

## Математическая модель крыла упругого самолета и влияние ее параметров на внешние нагрузки, полученные с учетом эффектов статической аэроупругости

*Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт»*

Статья посвящена проблеме учета влияния эффектов статической аэроупругости при определении внешних нагрузок, действующих на стреловидное крыло упругого самолета.

**Ключевые слова:** упругое крыло, аэродинамическое проектирование, давление по хорде профиля, статическая аэроупругость, создание математической модели.

**Постановка проблемы.** С увеличением скорости и размеров самолета большее влияние на его аэродинамические характеристики оказывает деформация конструкции самого самолета. Эта взаимосвязь деформации конструкции с внешними нагрузками определяется явлениями статической аэроупругости (СА) [1], которые могут привести к снижению или увеличению аэродинамических нагрузок и их перераспределению вдоль размаха стреловидного крыла большого удлинения ( $\lambda \geq 8$ ).

До настоящего времени остаётся нерешенной проблема изготовления упругих дренированных аэродинамических моделей самолета, которые в зависимости от режима испытаний, деформировались под действием внешних нагрузок подобно крылу реального самолета. В свое время проводились отдельные попытки изготовления гибких дренированных отсеков для решения отдельных экспериментальных задач. Для инженерных расчетов, на сегодняшний день, учет эффектов статической аэроупругости ведется численными методами.

### 1. Постановка задачи

Необходимо исследовать влияние распределения производных  $c_n^\alpha$  и относительных центров давления  $\bar{x}_d$  в сечениях по размаху крыла на результаты расчета внешних нагрузок с учетом эффектов СА на гладкое ( $\delta_{акр} = 0$ ) упругое крыло большого удлинения, используя аэродинамические характеристики (АХ) жесткой дренированной модели самолета.

### 2. Объект и задачи исследований

Для аналитического исследования проблем СА необходимо иметь математическую модель объекта (ММО). Модель должна правильно отражать основные свойства исходной реальной системы и быть достаточно простой для исследования. Основным способом получения ММО является способ приведения реальной системы с бесконечным числом степеней свободы, описываемой дифференциальными уравнениями в частных производных, к эквивалентной системе с ограниченным числом степеней свободы, движение которой может быть представлено конечным числом обыкновенных дифференциальных уравнений.

При учете влияния эффектов СА расчетная схема самолета с несущей поверхностью большого удлинения ( $\lambda \geq 8$ ) может быть представлена системой перекрестных балок нагруженных распределенной и сосредоточенной нагрузками, которые работают на изгиб и кручение (рис. 1). Эта схема предполагает непрерывное или дискретное распределением масс и жесткостей конструкции и соответствующих аэродинамических характеристик.

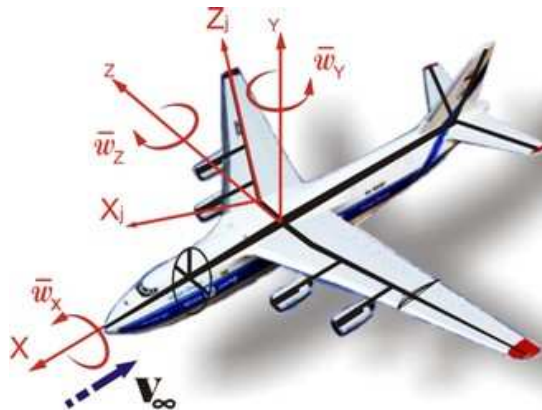


Рис. 1. Расчетная схема ЛА

Таковыми аэродинамическими характеристиками являются распределения относительных давлений по хордам дренированных сечений на различных углах атаки, интегральные функции сечений крыла  $c_{n_p} = f(\alpha, M)$ ,  $c_{\tau_p} = f(\alpha, M)$ ,  $m_{z_p} = f(\alpha, M)$  и самолета  $c_y = f(\alpha, M)$ .

Методика учета эффектов СА [2] основана на допущениях:

- значения производной  $c_n^\alpha$  постоянны по размаху крыла и принимаются равными  $c_y^\alpha$  по функции  $c_y = f(\alpha, M)$  на заданном угле атаки  $\alpha$  для всего самолета.
- не рассматриваются изменения положения центров давления  $\bar{x}_d$  сечений в зависимости от изменения местных углов атаки.

Первое допущение может влиять на точность расчетов при больших углах атаки, где изменение местного угла атаки влияет на значение производной  $c_n^\alpha$  сечения.

Второе допущение может влиять на точность расчетов крутящего момента  $M_z$  и соответственно на угловые деформации крыла практически на всех режимах полета.

Задачей исследования является изучение влияния принятых допущений на внешние нагрузки упругого крыла.

### 3. Методика проведения исследований

Методика учета перераспределения аэродинамической нагрузки основана на принципе независимости действий сил и деформаций и имеет допущения:

- поворот сечений крыла происходит в перпендикулярной плоскости вокруг оси жесткости OZj;
- изгиб крыла происходит в вертикальной плоскости, перпендикулярной плоскости кручения, и проходящей через ось жесткости OZj;

- крыло рассматривается как консольная балка с жесткой заделкой по бортовой нервюре ;
- при кручении и изгибе сечения профилей крыла не деформируются и их АХ соответствуют сечениям , параллельным вектору скорости полета  $V_\infty$  ;
- распределенная нагрузка в пределах одного сечения постоянна по ширине сечения .

Алгоритм определения распределенных нагрузок по поверхности дренированной модели самолета начинается с вычисления давления по показаниям датчиков в соответствующих дренажных точках [3].

По значениям относительных давлений  $\bar{P}$ , полученным в АДТ как функцию угла атаки (рис.2) для жесткой модели, определяются значения коэффициентов нормальной  $c_{n_p} = \int \bar{P}(\bar{x})d\bar{x}$  и продольной  $c_{\tau_p} = \int \bar{P}(\bar{y})d\bar{y}$  составляющих аэродинамической силы, коэффициент продольного момента  $m_{z_p} = \int \bar{P}(\bar{x})\bar{x}d\bar{x}$  и

относительное положение центра давления  $\bar{x}_d = -\frac{m_{z_p}}{c_{n_p}}$ .

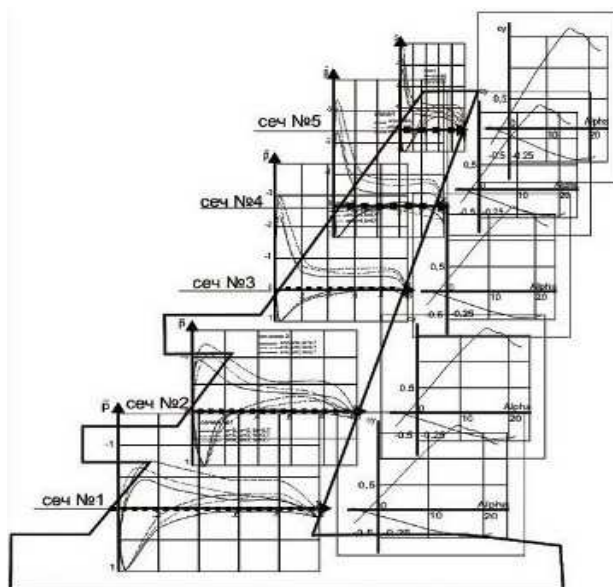


Рис. 2. Схема дренированной модели крыла

Влияние деформаций на изменения аэродинамических характеристики учитываются с помощью аэродинамических производных  $c_n^\alpha$  и  $m_z^\alpha$ .

Рассмотрим задачу применительно к нормальным коэффициентам сил, учет перераспределения тангенциальных сил учитывается аналогично.

Основные изменения нагрузок вдоль размаха несущих поверхностей при изгибно-крутильных деформациях связаны с приращениями местных углов атаки когда, соответственно возникают дополнительные аэродинамические силы [4]:

$$c_n(z) = c_{n_0}(z) + c_n^\alpha(z)(\varphi(z_j)\cos\chi + \mu(z)),$$

где  $c_{n_0}(z)$  – значение коэффициента нормальной подъемной силы в поточных сечениях по размаху жесткого крыла для угла атаки  $\alpha$ ,

$c_n^\alpha(z)$  – значения производной коэффициента нормальной подъемной силы в поточных сечениях по размаху крыла,  
 $\varphi(z_j)$  – упругие угловые деформации от  $M_{zj}$  в системе оси жесткости;  
 $\mu(z)$  – угловое приращение от  $M_{xj}$  в поточной системе.

Деформации конструкции определяются методом итераций:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M_{xj}}{EI}; \quad \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_{zj}}{GI_p},$$

где  $EI$  – жесткость крыла на изгиб,  $GI_p$  – жесткость крыла на кручение,  $M_{xj}$  и  $M_{zj}$  – изгибающий и крутящий моменты в системе оси жесткости.

Численные методы расчета упругих деформаций предполагают известными значения упругих характеристик исследуемой конструкции.

Значения  $M_{xj}$  и  $M_{zj}$  вычисляются по значениям распределенных аэродинамических и массовых нагрузок, с учетом сосредоточенных масс конструкции и оборудования. Процесс расчета заканчивается тогда, когда происходит уравнивание внешней нагрузки нагрузками от упругих деформаций. В данном методе задается точность уравнивания нагрузок.

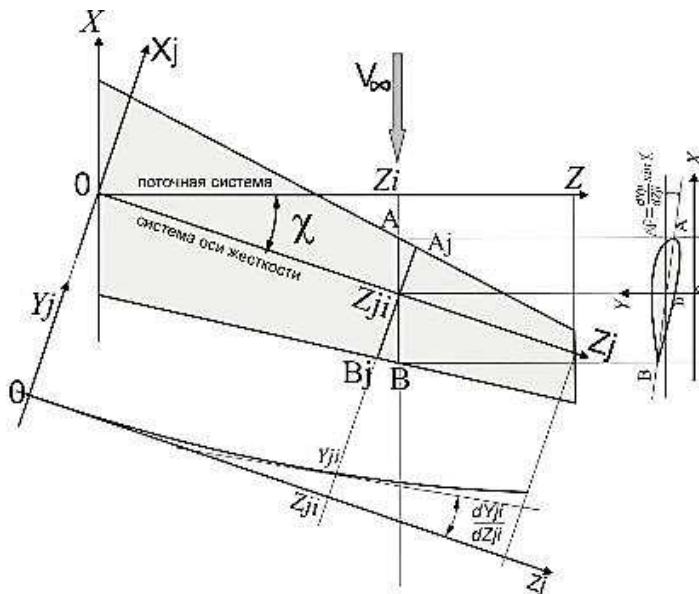


Рис. 3. Деформация стреловидного крыла

При изгибе стреловидного крыла местные углы атаки в направлении набегающего потока уменьшаются (рис.3). Если направленная вверх сила  $Q_y$  прикладывается к оси жесткости крыла в сечении  $Z_{ji}$ , то точки  $A_j$  и  $B_j$  переместятся приблизительно на одинаковые расстояния, которые будут больше расстояния, на которое переместится точка  $A$  и меньше перемещения точки  $B$ .

Угол атаки сечения  $AB$ , расположенного в плоскости набегающего потока, будет меньше и появится отрицательное приращение подъемной силы. Эта отрицательная подъемная сила оказывает стабилизирующее влияние, так как стремится уменьшить подъемную силу, возникающую от закручивания элемента  $BC$ , при котором его носок перемещается вверх. В результате этого изгиб

стреловидного крыла со стреловидностью назад ведет к смещению центра давления аэродинамической нагрузки к корневому сечению крыла.

При изгибе стреловидного крыла, сечения параллельные вектору  $V_\infty$ , совершают линейные и угловые перемещения. При этом связь между деформацией изгиба крыла и поворотом поточного сечения определяется как:

$$\mu = -\frac{dy}{dz_j} \sin \chi,$$

где  $\chi$  – угол между осью жесткости крыла и осью  $Z$  самолета;  $z_j$  – расстояние от сечения до бортовой нервюры крыла вдоль оси жесткости;

Соответственно, местные углы поперечного  $V$  крыла в результате изгиба увеличиваются на:

$$\vartheta_{кр} = \frac{dy}{dz_j} \cos \chi$$

Таким образом, можно записать:

$$c_n(z) = c_{n_0}(z) + c_n^\alpha(z) \left( \varphi(z_j) \cos \chi - \frac{dy}{dz_j} \sin \chi \right);$$

$$m_z(z) = m_{z_0}(z) + m_z^\alpha(z) \left( \varphi(z_j) \cos \chi - \frac{dy}{dz_j} \sin \chi \right).$$

Распределение  $c_n^\alpha$  и  $m_z^\alpha$  по углу атаки (рис. 4) для сечений принятой расчетной схемы рассмотрены в пределах угла атаки  $0 \leq \alpha \leq \alpha_{max}$  предполагая, что явлений гистерезиса и моментных «ложек» нет.

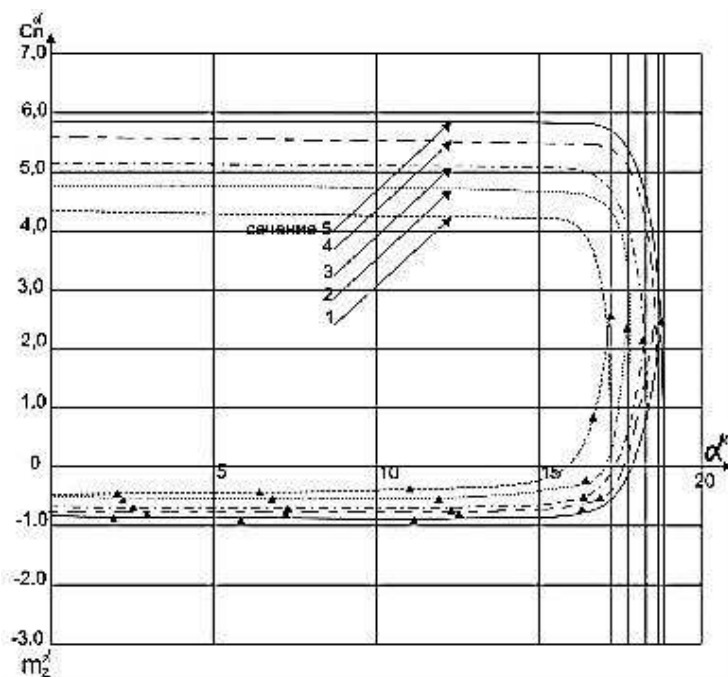


Рис. 4. Распределение  $c_n^\alpha = f(\alpha)$  и  $m_z^\alpha = f(\alpha)$

Рассмотрена закономерность влияние угла стреловидности  $\chi$  на распределение функции  $\Omega = \frac{\varphi(z_j)}{dy} \cdot \frac{dy}{dz_j} \cdot \text{tg}^{-1} \chi$  в сечениях по размаху крыла (рис. 5).

Это отношение позволяет оценить вклад угловых и линейных деформаций оси жесткости в изменения поточной кривки крыла. Для выбранных расчетных условий полета, при удельной расчетной нагрузке на крыло  $q^p = 1980 \text{ кг/м}^2$ , при заданных жесткостях на изгиб и кручение значение  $\Omega = 1$  для сечений при угле стреловидности  $\chi = 19,42 \div 19,63^\circ$ . При известных сочетаниях жесткостей на изгиб и кручение существует угол стреловидности при котором приращению местных поточных углов атаки, вызванное действием на крыло внешних нагрузок, стремится к минимальному значению, что минимизирует изменение аэродинамических характеристик самолета за счет деформации конструкции.

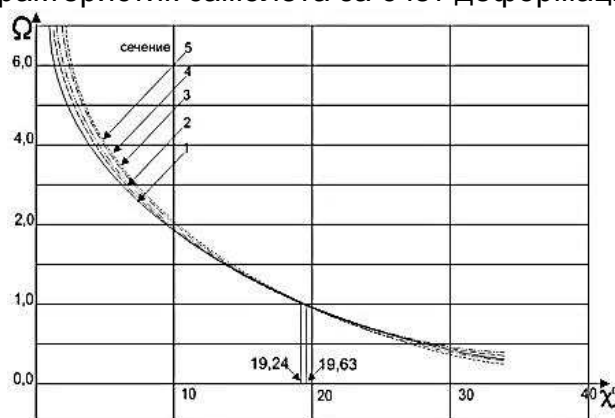


Рис. 5. Распределение  $\Omega = f(x)$

Надо отметить, что это условие сохраняется для широкого диапазона перегрузок одного направления, но является индивидуальным для каждого крыла или определенного сочетания жесткостей на изгиб и кручение.

Методическим результатом для нормальной аэродинамической нагрузки (аналогично, для тангенциальной) является распределение относительной циркуляций и центров давления вдоль размаха крыла.

$$\bar{\Gamma}_b(z) = \frac{c_n z b(z)}{c_{n_{кр}} B_{cp}}, \quad \bar{x}_d(z) = -\frac{m_z(z)}{c_n(z)},$$

где  $c_n(z)$  – коэффициент подъемной силы в сечении крыла,  $b(z)$  – хорда сечения;  $C_{n_{кр}}$  – интегральная величина коэффициента нормальной подъемной силы крыла,  $B_{cp}$  – средняя хорда крыла,  $\bar{x}_d(z)$  – относительный центр давления в поточном сечении.

На рис. 6 изображены распределения относительных циркуляций  $\bar{\Gamma}_b$  и относительных центров давления  $\bar{x}_d$  по размаху жесткого крыла, приращения  $\Delta \bar{\Gamma}_b$ , распределение циркуляции  $\bar{\Gamma}_e$ , и относительных центров давления  $\bar{dx}_e$  полученной с учетом упругих деформаций.

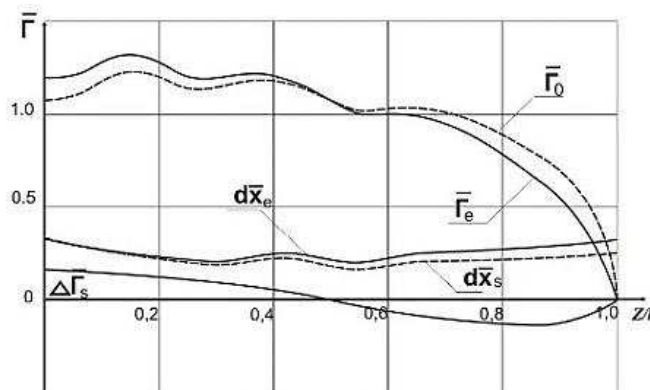


Рис. 6. Распределение циркуляции и центров давления

Сравнивая результаты расчетов изгибающего  $M_{xj}$  и крутящего  $M_{zj}$  моментов (рис. 7), можно сделать вывод, что учет изменений положения центров давлений  $\overline{dx}_e$  и неравномерности распределения производной  $c_n^\alpha$  по размаху исследуемого крыла приводит к увеличению эффектов статической аэроупругости.

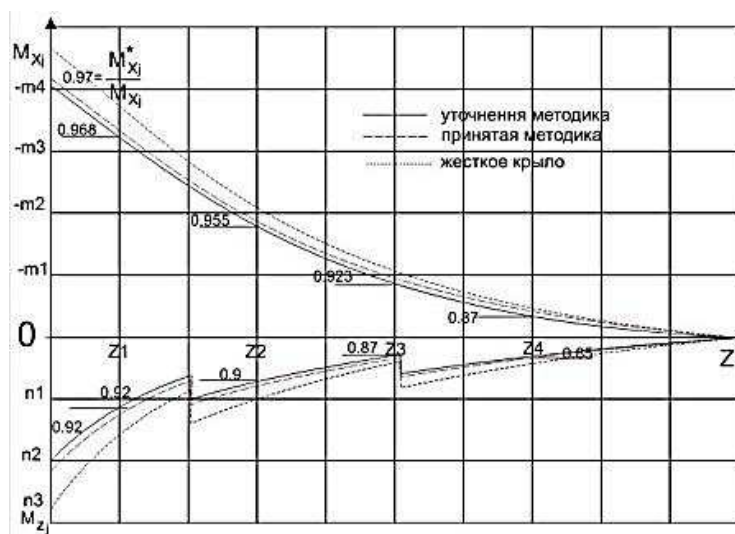


Рис. 7. Распределение  $M_{xj}$  и  $M_{zj}$  по размаху крыла

В данном случае это привело к уменьшению внешней нагрузки в некоторых сечениях по размаху крыла от 3% до 14%. В данном случае это существенное влияние. Надо отметить, что при других сочетаниях геометрии, условий нагружения, изгибной и крутильной жесткости крыла результаты будут другими.

### Выводы

1. Предлагаемые уточнения методики расчета внешних нагрузок на крыло большого удлинения приводят к изменению величины нагруженности крыла.
2. Величина и характер этих изменений определяются геометрией, условиями нагружения, изгибной и крутильной жесткостями рассматриваемого крыла.

3.Изменения к существующей методике могут быть полезными при проектировании авиационных конструкций.

**Список литературы:**

1. Р.Л.Бисплингхофф, Х.Эшли и Р.Л.Халфмен. Аэроупругость.-Издательство иностранной ситературы. Москва, 1958, с.9-72.
2. Бондарь Ю.И. Программный комплекс по расчету внешних нагрузок на крыло большого удлинения. – К.: АНТК им. О.К.Антонова, ОНТ, 1987г.
3. Бондарь Ю.И., Расчет циркуляции крыла по результатам дренажного эксперимента и ее оптимизация в области нелинейных аэродинамических характеристик. - К.: АНТК им. О.К.Антонова, ОНТ,1989г.
4. Г.С.Бюшгенц, Г.А.Павловец ,А.В.Климин. Аэродинамика малых скоростей. – Жуковский, ЦАГИ, 1995г.

**Рецензент:** д-р техн. наук, профессор, лауреат Государственной премии Украины, Лупкин Б.В., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», НКП по дистанционному образованию, г. Київ.

**Математична модель крила пружного літака та вплив її параметрів на зовнішні навантаження, отримані з врахуванням ефектів статичної пружності**

Стаття присвячена проблемі врахування впливу ефектів статичної пружності при визначенні зовнішніх навантажень на стрілоподібне крило пружного літака.

**Ключові слова:** пружне крило, аеродинамічне проектування, тиск по хорді профіля, статична аеропружність, створення математичної моделі.

**Mathematical model of the wing of the springy aeroplane and influence its parameter on external loads, got with provision for effect steady-stateaeroelastysity**

The Article is dedicated to problem of the account of the influence effect steady-state aeroelastysity at determination of the external loads acting on sweptback wing springy aeroplane.

**Keywords:** springy wing, aerodynamic designing, pressure on chord of the profile, steady-state aeroelastysity, creation to mathematical model.