УДК 629.764.01 Т.А. Неофитная, В.Г. Сухоребрый

Оптимизация параметров системы стабилизации ракеты-носителя модифицированным максиминным методом

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Проведен анализ результатов оптимизации параметров системы стабилизации максиминным методом по критерию «вероятность устойчивости». Установлены причины несовпадения вероятностей потери устойчивости для антагонистичных условий. С целью устранения этого несовпадения предложены варианты модификации максиминного метода. Одна из предложенных модификаций применена для оптимизации параметров системы стабилизации рассматриваемого примера. С помощью статистического моделирования найдена оценка вероятности потери устойчивости для оптимизированных параметров. Моделирование показало, что модифицированный максиминный метод позволяет достичь для антагонистичных условий устойчивости равных вероятностей потери устойчивости.
Ключевые слова: ракета-носитель, система стабилизации, случайные возмущения, устойчивость, запасы устойчивости, вероятность устойчивости.

Постановка проблемы

Оптимизация параметров системы стабилизации (СС) ракеты-носителя (РН) по критерию вероятности устойчивости (ВУ) рассматривается в ряде работ (см., например [1, 2, 4]). В работе [4] проведен анализ эффективности критерия вероятности устойчивости при оптимизации параметров СС максиминным методом и установлено следующее:

- максиминный метод оптимизации параметров СС РН достаточно эффективен;
- оптимизация параметров СС РН по критерию «вероятность устойчивости» практически на порядок уменьшает вероятность потери устойчивости по сравнению с оптимизацией по критерию «запасы устойчивости по модулю».

При проведении оптимизации антагонистичными условиями устойчивости оказались условие устойчивости по «нижней» границе устойчивости РН как твердого тела и условие устойчивости РН с учетом упругих колебаний корпуса. Вероятность потери устойчивости определялась с помощью статистического моделирования.

Однако в работе [4] достичь в результате оптимизации параметров СС равенства вероятности потери устойчивости для антагонистичных условий устойчивости не удалось. Настоящая работа посвящена анализу причин такой асимметрии и попытке модифицировать максиминный метод с целью ее устранения.

Объект и цель исследования

Движение статически неустойчивой упругой РН в канале рыскания, устойчивость которой обеспечивается автоматом стабилизации (АС), можно описать следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned}
&\ddot{\psi} = a_{\psi\psi}\psi + a_{\psi\delta}\delta, \\
&\ddot{z} = a_{z\psi}\psi + a_{z\delta}\delta, \\
&\ddot{q} = a_{qq}q + a_{q\delta}\delta, \\
&\psi_d = \psi + a_{\delta q}q, \\
&T_2\ddot{\delta} + T_1\dot{\delta} + \delta = K_{\psi}\psi_d + K_{\dot{\psi}}\dot{\psi}_d - K_{\dot{Z}}\dot{z},
\end{aligned} \tag{1}$$

где ψ - отклонение угла рыскания ракеты как твердого тела от программного значения; z - отклонение центра масс от программного значения; δ - угол отклонения управляющих органов; q - координата, характеризующая поперечные упругие колебания корпуса ракеты в месте установки датчика угла рыскания, ψ_d - угол рыскания, измеряемый датчиком угла; a_{ij} - коэффициенты, зависящие от характеристик РН; T_1, T_2 - постоянные времени АС; K_{ϕ} - коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\dot{\phi}} = T_d K_{\phi}$; T_d - постоянная времени дифференцирования; $K_{\dot{Z}}$ - коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс. Параметры T_1, T_2, K_{ϕ}, $K_{\dot{\phi}}$, T_d имеют существенные случайные разбросы (превышающие 20 %).

Условия устойчивости системы (1) имеют следующий вид[1]:

$$\frac{(K_{\phi}|a_{Z\delta}| + |a_{Z\phi}|)K_{\dot{Z}} + a_{\phi\phi}K_{\phi}(T_d - T_1)}{|a_{\phi\delta}|K_{\phi}^2(T_d - T_1)} < 1\,; \tag{2}$$

$$\frac{|a_{\phi\delta}|T_2T_d^2K_{\phi}}{(T_d - T_1 + a_{\phi\phi}T_dT_2)T_1} < 1; \tag{3}$$

$$\frac{a_{q\delta}a_{\delta q}K_{\phi}T_d^2T_2}{(|a_{qq}|T_2T_d - T_d + T_1)T_1} < 1. \tag{4}$$

Исследованию подлежат условия устойчивости (2) – (4). В работе [4] проведена оптимизация параметров системы K_{ψ} и T_d с помощью вероятностного максиминного метода по критерию «вероятность устойчивости» по методике, приводимой ниже.

Вероятностный максиминный метод

Условия (2) – (4) в общем виде можно записать как

$$\lambda_i(\kappa,\eta) < \Lambda_i, i=\overline{1,m}, \qquad (5)$$

где λ_i - заданные функции случайного аргумента η, которые в дальнейшем будем называть критериальными функциями (КФ); κ- вектор номинальных параметров проектируемого объекта; η - n-мерный вектор центрированных случайных разбросов параметров

Используемый в работе [4] вероятностный максиминный метод опирается на гипотезу о нормальном распределении КФ и построение линейной модели КФ. В качестве функции цели принимают минимальный безразмерный аргумент функции Гаусса из всех аргументов КФ:

$$\min_{\kappa}\{U_i\}, i=\overline{1,m}. \qquad (6)$$

Рассмотрим алгоритм вероятностного максиминного метода. В процессе оптимизации минимальное значение аргумента функции Гаусса увеличивается и его место может занять другое. В связи с этим алгоритм поиска оптимального решения носит итерационный характер:

1. Задают начальный вектор параметров κ, $\kappa=\kappa^{(0)}$.

2. Строят линейные модели КФ и находятся их математические ожидания (м.о.) и дисперсии или средние квадратические отклонения (с.к.о.)

Малость случайных разбросов параметров позволяет разложить каждую КФ в ряд Тейлора относительно номинальных значений параметров (математических ожиданий) и, отсекая нелинейные члены разложения, получить линейную модель (ЛМ) КФ:

$$\lambda_l(\eta) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial\lambda}{\partial\eta_i}\eta_i, \qquad (7)$$

где $\lambda_l(\eta)$- линейная модель КФ $\lambda(\kappa,\eta)$; $\lambda_0=\lambda(\kappa,0)$- значение КФ при нулевых случайных разбросах (невозмущенное значение КФ); $\frac{\partial\lambda}{\partial\eta_i}$, $i=\overline{1,n}$ - частные производные невозмущенной КФ по случайным разбросам параметров; η_i, $i=\overline{1,n}$ - случайные разбросы параметров - компоненты вектора η. Относительно ЛМ можно утверждать следующее:

- на основании центральной предельной теоремы ЛМ имеет нормальный закон распределения;
- на основании теорем о числовых характеристиках функций случайных аргументов:

- математическое ожидание ЛМ

$$M[\lambda_l] = m_\lambda = \lambda_0; \tag{8}$$

- дисперсия ЛМ

$$D[\lambda_l] = D_\lambda = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \eta_i}\right)^2 D_i; \tag{9}$$

- с.к.о. ЛМ

$$\sigma_\lambda = \sqrt{D_\lambda}. \tag{10}$$

В выражении (9) D_i $(i = \overline{1,n})$ - дисперсии случайных разбросов. Выражения (8) и (10) определяют параметры распределения ЛМ. ЛМ полностью определена как случайная величина λ_l, подчиняющаяся нормальному закону распределения с параметрами $m = m_\lambda$ и $\sigma = \sigma_\lambda$. На втором этапе найдем вероятность работоспособности для ЛМ КФ.

3. Задают величину шага $\Delta\kappa$ одной итерации по вектору параметров κ: $\Delta\kappa = \alpha\kappa^{(r)}$, где $r = 0,1,2,...$ - номер итерации; α - коэффициент шага (α<1). В качестве начального значения рекомендуется принимать α = $0{,}1...0{,}2$.

   Подстановкой $\kappa = \kappa^{(r)}$ определяют для КФ безразмерные аргументы функции Гаусса:

$$u_\Lambda = \frac{\Lambda - m_\lambda}{\sigma_\lambda}.$$

4. Находят минимальное значение безразмерного аргумента функции Гаусса на r-м шаге: $\min\{U_i^{(r)}\}$, $i = \overline{1,m}$. Пусть это будет $U_k^{(r)}$.

5. С использованием любого из методов безусловной оптимизации (например, градиентного) в рамках заданного шага $\Delta\kappa = \alpha\kappa^{(r)}$ для данной итерации решают задачу

$$\max_\kappa \{\min U_k^{(r)} \,|\, \kappa \in \kappa^{(r)} \pm \Delta\kappa^{(r)}\}. \tag{11}$$

   Решение этой задачи даст вектор параметров r+1-й итерации $\kappa = \kappa^{(r+1)}$.

6. Пункты 2 - 7 повторяют для $\kappa = \kappa^{(r+1)}$ до тех пор, пока не выполнится условие

$$\kappa^{(r+1)} = \kappa^{(r-1)}. \qquad (12)$$

7. При выполнении условия (12) возможны два пути:

   7.1. Завершить поиск оптимального решения. Этот путь принимается в том случае, если коэффициент шага α достаточно мал и его дальнейшее уменьшение не имеет смысла.

   7.2. Уменьшить коэффициент шага α и повторять пп. 2 - 7 для $\kappa = \kappa^{(r+1)}$ до тех пор, пока не выполнится условие (12).

Результаты исследования

Номинальные значения и случайные разбросы параметров, соответствующие времени полета t=70 с первой ступени РН «Циклон-3», представленные научно-производственным предприятием «Хартрон-Аркос», приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	*Разброс* Δ_{ij}, *%*	*Значение*
$a_{z\psi}$	*5*	*-36,09*
$a_{z\delta}$	*5*	*-1,441*
$a_{\psi\psi}$	*30*	*1,8113*
$a_{\psi\delta}$	*10*	*-0,295*
a_{qq}	*40*	*-233,7707*
$a_{q\delta}$	*10*	*-2,42*
$a_{\delta q}$	*20*	*-0,42*
T_1	*40*	*0,1*
T_2	*40*	*0,01*
T_d	*20*	*0,5*
$K_z^{'}$	*40*	*0,009*
K_ψ	*30*	*10*

Закон распределения случайных разбросов всех коэффициентов – нормальный.

Математическим ожиданием каждого коэффициента m_{ij} является значение этого коэффициента при нулевых разбросах. Среднеквадратическое отклонение σ_{ij} для каждого коэффициента a_{ij} находят по формуле $\sigma_{ij} = \frac{\Delta_{ij} \cdot a_{ij}}{300}$.

Для полученных оптимальных параметров, с целью исключения погрешности за счет различных «комплектов» случайных параметров, проведено «параллельное» статистическое моделирование для всех условий устойчивости. Суть «параллельного» статистического моделирования заключается в том, что сгенерированные случайные параметры одновременно поступают во все условия устойчивости.

По завершении оптимизации получены следующие результаты:

- оптимальные параметры K_{ψ} **=** 10,69; T_d **=** 0,534***;***
- значения безразмерных аргументов функции Гаусса:
  - для условия устойчивости (2) U_1 =4,254,
  - для условия устойчивости (3) U_2 =19,17,
  - для условия устойчивости (4) U_3 =4,254;
- вероятности потери устойчивости:
  - для условия устойчивости (2) Q_1 = 0,0003,
  - для условия устойчивости (3) Q_2 = 0,
  - для условия устойчивости (4) Q_3 = 0,0052.

Как видно из приведенных результатов, для антагонистичных условий устойчивости (2) и (4) при равенстве безразмерны аргументов функции Гаусса вероятности потери устойчивости не совпадают. Анализ показал, что причина такого «перекоса» заложена в методике оптимизации, где вместо КФ используются их линейные модели, которые являются достаточно грубым приближением КФ. Рассмотрим возможные пути модификации максиминного метода с целью получения менее грубого результата.

Возможные пути модификации максиминного метода

1. Использовать в качестве функции цели вместо минимального значения безразмерного аргумента функции Гаусса минимальное значение вероятности устойчивости:

$$\min_{\kappa}\{P_i\}, i=\overline{1,m}. \tag{13}$$

   Алгоритм поиска оптимального решения здесь также носит итерационный характер, но для определения значений (13) необходимо на каждом шаге проводить статистическое моделирование КФ, что требует значительных затрат вычислительных ресурсов.

2. Использовать вместо обычной ЛМ КФ граничные линейные модели (ГЛМ) [4]. Это могут быть либо касательная ГЛМ, либо секущая ГЛМ. В окрестности границ устойчивости ГЛМ являются более точным приближением КФ, чем обычные ЛМ и поэтому следует ожидать менее грубый результат. Однако добиться полного выравнивания вероятностей потери устойчивости для антагонистичных функций здесь не представляется возможным. Алгоритм оптимизации не отличается от того, что используется для обычной ЛМ.

3. Использовать коэффициент коррекции безразмерных аргументов функции Гаусса для оптимизации с помощью обычных ЛМ. Коэффициент коррекции наиболее целесообразно получить на основе статистического

моделирования. Последовательность действий в этом случае будет следующей.

а) Провести оптимизацию параметров СС с помощью вероятностного максиминного метода, приведенного выше.

б) Для оптимизированных параметров СС осуществить статистическое моделирование и найти вероятность устойчивости по всем условиям устойчивости, выделив вероятности устойчивости для антагонистичных условий. Пусть для определенности это будут, например, P_1 и P_3.

в) Найти безразмерные аргументы функции Гаусса, соответствующие вероятностям P_1 и P_3 соответственно U_1^k и U_2^k и определить коэффициент коррекции $\gamma = \dfrac{U_1^k}{U_2^k}$.

г) Провести оптимизацию параметров СС с помощью вероятностного максиминного метода, умножая на каждом шаге безразмерный аргумент функции Гаусса U_1 на коэффициент коррекции γ.

Изложенную процедуру оптимизации назовем модифицированным максиминным методом.

С целью оценки эффективности модифицированного максиминного метода этим методом проведена оптимизация параметров СС для приведенного выше примера.

По завершении оптимизации получены следующие результаты:

- оптимальные параметры K_ψ **=** 10,023, T_d **=** 0,5012***;***
- значения безразмерны аргументов функции Гаусса:
  - для условия устойчивости (2) U_1 = 4,899,
  - для условия устойчивости (3) U_2 = 21,28,
  - для условия устойчивости (4) U_3 = 4,899;
- вероятности потери устойчивости:
  - для условия устойчивости (2) Q_1 = 0,00304,
  - для условия устойчивости (3) Q_2 = 0,
  - для условия устойчивости (4) Q_3 = 0,00304.

Выводы

1. Максиминный метод оптимизации параметров системы стабилизации ракеты-носителя достаточно эффективен.
2. Оптимизация параметров системы стабилизации ракеты-носителя по критерию «вероятность устойчивости» с помощью предложенного модифицированного максиминного метода позволяет достичь для антагонистичных условий устойчивости равных вероятностей потери устойчивости.

Список литературы

1. Айзенберг Я.Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов [Текст]/ Я.Е. Айзенберг, В.Г. Сухоребрый. - М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.

2. Голубничая Е.С. Выбор оптимальной рабочей точки системы стабилизации ракеты-носителя по критерию вероятности устойчивости [Текст]/ Е.С. Голубничая// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – Вып. 35 - Х. 2007. - С. 37-44.
3. Лежнина М.В. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний [Текст]/ М.В. Лежнина, В.Г. Сухоребрый – Х.: НАКУ «ХАИ», 2005. – 184 с.
4. Неофитная Т.А. Оптимизация параметров системы стабилизации ракеты-носителя максиминным методом [Текст]/ Т.А. Неофитная, В.Г. Сухоребрый, А.В. Третьяк // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – Вып. 46 - Х. 2010. - С. 194 - 202.

Рецензент: д-р техн. наук, проф., проф. каф. № 106 В.А. Бетин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

Поступила в редакцию 04.02.13.

Оптимізація параметрів системи стабілізації ракетоносія модифікованим максимінним методом

Проведено аналіз результатів оптимізації параметрів системи стабілізації максимінним методом за критерієм «імовірність стійкості». Встановлено причини незбіжності ймовірностей втрати стійкості для антагоністичних умов. З метою усунення цієї незбіжності запропоновано варіанти модифікації максимінного методу. Одну із запропонованих модифікацій застосовано для оптимізації параметрів системи стабілізації розглядованого прикладу. За допомогою статистичного моделювання знайдено оцінку ймовірності втрати стійкості для оптимізованих параметрів. Моделювання показало, що модифікований максимінний метод дозволяє досягти для антагоністичних умов стійкості рівниі ймовірності втрати стійкості

Ключові слова: ракетоносій, система стабілізації, випадкові збурення, стійкість, запаси стійкості, імовірність стійкості.

Optimization stabilization system parameters of carrier rockets by modified maximin method

The analysis of the results of the optimization of the system parameters stabilize Maximin method by the "likelihood of stability." The causes mismatch probability of loss of stability for the antagonistic conditions. In order to eliminate this discrepancy offered options modified maximin method. One of the proposed modifications applied to optimize the parameters of the case study of the stabilization system. Using statistical modeling of an estimate of the probability of loss of stability of the optimized parameters. The simulation showed that the modified maximin method allows to achieve antagonistic conditions of stability equal probabilities of loss of stability ..

Keywords: the carrier rocket, stabilization system, casual indignations, stability, stability stocks, probability of stability.