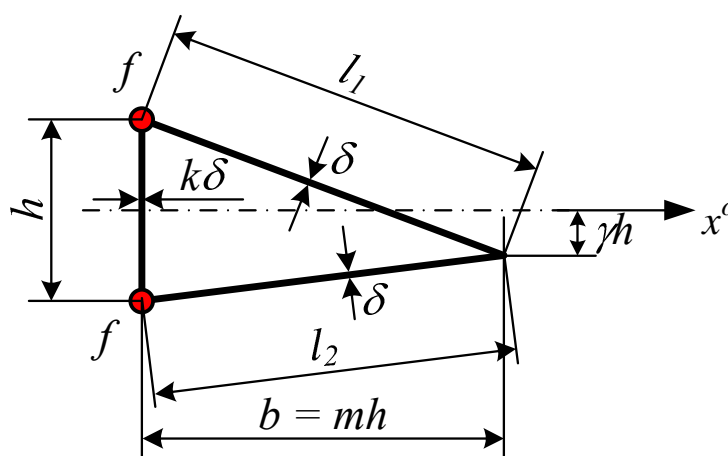


Рис. 6. Несимметричное поперечное сечение

Рассмотрено сечение, материал в котором одинаков, а числовые параметры следующие:  $m = 2$ ,  $k = 2$ ,  $h = 20$  см,  $\delta = 0,2$  см,  $f = 5$  см<sup>2</sup>,  $\gamma = 0,25$ .

Ранее было показано, что проведение дискретизации не влияет на нахождение положения центра жесткости. Заменяем реальное сечение дискретным (рис. 7), где обшивка не работает на нормальные напряжения (модель Вагнера).

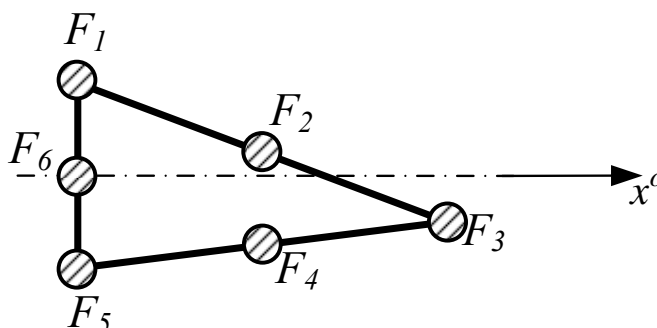


Рис. 7. Дискретное несимметричное поперечное сечение

Проведенный расчет позволил найти расположение ЦЖ в данном сечении ( $x_{ЦЖ}^0 = 4,30$  см и  $y_{ЦЖ}^0 = 2,67$  см), показанное на рис. 8.

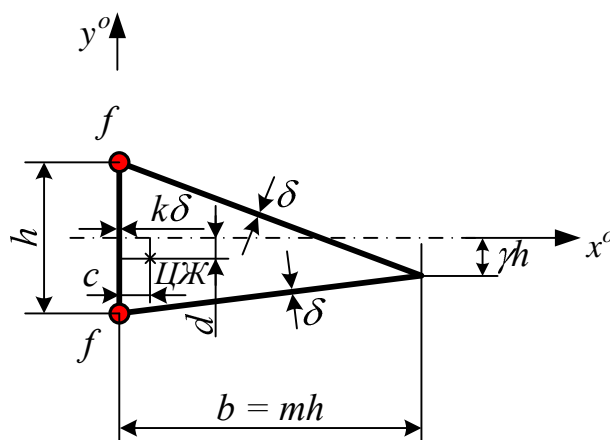


Рис. 8. Расположение ЦЖ в сечении

Как видно из рис. 8, ЦЖ сместился вниз вслед за носком профиля. Однако положение по горизонтали практически не изменилось по сравнению с симметричным сечением. Расхождение величин  $c$  и  $x_{ЦЖ}^0$  может быть вызвано ошибками округления при расчетах. Тогда возможно, что  $c = x_{ЦЖ}^0$ . Но для доказательства этого факта необходимы дополнительные исследования.

Отмеченное приближительное равенство величин горизонтальной координаты ЦЖ для рассматриваемого сечения может быть использовано для упрощения расчетов статических и динамических задач для тонкостенных стержней, в которых вторая координата в большинстве случаев не является необходимой.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы на стадии эскизного проектирования для оптимального распределения материала в поперечном сечении в целях получения конструкции минимального веса.

### Список литературы

1. Дибир, А. Г. Исследование положения центра жесткости в однозамкнутом прямоугольном сечении тонкостенного стержня [Текст] / А. Г. Дибир, А. А. Кирпичкин, Н. И. Пекельный // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т» – Вып. 76. – Харьков, 2017. – С. 135 – 140.
2. Уманский, А. А. Строительная механика самолета [Текст] / А. А. Уманский. – М. : Оборонгиз, 1961. – 530 с.
3. Итоги науки и техники [Текст]: / Сер. Авиастроение. – Т. 9 : Самолетостроение за рубежом. – М. : ВИНТИ, 1986. – 268 с.

Поступила в редакцию 25.04.2018

## **Дослідження положення центру жорсткості в однозамкненому трикутному перерізі тонкостінного стрижня**

Запропоновано формулу для визначення положення центру жорсткості в поперечному перерізі тонкостінного стрижня трикутної форми з чотирма зосередженими площами, розташованими в кутах. Проведено розрахунки впливу параметрів перерізу на положення центру жорсткості.

**Ключові слова:** центр жорсткості, тонкостінний стрижень з однозамкненим перерізом, модель Вагнера.

## **Study of Position of Center of Rigidity in Single-closed Triangular Cross Section Thin-walled Rod**

A formula is proposed for determining the position of a center of stiffness in the cross section of a thin-walled rod of triangular shape with two lumped areas located in corners of front wall. The effect of the cross section parameters on the position of the center of stiffness is calculated.

**Key words:** center of stiffness, thin-walled rod with single-clamped section, Wagner model.

### **Сведения об авторах:**

**Дибир Александр Геннадиевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.

**Кирпикин Анатолий Алексеевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.

**Пекельный Николай Николаевич** – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доцент кафедры прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.