

Оценка режимов лазерной обработки, при которых необходимо учитывать конечную скорость распространения тепла при решении совместной задачи теплопроводности и термоупругости

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Получены значения плотностей тепловых потоков, превышение которых при определенном времени действия лазерного потока требует учета конечной скорости распространения тепла, показано, что учет конечной скорости распространения тепла приводит к появлению скачка температур и дополнительных максимумов температурных напряжений.

Ключевые слова: лазерное излучение, плотность теплового потока, теплопроводность и термоупругость, конечная скорость распространения тепла.

Введение

В ранее рассмотренных задачах [1] о действии лазерного излучения предполагалась бесконечно большая скорость распространения тепла. При изучении теплового действия ЛИ, время действия которого мало, весьма вероятно, что будет сказываться эффект конечной скорости распространения тепла. Дифференциальное уравнение теплопроводности с учетом конечной скорости распространения тепла в левой части имеет слагаемое, пропорциональное произведению второй производной температуры по времени и времени релаксации - τ_p . С учетом сказанного левая часть уравнения баланса тепла принимает вид:

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial T} + \tau_p \frac{\partial^2 T(x, y, z, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

Для анализа условий, в которых может быть существенным эффект конечной скорости распространения тепла, перепишем правую часть этого уравнения в конечных разностях:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} + \tau_p \frac{\Delta T^2}{\Delta t^2} = \frac{\Delta T}{\Delta t} \left(1 + \tau_p \frac{\Delta T}{\Delta t} \right) \quad (2)$$

Отсюда следует, что если $\tau_p \frac{\Delta T}{\Delta t} \ll 1$, то учитывать эффект конечной скорости не следует. При решении задач об действии ЛИ частиц достаточная точность решения лежит в пределах 2...3% и, если изменения температуры будет лежать в этих пределах, то условие можно переписать в виде:

$$\frac{0,03}{\tau_p} \geq \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad \text{или} \quad \Delta T \leq \frac{0,03}{\tau_p} \Delta t \quad (3)$$

Здесь Δt это шаг по времени при решении задачи методом конечных разностей, которое можно принять равным t_p/n ; t_p - время, в течение которого рассматривалась тепловая задача. Тогда, воспользовавшись уравнением для изменения температуры на поверхности в пространстве (одномерный случай распространения тепла), получим выражение для критических тепловых потоков,

при которых необходимо учитывать эффект конечной скорости распространения тепла:

$$q_{кр} = 0,015\sqrt{\pi} \frac{2}{\sqrt{a\tau_p}} \sqrt{\frac{t_p}{n}} \quad (4)$$

где n - число шагов по времени при расчете.

Приняв шаг по времени при расчете равным $0,1 \tau_u$ (τ_u - время действия теплового источника), получим выражение для критической плотности теплового потока:

$$q_{кр} = 8,36 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{\tau_u}}{\sqrt{a\tau_p}} \quad (5)$$

В случае тепловых потоков большой плотности необходимо рассматривать задачу с конечной скоростью распространения тепла.

Для расчета критических плотностей тепловых потоков необходимо определить время релаксации тепловых колебаний атома решетки.

1. Определение времени релаксации теплового колебания атома

Считаем, что тепловое смещение атома решетки приводит к сдвигу материала, т.е. материал обладает упругостью, но в тоже время постепенно из-за внутреннего трения происходит уменьшение амплитуды колебаний решетки, т.е. тело обладает вязкостью (текучестью). Подобный феноменологический подход был рассмотрен еще Максвеллом в 1868 году при рассмотрении свойств аморфных тел.

При рассмотрении упругого деформирования угловую деформацию объема единичного размера под действием силы P_{xy} можно определить по формуле:

$$\varphi_1 = \frac{P_{xy}}{\sigma} \quad (6)$$

где σ - модуль упругости второго рода.

Предположим, что тело обладает вязкими свойствами, а не упругими, тогда рассматриваемый объем под действием силы P_{xy} потечет и в нем установится градиент скорости $\frac{\partial V_x}{\partial y}$:

$$\frac{\partial V_x}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{P_{xy}}{\eta} \quad (7)$$

где η - коэффициент внутреннего трения (вязкости).

Так как твердое тело обладает свойствами упругости и вязкости, то для получения результирующей деформации продифференцируем уравнение (6) и сложим (7) и (8)

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \frac{1}{G} \frac{dP_{xy}}{dt}, \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{1}{\eta} P_{xy} \quad (8)$$

Обозначив $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, получим:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{G} \frac{dP}{dt} + \frac{P}{\eta} \quad (9)$$

Это уравнение описывает твердое тело, обладающее свойствами упругости и вязкости.

Рассмотрим поведение такого упруготекучего тела в случае прекращения действия силы, т.е. подвода тепла. Для нахождения закона изменения силы при релаксации приравняем правую часть к нулю, так как деформация постепенно обратиться в нуль, т.е. положим:

$$\frac{1}{G} \frac{dP_{xy}}{dt} + \frac{P}{\eta} = 0 \quad (10)$$

Интегрируем

$$\frac{1}{G} \frac{d}{dt} \ln P_{xy} + \frac{G}{\eta} = 0 \quad (11)$$

и получаем

$$\ln P = -\frac{Gt}{\eta} \quad (12)$$

или

$$P = e^{-\frac{Gt}{\eta}} \quad (13)$$

Сила P_{xy} в момент времени $t = 0$ остается постоянной как в случае твердого упругого тела, однако, постепенно релаксирует и в конце обращается в нуль.

Практически скорость релаксации можно определить как промежуток времени, за который сила убывает в e раз. Тогда время определим по формуле

$$\frac{\sigma t}{\eta} = 1, \text{ т.е. } t_p = \frac{\eta}{\sigma} \quad (14)$$

Видно, что время релаксации зависит от величины коэффициента вязкости и модуля упругости второго рода, т.е. является характеристикой материала. Очевидно, время передачи энергии равно времени релаксации, так как за это время осуществляется передача энергии от одного атома к другим.

Время релаксации теплопереноса, очевидно, связано с диссипативными (вязкими) свойствами материала, т.е. такая аппроксимация справедлива.

Так, в таблице приведено сравнение величины времени релаксации теплопереноса и периода колебаний атомной решетки. Видно, что снижение амплитуды колебаний в e раз происходит на несколько десятков колебаний, что говорит о реальности полученных величин времени релаксации этим методом. Величина времени релаксации лежит в пределах $4 \cdot 10^{11}$ до $1,38 \cdot 10^{10}$ с.

2. Анализ характеристик тепловых источников, при которых необходимо учитывать конечную скорость распространения тепла

Выражение (6) показывает взаимосвязь между критической плотностью потока (превышение которого говорит о необходимости учета конечной скорости распространения тепла), временем релаксации тепловых колебаний атомной решетки, временем действия источника, а также с теплофизическими характеристиками материала. Для мишеней из алюминия, никеля, меди, железа, олова и висмута даны зависимости критической плотности теплового потока от времени действия теплового источника. В конечном случае для любого материала можно найти критические плотности теплового потока для различных времен действия по выражению с учетом времени релаксации колебаний атома τ_p представлен в таблице.

Таблица

Материал	Al	Bi	Fe	Cd
$\tau_p \cdot C$	$4,42 \cdot 10^{-11}$	$1,38 \cdot 10^{-10}$	$8,05 \cdot 10^{-11}$	$9,85 \cdot 10^{-11}$
Материал	Cu	Ni	Sn	Pb
$\tau_p \cdot C$	$7,9 \cdot 10^{-11}$	$5,06 \cdot 10^{-11}$	$1,28 \cdot 10^{-10}$	$4,58 \cdot 10^{-10}$
Материал	Ag	Zn		
$\tau_p \cdot C$	$1,28 \cdot 10^{-10}$	$8,35 \cdot 10^{-11}$		

Решалась задача теплопроводности и термоупругости с конечной скоростью распространения тепла аналогично [1].

3. Результаты расчетов и их обсуждения

Проведены расчеты полей температур и температурных напряжений. Так на рисунке 1 представлены температурные поля в стали 45 на поверхностях $x=0$, $x=0,5\sqrt{\alpha\tau}$ и $x=\sqrt{\alpha\tau}$ при тепловом потоке $3 \cdot 10^{10}$ Вт/м², $V_{II}=0$, $\tau_n=10^{-6}$ с при рассмотрении задачи теплопроводности с учетом конечной скорости распространения тепла, а на рис. 2 представлены температурные поля для тех же условий, полученные для бесконечной скорости распространения тепла (см. рис. 2).

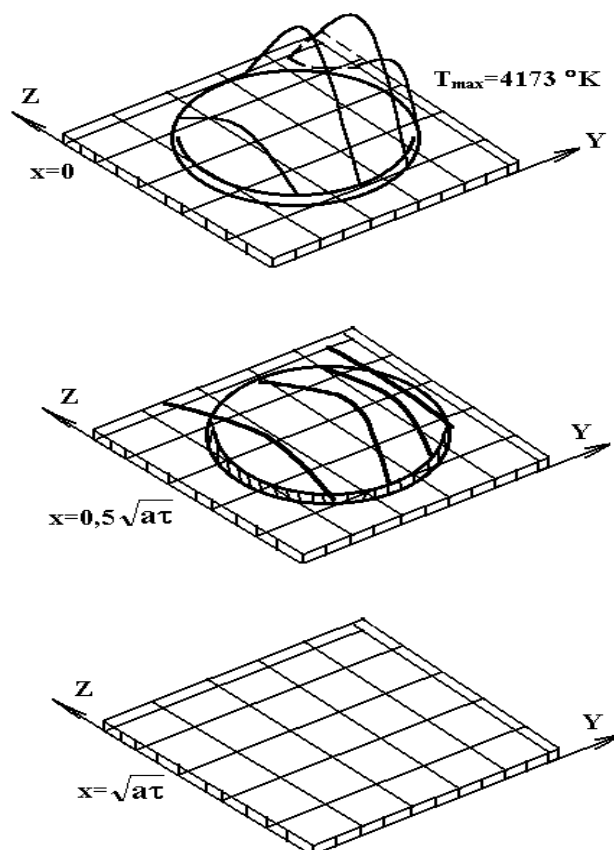


Рис. 1. Температурные поля в зоне действия ЛИ на стали 45 при учете конечной скорости распространения тепла ($q = 3 \cdot 10^{10}$ Вт/м²)

Сравнение этих рисунков позволяет провести анализ результатов, так видно, что учет конечной скорости распространения тепла приводит к получению

температур на 65°K больше, на поверхностях $x = 0$ и $x = 0,5$ реализуются скачки температур в зоне границы распространения тепла. Эти скачки температур, очевидно, связаны с конечной скоростью распространения тепла и будут в процессе развития температурных полей перемещаться от центральной части к периферии, протяженность зоны скачка, логично предположить, будет равна периоду решетки. Градиенты температур, несмотря на небольшой скачок по величине из-за малости зоны будут велики, могут приводить к значительным динамическим температурным напряжениям. Были рассчитаны температурные напряжения при дополнении задачи теплопроводности задачей термоупругости.

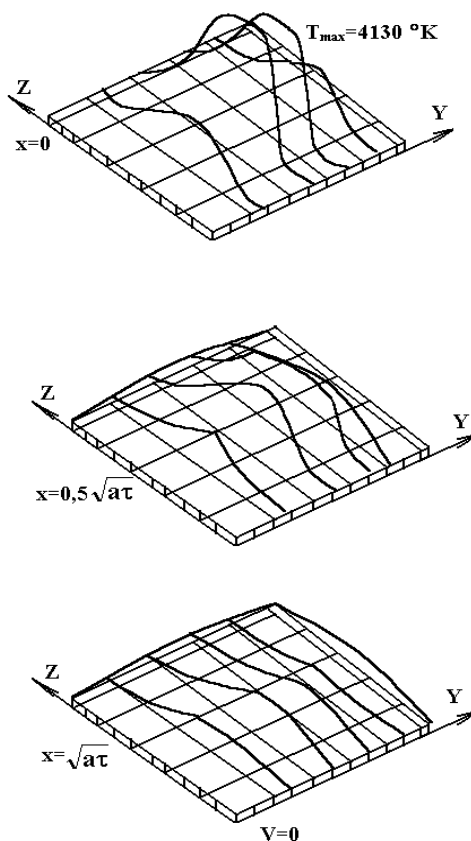


Рис. 2. Температурные поля в зоне действия ЛИ на стали 45 при бесконечной скорости распространения тепла

Так на рис. 2 видно, что в отличие от характера распределения полей температурных напряжений, полученных при рассмотрении бесконечной скорости распространения тепла температуры за счет более значительных градиентов температур для конечной скорости распространения тепла в зоне (рис. 2) теплового воздействия приводят к более значительным температурным напряжениям, а в зоне скачка температур появляется еще один максимум температурных напряжений, причем значения максимальных напряжений в обоих максимумах соизмеримы ($\sigma_{\max} = 2,8 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2$ и $\sigma'_{\max} = 9,2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$), что говорит о необходимости учета последних, особенно для случая малых времен действия лазерного излучения.

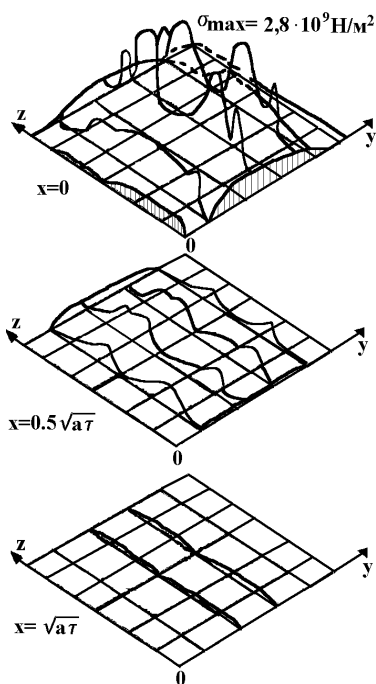


Рис. 3. Распределение температурных напряжений в зоне неподвижного пятна при действии ЛИ ($q = 10^{10} \text{ Вт/м}^2$, $\tau_n = 10^{-6}$) на сталь 15

Выводы:

В заключении следует отметить, что учет конечной скорости распространения тепла влияет на характер распределения температур:

- появляются скачки первого рода температур;
- повышается максимальная температура за счет снижения эффекта теплопроводности;
- повышается величина температурных напряжений в зоне распространения (максимальных градиентов температур) тепла на 3-7 %;
- появляется дополнительный максимум температурных напряжений в зоне скачка температур, соизмеримый с основным максимумом (30-35 % от σ_{\max});
- получены критические плотности тепловых потоков, при которых необходимо учитывать конечную скорость распространения тепла.

Список литературы

1. Костюк Г.И. Физико-технические основы роботизированного производства: учеб. пособие / Г.И. Костюк. –Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2006. – 614 с.
2. Костюк Г.И. Эффективные покрытия и модифицированные упрочненные слои на режущих инструментах [Текст]: моногр.-справ./ Г.И. Костюк.-К.:Изд. ц. Межд. академ. наук и иннов. техн., 2012.-728 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. «Технологии производства авиационных двигателей» А.И. Долматов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Поступила в редакцию 18.02.13.

Оцінка режимів лазерної обробки, при якій необхідно враховувати кінцеву швидкість розповсюдження тепла при вирішенні сумісної задачі теплопровідності та термопружності

Отримано величини щільності теплових потоків, перевищення яких при визначеному часі дії лазерного потоку потребує урахування кінцевої швидкості розповсюдження тепла; показано, що урахування кінцевої швидкості розповсюдження тепла приводить до появи скачка температур і додаткових максимумів температурних напружень.

Ключові слова: лазерне випромінювання, щільність теплового потоку, теплопровідність та термопружність, кінцева швидкість розповсюдження тепла

The assessment of modes of laser treatment requiring the consideration of the finite speed of heat distribution while solving joint problem of heat conduction and thermoelastic stress

The article considers the getting the value of the density of heat flux, which exceeded when determining the time of laser beam requires taking into account the finite speed of propagation of heat; accounting the finite speed of propagation heat leads to the appearance jump temperatures and additional maxima temperature stresses is shown.

Keywords: laser radiation, heat flux, thermal conductivity and thermoelastic stress, the final velocity of heat.