УДК 629.7.01

В. Ф. Шмырев

Математическая модель нестационарных процессов теплои массообмена на наружной поверхности противообледенителей летательных аппаратов во влажном воздухе (внешняя задача)

Государственное предприятие "АНТОНОВ"

Разработана математическая модель исследования нестабильных процессов теплообмена на внешней поверхности в виде "программного блока". Предложено программный блок рассматривать как один из методов исследования противообледенительных систем современных летательных аппаратов.

Ключевые слова: противообледенители (ПО), противообледенительные системы (ПОС), математическая модель теплообмена, водяная пленка, программный блок.

ВВЕДЕНИЕ

Данная статья представляет собой этап создания расчетных методов по определению количества и формы льда, а также параметров пленки воды на противообледенителях (ПО) летательных аппаратов (ЛА) и их теплового состояния от и до начала включения противообледенительных систем (ПОС), а именно создание математической модели нестационарных (то есть, изменяющихся во времени) процессов тепломассообомена на наружных поверхностях ЛА («внешняя задача»).

Имеющаяся математическая модель позволяет определить тепловое состояние противообледенителей с уже имеющимся льдом, т. е., не включает в себя нестационарную задачу массообмена на наружной поверхности противообледенителей.

В разработанной математической модели тепломассообмена реализованы следующие нестационарные процессы:

- теплообмен от наружной поверхности ЛА (сухой, смоченной, обледеневшей) к воздушному потоку;
- оседание, течение, сбегание в отдельные ручейки, испарение и замерзание воды на противообледенителе;
- теплопроводность через слой льда и пленку воды;
- образование льда на поверхности противообледенителя в холодном состоянии (при отключенной ВТ ПОС);
- образование «барьерного» льда на необогреваемой поверхности (за зоной обогрева и в пределах зоны затекания воды).
- образование льда на слабо обогреваемой поверхности (в пределах зоны слабого обогрева в режиме «холодного ножа» для ВТ ПОС ЦД);
- прогрев и сброс льда с обогреваемой поверхности.

Входными данными для решения внешней задачи являются:

- температура наружного воздуха и коэффициенты внешней теплоотдачи для сухой поверхности, распределенные по длине защищаемой поверхности;
- водность и характеристики улавливания водяных капель поверхностью ЛА местные коэффициенты улавливания на верхней и нижней поверхностях ПО;
- нестационарные значения теплового потока от обшивки ПО, которые определяются путем решения «внутренней» сопряженной (т. е. решаемой совместно с «наружной») тепловой задачи.

Результатами расчета «внешней» задачи являются распределенные по поверхности ПО нестационарные (для каждого текущего момента времени) значения: – температуры обшивки ПО, льда и воды на внешней поверхности;

толщины льда и воды, а также момент времени сброса льда.

Кроме того, рассчитываются все тепловые потоки, необходимые для анализа теплового состояния ПО, а также для оценки сходимости расчетных тепловых балансов, методически подтверждающей достоверность счета.

Математическая модель реализована в виде программного блока, работающего совместно с существующими математическими программами, предназначенными для решения нестационарной «внутренней» задачи применительно к различным типам ВТ ПОС постоянного и циклического действия. Следует отметить, что применительно к ВТ ПОС постоянного действия, решение стационарной задачи является частным случаем общей «нестационарной» задачи для установившегося режима с соответствующими граничными условиями. Кроме того, блок может быть подключен к аналогичным программам для ЭТ ПОС.

Задача разработана с целью создания на основе имеющегося программного обеспечения (для расчета ПОС постоянного и циклического действия с фиксированной толщиной льда) универсального программного комплекса, учитывающего нестационарные процессы тепло- и массообмена (течения, прогрева, испарения и замерзания воды) на поверхностях ПОС ЛА.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РАСЧЕТНАЯ СХЕМА

Математическая модель позволяет выполнять расчеты для различных вариантов расчетных теплопередающих схем, существенно отличающихся в тепловом отношении и в отношении программной реализации, которые определяются следующими возможными состояниями наружной поверхности ЛА:

- сухая (без воды и льда);
- смоченная пленкой воды (частично или по всей ширине шага гофра);
- покрытая слоем льда (частично или по всей ширине шага гофра);
- покрытая слоем льда, который снаружи смочен пленкой воды (частично или по всей ширине шага гофра).

Расчетная схема математической модели выбрана таким образом, что стало возможно на ее основе создать надежный единообразный алгоритм, охватывающий все возможные вышеуказанные состояния поверхности ЛА для всех существующих на сегодняшний день типов ВТ ПОС, как постоянного так и циклического действия.

Кроме того, математическая модель позволяет выполнять удобную стыковку и совместную работу с внутренними задачами для ЭТ ПОС.

Схема разбиения поверхности противообледенителя на элементарные отрезки приведена на рис. 1. Защищаемая поверхность условно разбивается по образующей профиля на элементарные отрезки Δx различной длины, с началом отсчета отрезков от характерной точки профиля (для ВТ ПОС – точка вдува, для ЭТ ПОС – точка теплового ножа). По координате *Z* поверхность разбивается на отрезки Δz , которые в нашем частном случае равны шагу гофра. Разбиение на отрезки Δx и Δz для внешней задачи должно полностью соответствовать разбиению, принятому во «внутренней» тепловой задаче. Стыковка «внутренней» и «внешней» задач осуществляется следующим образом: в процессе счета внутренней задачи, на каждом отрезке Δx (для каждого временного расчетного шага Δr) осуществляется обращение к блоку внешней задачи.



Рис.1. Схема разбиения поверхности ПО на элементарные площадки ΔF_i .

На рис. 2 приведена расчетная схема поверхности ПО, покрытой слоем льда и текущей пленкой воды.

Слой льда в пределах ΔF считается элементарным звеном с сосредоточенными параметрами и описывается нестационарным уравнением сохранения энергии, которое решается относительно температуры льда совместно с уже имеющейся системой аналогичных уравнений для обшивки ПО, воздуха в гофре и стенки гофра методом прогонки, характеризующимся высокой устойчивостью счета. Необходимо отметить, что специфика нестационарных процессов тепломассообмена на поверхности ПО в условиях полета во влажном воздухе такова, что к математической устойчивости их расчета предъявляются высокие требования.

Смоченная поверхность ПО, покрытая пленкой воды, рассматривается как самостоятельное звено с сосредоточенными параметрами, через которое осуществляется тепломассообмен между наружным воздухом и ПО. В математической модели предусмотрено, что водяная пленка может находиться как на поверхности льда, так и непосредственно на поверхности обшивки ПО, в зависимости от конкретных условий работы ПОС.

Для элементарной поверхности ΔF (покрытой льдом, водой или сухой, кроме случаев частичного по Δz смачивания и частичного по Δz обледенения) в модели принято:



Рис. 2. Тепловой баланс на элементе поверхности противообледенителя ΔF_{en} , $(\xi_{en} = \xi_n)$

• наружная поверхность обшивки ПО формально всегда покрыта слоем льда переменной толщины, которая может меняться от нуля до своего максимального значения; при нулевом значении расчет для льда выполняется как для условной безинерционной, «прозрачной» (в тепловом отношении) стенки;

• наружная поверхность при наличии льда или его отсутствии формально всегда покрыта пленкой воды переменной толщины, которая также может меняться от нуля до своего максимального значения; аналогично при нулевом значении расчет выполняется как для условной безинерционной «прозрачной» (в тепловом отношении) стенки.

На рис. З приведена схема расчета для случаев частичного смачивания и частичного обледенения наружной поверхности ПО, которые могут иметь место при сбегании водяной пленки в отдельные ручейки. Для этих случаев лед и вода рассматриваются как элементарные звенья с сосредоточенными параметрами только для обледеневшей и смоченной долей поверхности ΔF соответственно. При этом участки поверхности ΔF , свободные ото льда и воды, имитируются соответствующими тепловыми потоками (см. разделы 6.9 и 6.10 настоящего отчета).

Такой подход позволил создать относительно простой, единообразный и надежный алгоритм для расчета всех возможных состояний ЛА, что важно для решения нестационарной, распределенной внешней задачи, когда условия течения, испарения и замерзания воды на поверхности ПО существенно меняются не только по поверхности, но и во времени.

Расчетный элемент модели (рис. 2) имеет следующие границы:

• внутренней границей является наружная поверхность обшивки ПО, через которую осуществляется теплообмен с внутренней частью ПОС; граничным условием для задачи теплопроводности является значение температуры ПО (параметр внутренней задачи); для внутренней задачи – температура льда (параметр внешней задачи); • наружной границей является наружная поверхность пленки воды, через которую осуществляется тепломассообмен с внешней средой; граничными условиями являются температура наружного воздуха и коэффициент конвективной теплоотдачи в «сухом воздухе» (для задачи теплопроводности), а также водность облака и коэффициент улавливания (для расчета массообмена);



Рис. 3. Расчетная схема элемента поверхности для частичного смачивания и частичного обледенения (0< ξ_{en} <1; 0< ξ_n <1; $\xi_{en} \neq \xi_n$)

• через боковые границы осуществляется массообмен (по воде пленки) с предыдущим и последующим отрезками Δ*x*, а именно: через ту границу, которая ближе к критической точке, затекает вода с предыдущего отрезка Δ*x*, а через противоположную - уходит на последующий Δ*x*; граничными условиями являются значения расхода воды с предыдущего на последующий отрезки Δ*x*.

Массообмен на наружной границе определяется следующими потоками массы:

• массовый расход воды в виде переохлажденных капель, оседающих на поверхности Δ*F* из потока воздуха (массовая скорость улавливания), *G*_{ул.}, *ка/с*;

• расход воды в виде пара, уходящего из водяной пленки (массовая скорость испарения), *G*_β, *ке/с*;

• массовая скорость уноса воды с поверхности пленки, *G_{ун}, кг/с*.

Теплообмен на наружной границе определяется следующими тепловыми потоками:

- тепловой поток на нагрев воды, осевшей на поверхности, *Q*_{*n*}, *Bm*;
- тепловой поток на испарение, *Q*_β, *Bm*;
- тепловой поток, отводимый путем конвективного переноса, *Q*_α, *Bm*.

1) Массообмен на границе «лед – водяная пленка» определяется массовым расходом воды, которая замерзает и переходит в слой льда (массовая скорость замерзания), *G3, кг/с*.

2) Теплообмен на границе «лед – водяная пленка» определяется тепловым потоком от слоя льда к пленке, *Q_n*, *Bm*;

Теплообмен на внутренней границе (лед – обшивка ПО) определяется тепловым потоком, переданным от металла ПО ко льду, *Q_H*, *Bm*.

Поток Q_н зависит от двух переменных, сопряженных параметров, - температуры обшивки ПО (параметр внутренней задачи) и температуры льда (параметр внешней задачи).

Тепломассообмен на боковой границе расчетного элемента, которая расположена ближе к критической точке (на рис.2 на левой границе), определяется:

• массовым расходом воды, затекающей с предыдущего (по направлению течения пленки) отрезка Δ*x*_(ixk-1), *G*_{пл (ixk-1)};

• тепловой поток на нагрев указанного расхода затекшей с предыдущего отрезка Δ*x* _(іхк-1) воды, *Q*_{пл (іхк-1)}, *Bm*.

Тепловой поток за счет замерзания осевшей воды, Q_{3M} , Bm – этот поток, с методологической точки зрения, может рассматриваться в виде источников тепла, равномерно распределенных в замерзающей воде пленки.

Начальные условия

Начальным условием является состояние теплового равновесия теплопередающей системы (металл ПО, лед, вода) при неработающей ПОС и сухом атмосферном воздухе. При этом температура всех элементов системы равна температуре наружного воздуха (с учетом полного торможения)

$$t^* = t_0 + \frac{V_0^2}{2 \cdot c_p};$$

Толщины льда и пленки воды равны нулю.

ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

При разработке модели приняты следующие основные допущения:

1) В пределах элементарного отрезка Δ*x* и временного шага Δ*t* лед и вода рассматриваются, как элементарные слои с сосредоточенными параметрами;

2) Не учитывается оседание на поверхность кристаллов льда;

3) Перетоки тепла теплопроводностью для воды и льда учитываются только в направлении оси *у*, перетоками в направлении осей *х* и *z* пренебрегаем;

4) Теплофизические свойства воды пленки приняты постоянными;

5) Теплофизические свойства льда (кроме плотности) приняты постоянными;

6) Плотность льда определяется в зависимости от температуры по интерполяционной квадратичной зависимости;

7) Считается, что переохлажденная вода из воздушного потока, осев на наружную поверхность обшивки, мгновенно переходит в «равновесное» состояние (лед или вода);

8) Смоченная часть поверхности $\Delta F_{\text{вл}}$ покрыта пленкой воды равномерной толщины, несмоченная часть – считается сухой, доля смоченной поверхности определяется коэффициентом смачивания $\xi_{\text{вл}}$, полученным экспериментально - расчетным путем;

9) Обледеневшая часть поверхности Δ*F*_л покрыта слоем льда равномерной толщины, доля обледеневшей части поверхности определяется коэффициентом обледенения *ξ*_л в процессе счета по мере замерзания воды;

10) В пределах смоченной части элементарной поверхности ΔF_{вл} температура и толщина пленки считаются постоянными в течении расчетного шага Δт;

11) В пределах обледеневшей части элементарной поверхности ΔF_л температура, и толщина льда считаются постоянными в течении Δт;

12) В процессе прогрева слоя льда предполагается, что в момент времени достижения температуры 0 °С на границе «поверхность ПО – лед» исчезают силы сцепления льда с металлом и лед сбрасывается с поверхности ΔF_{n} :

13) Покрытая водяной пленкой поверхность считается в пределах Δ*F*_{ел} плоской;

14) Силами веса и инерцией пленки пренебрегаем; вязкость воды находится в функции от температуры по затабулированным табличным данным с применением линейной интерполяции;

15) Течение пленки происходит под действием воздушного потока по образующей профиля, в направлении от критической точки к границам затекания воды;

16) Сдув воды с поверхности пленки учитывается с помощью экспериментального поправочного коэффициента *к*_{сд};

17) Течение пленки читается турбулентным вследствие турбулизирующего влияния облачных капель;

18) Величиной скорости течения пленки пренебрегаем, по сравнению со скоростью воздушного потока;

19) Упругость насыщенного водяного пара определяется в функции от температуры по табличным данным, аппроксимированным зависимостью:

$$e = A \cdot 2,78^{\left(0,0727 \cdot t \cdot \left(1 - \frac{t}{300}\right)\right)}$$

где А – постоянный коэффициент.

ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

Тепловые потоки, которые учитываются в расчете для смоченного i_x – го расчетного элемента поверхности ПО в каждый момент времени т.

а) Тепловой поток, отводимый путем конвективного переноса:

$$Q_{\alpha} = A_{\alpha} \cdot \left(t_{n \kappa n} - t_1^* \right),$$

где $A_{\alpha} = \alpha_c \cdot \Delta F_{en}$

*а*_с – коэффициент конвективной теплоотдачи для сухого воздуха,

 t_{nsn} – температура поверхности,

*t*₁*- местная равновесная температура пограничного слоя, которая для наших условий может быть представлена в виде:

$$t_1^* = t_0 + \frac{(V_0^2 - V_1^2)}{2 \cdot c_p} + r^* \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot cp};$$

б) Тепловой поток на испарение:

$$Q_{\beta} = \Delta F_{_{\theta,\eta}} \cdot \alpha_c \cdot \frac{0.622 \cdot L_u}{c_p} \cdot \frac{\left(e_n - e_1^*\right)}{P},\tag{1}$$

где

 e_n и e_1^* - упругость водяного пара соответственно при температуре поверхности и при равновесной температуре воздуха в пограничном слое;

 $P = P_{H} + \Delta P_{\partial u H}$, где $\Delta P_{\partial u H}$ – скоростной напор.

$$\Delta P_{\partial u H.} = \frac{\rho_{e} \cdot V_{0}^{*}}{2};$$

В соответствии с законом газового состояния:

$$\rho_{e} = \frac{P}{R \cdot (t_{1}^{*} + 273)} = \frac{P_{H} \cdot P}{R \cdot (t_{1}^{*} + 273)},$$

где \overline{P} - местное относительное давление.

Тогда тепловой поток на испарение будет равен:

$$Q_{\beta} = \Delta F_{_{\theta,\eta}} \cdot \alpha_c \cdot \frac{0,622 \cdot l_u}{cp} \cdot \frac{\left(l_n - l_1^*\right)}{\left(P_{_{H}} + \frac{P_{_{H}} \cdot \overline{P}}{R_{_{H}} + \left(t_1^* + 273\right)}\right)}$$

в) Тепловой поток на нагрев воды, осевшей на *i*_x-ом элементарном участке ПО:

$$Q_n = C_{\beta} \cdot \varepsilon \cdot \omega \cdot V_0 \cdot \left(t_{n_{\beta,\beta}} - t_1^* - \Delta t_{g,\kappa_{u_H}} \right) = A_n \cdot \left(t_{n_{\beta,\beta}} - \left(t_1^* + \Delta t_{g,\kappa_{u_H}} \right) \right),$$

где

Δt_{в. кин} – подогрев воды за счет преобразования кинетической энергии капель в тепло.

$$\Delta t_{\mathsf{G.KUH.}} = \frac{V_0^2}{2 \cdot c_{\mathsf{g}}},$$

где *с*_в – удельная теплоемкость.

г) Тепловой поток на нагрев (охлаждение) воды, затекающей с предыдущего отрезка Δх _{(ixк}⁻¹):

$$Q_{n\pi}(ixx^{-1}) = c_{\theta} \cdot (t_{n\theta\pi} - t_{(ixx^{-1})}) \cdot G_{n\pi}(ixx^{-1}) = A_{n\pi} \cdot (t_{n\theta\pi} - t_{n\theta\pi}(ixx^{-1}))$$

- д) Тепловой поток за счет замерзания воды на влажной поверхности: $Q_{_{3M}} = G_{_{3M}} \cdot L_{_{\mathcal{I}}}$ (при t_n<0 °C).
- е) Тепловой поток от обшивки ПО к середине толщины льда:

$$Q_{n} = \left(t_{no} - t_{n}\right) \cdot \Delta F \frac{2}{\left(\frac{\delta_{no}}{\lambda_{no}} + \frac{\delta_{n}}{2 \cdot \lambda_{n}}\right)},$$

где

Т_{по} и t_л – температура обшивки ПО и льда.

ж) Тепловой поток от середины толщины льда:

$$Q_{_{\mathcal{J}\mathcal{H}}} = (t_{_{\mathcal{I}}} - t_{_{\mathcal{H}\mathcal{G}\mathcal{I}}}) \cdot \Delta F_{_{\mathcal{G}\mathcal{I}}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\delta_{_{\mathcal{I}}}}{2 \cdot \lambda_{_{\mathcal{I}}}} + \frac{\delta_{_{\mathcal{I}\mathcal{I}}}}{\lambda_{_{\mathcal{G}}}} + \frac{1}{\alpha_{_{\mathcal{G}\mathcal{I}}}}\right)} = A_{_{\mathcal{I}\mathcal{H}}}(t_{_{\mathcal{I}}} - t_{_{1}}^{*});$$

Массовые расходы на участке Δ*x*, которые учитываются в расчете, в каждый момент времени *т*

a) Массовая скорость улавливания капель воды из атмосферного воздуха:

$$G_{\nu n} = \mathcal{E} \cdot \boldsymbol{\omega} \cdot V_0 \cdot \Delta F_{en}$$

б) Массовая скорость уноса воды с поверхности пленки:

 $G_{_{V\!H}} = G_{_{V\!n}} \cdot K_{_{c\partial}}$, где $K_{c\partial}$ – экспериментальный коэффициент сдува;

в) Массовая скорость испарения с поверхности:

$$G_{\beta} = \frac{Q_{\beta}}{l_{\mu}};$$

г) Расход воды в пленке на выходе из отрезка Δ*х*:

$$G_{n\pi} = G_{y\pi} - G_{y\mu} + G_{n\pi(ixx-1)} - G_{\beta} - G_{3M};$$

д) Расход воды затекающей с предыдущего отрезка Δ*x*, равен расходу на выходе из предыдущего Δ*x*.

Определение массовой скорости замерзания *G*_{зм} приведено ниже, в разделе 6.3.

6.3. Температура влажной поверхности (воды в пленке) определяется из балансного уравнения сохранения энергии в нетрадиционной постановке:

$$A_{\tau} \cdot (t_{\Pi} - t_{(i\tau^{-1})}) = \sum Q = Q_{\pi} - Q_{\alpha} - Q_{\beta} - Q_{\Pi} - Q_{nn(ixx^{-1})} + Q_{3M};$$
⁽²⁾

Если в результате расчета окажется, что $t_{n en} < 0$, то это означает, что часть воды (или вся вода) должна замерзнуть с выделением теплоты замерзания Q_{3M} , так как на поверхности не может существовать переохлажденной воды. Представим балансное уравнение в виде:

$$A_{\tau} \cdot (t_{\Pi} - t_{(it-1)}) = A_{\pi}(t_{\pi} - t_{ne\pi}) + A_{\alpha}(t_{ne\pi} + t_{1}^{*}) - Q_{\beta}^{*} + A_{\Pi}((t_{1}^{*} + \Delta t_{e.\kappa u_{H}}) - t_{ne\pi}) + A_{n\pi}(t_{n(ixx-1)} - t_{ne\pi}) + Q_{3M};$$
(3)

где

$$A_{\tau} = \frac{\Delta F_{e\pi} \cdot \delta_{n\pi} \cdot C_{e} \cdot \rho_{e}}{\Delta \tau}; \qquad A_{\Pi} = C_{e} \cdot \varepsilon \cdot \omega \cdot V_{0}; \\ A_{n\pi} = C_{e} \cdot G_{n\pi} (ixx^{-}); \\ A_{\pi} = \frac{2 \cdot \Delta F_{e\pi}}{\delta_{\pi}}; \qquad A_{\alpha} = \Delta F \cdot \alpha_{c}$$

После преобразований уравнение может быть приведено к виду:

$$t_{n_{\beta,\pi}} \cdot \left(A_{\tau} + A_{\pi} + A_{\alpha} + A_{\Pi} + A_{n\pi}\right) =$$

$$= A_{\tau} \cdot t_{n_{\beta,\pi}(i\tau-1)} + A_{\pi} \cdot t_{\pi} + A_{\alpha} \cdot t_{1}^{*} - Q_{\beta} + A_{\Pi} \cdot (4)$$

$$\cdot \left(t_{1}^{*} + \Delta t_{\beta,\kappa_{u_{H}}}\right) + A_{n\pi} \cdot t_{n_{\beta,\pi}(i\kappa-1)};$$

Обозначим через SQ правую часть уравнения, а через SA – множитель при t_{nex} в левой части уравнения тогда:

$$t_{\Pi en} = \frac{SQ + Q_{3M}}{SA};$$

SA всегда имеет положительное конечное значение, так как является суммой постоянных коэффициентов, SQ может принимать как положительные, так и отрицательные значения, так как содержит переменные величины.

Если *SQ>0*, то это означает, что на поверхности вода переохлаждена и должна замерзнуть (частично или полностью).

Если при этом

$$\left|SQ\right| \leq L_{\pi} \cdot \left(G_{y\pi} - G_{y\mu} + G_{n\pi(ixx-1)} - G_{\beta}\right),$$

т.е., если пленка за счет этого переохлаждения вымерзнет не вся, а частично, то теплота замерзания будет равна переохлаждению $Q_{_{3M}} = |SQ|$, температуры воды и образовавшегося льда будут равны 0°С.

В противном случае замерзнет вся вода на поверхности, т.е.

$$G_{_{3M}} = (G_{_{YX}} - G_{_{YH}} + G_{_{\Pi\Pi}(i_{XK-1})} - G_{_{B}}),$$

при этом выделится теплота замерзания

$$G_{_{3M}} = L_{_{\mathcal{I}}} \cdot G_{_{3M}} < |SQ|,$$

то есть вода замерзнет, не достигнув нулевой температуры. В результате образуется лед с отрицательной температурой.

В правую часть уравнения (4) должна быть добавлена величина *G*_{зм}, тогда температура влажной поверхности будет:

$$t_{ngn} = \frac{SQ + Q_{3M}}{SA}$$

Массовая скорость замерзания будет:

$$G_{3M} = \frac{Q_{3M}}{L_{\pi}}.$$

Температура льда, для $\xi_{en} = 1$ и $\xi_n = 1$, определяемая на *i*-м отрезке Δx в каждый момент времени *т*

Средняя температура в середине толщины льда определяется из балансного уравнения сохранения энергии в нестационарной постановке:

$$\Delta F_{_{BR}} \cdot \frac{\mathcal{O}_{_{R}} \cdot \mathcal{O}_{_{R}} \cdot \mathcal{C}_{_{R}}}{\Delta \tau} \cdot \left(t_{_{R}} - t_{_{R}(\tau^{-1})} \right) = Q_{_{H}} - Q_{_{RH}} + G_{_{3M}} \cdot C_{_{R}} \cdot \left(t_{_{RBR}} - t_{_{R}} \right)$$

Уравнение может быть представлено в виде:

$$A_{\tau_{1}} \cdot (t_{n} - t_{n(i\tau-1)}) = A_{H} \cdot (t_{no} - t_{n}) + A_{nH} (-t_{n} + t_{1}^{*}) + A_{3M} \cdot (t_{nen} - t_{n})$$

и затем приведено к форме Коши, удобной для решения методом прогонки совместно с уже имеющейся в блоке «ТПС» системой аналогичных уравнений для обшивки ПО, воздуха в гофре и в стенке гофра:

$$a \cdot t_{no} - c \cdot t_{\pi} + b \cdot t_1^* = f,$$

где:

$$a = A_{\mu}; \ b = A_{_{\mathcal{I}\mathcal{H}}}; \ c = A_{_{\mathcal{I}\mathcal{I}}} + A_{_{\mathcal{H}}} + A_{_{\mathcal{I}\mathcal{H}}}; \ f = -A_{_{\mathcal{I}\mathcal{I}}} \cdot t_{_{\mathcal{I}}(i\tau-1)}; \ A_{_{\mathcal{H}}} = \frac{2 \cdot \Delta F_{_{\mathcal{I}}}}{\left(\frac{\delta_{_{no}}}{\lambda_{_{no}}} + \frac{\delta_{_{\mathcal{I}}}}{\lambda_{_{\mathcal{I}}}}\right)};$$
$$A_{_{\mathcal{I}\mathcal{H}}} = \frac{\Delta F_{_{\mathcal{I}}}}{\left(\frac{\delta_{_{\mathcal{I}}}}{2 \cdot \lambda_{_{\mathcal{I}}}} + \frac{\delta_{_{na}}}{\lambda_{_{\mathcal{G}}}} + \frac{1}{\alpha_{_{\mathcal{G}\mathcal{I}}}}\right)}; \quad A_{_{\mathcal{I}\mathcal{I}}} = \frac{\Delta F_{_{\mathcal{I}}} \cdot \delta_{_{\mathcal{I}}} \cdot \rho_{_{\mathcal{I}}} \cdot c_{_{\mathcal{I}}}}{\Delta \tau}; \quad A_{_{3M}} = G_{_{3M}} \cdot c_{_{\mathcal{I}}}.$$

Коэффициент теплоотдачи от влажной поверхности к наружному воздуху $lpha_{en}$

В качестве *а*_{вл} принята условная величина, характеризующая интенсивность отвода тепла от влажной поверхности к наружному воздуху, в направлении *у*, которая может быть представлена в виде;

$$\alpha_{\scriptscriptstyle B\Pi} = \frac{Q_{\alpha} + Q_{\beta} + Q_{\Pi}}{t_{\Pi_{B\Pi}} - t_1^*};$$

Толщина льда на *i*_x-ом отрезке *Д*x в каждый момент времени *т*

Средняя толщина льда в пределах отрезка Δx определяется в соответствии с уравнением сохранения массы из балансного соотношения:

$$\delta_{\pi} = \delta_{\pi(i\tau-1)} + \frac{G_{\pi} \cdot \Delta \tau}{\rho_{\pi} \cdot \Delta F \cdot \xi_{\pi}},$$

где $\delta_{q(i\tau-1)}$ – толщина льда в предыдущий момент времени.

Толщина пленки воды

Толщина пленки воды определяется по формуле

$$\delta_{nn} = \sqrt{\frac{G_{nn} \cdot \mu_{e} \cdot 2}{\rho_{e} \cdot h_{c\phi} \cdot \xi_{en} \cdot Ft_{r}}},$$

где

$$G_{nn} = G_{yn} - G_{yh} + G_{nn(ixx-1)} - G_{\beta} - G_{3M}$$
,

*Ft*_r – напряжение трения воздушного потока;

$$Ft_r = C_f \cdot \rho_{_{603}} \cdot \frac{V_1^2}{2};$$

*С*_{*f*} – коэффициент трения, который для турбулентного течения определяется:

$$C_f = \frac{0.0592}{R_{e_{603}}0.2};$$

Коэффициент смачивания ξ_{ел} для случаев неполного смачивания поверхности Δ*F*, когда *0* < ξ_{ел} < 1

Водяная пленка образуется в результате улавливания облачных капель поверхности, подогретой до положительной температуры. Под действием воздушного потока пленка течет по поверхности в направлении от критической точки к границам затекания воды. По мере течения она сдувается и испаряется (частично или полностью), а попав на поверхность, имеющую отрицательную температуру, – замерзает. При достижении некоторой минимальной толщины, целостность пленки нарушается, и она сбегается в отдельные, постепенно сужающиеся ручейки, которые могут распространяться на значительные расстояния.

Определение *ξ*_{вл} при неполном смачивании представляет значительные трудности, в то время его величина оказывает существенное влияние на тепловое состояние обшивки ПО, так как интенсивность охлаждения влажной поверхности значительно выше, чем сухой.

Тенешевым Р. Х. на лабораторном стенде для условий, близких к натуральным, была зафиксирована картина сбегания водяной пленки. Указанные результаты были оформлены автором в виде приближенной графической зависимости $\xi_{en} = F(S)$, где S – расстояние по образующей профиля от границы зоны улавливания. В пределах зоны улавливания автор рекомендует принимать $\xi_{en} = 1$.

Указанная графическая зависимость и рекомендации были приняты нами за основу определения *ξ*_{вл}, а именно:

• в зоне оседания $\xi_{вл} = 1;$

• за пределами зоны оседания ξ_{вл} определяется по двум линейным зависимостям, апроксимирующим экспериментальную кривую

*ξ*_{вл} = *F*(S) – ∂ля S≤0,0147 м; *ξ*_{вл} = 1-50[·]S;

 $\xi_{en} = F(S) -$ для S>0,014 м; $\xi_{en} = 0,27-0,5$ S,

где S имеет размерность *м*. Кроме этого, нами были введены некоторые поправки.

Анализ условий и результатов лабораторного эксперимента показал, что опыты проводились для относительно невысоких значений теплового потока и больших расходов воды (в наших обозначениях Q_{H} и G_{nn}).В то же время для более высоких Q_{H} и более низких G_{nn} картина течения пленки может существенно отличаться, так как, например, в области точки вдува, где Q_{H} высок, а $\xi_{en} = 1$ (в соответствии с рекомендациями) может оказаться, что тепловой поток на испарение,

рассчитанный по формуле (1), значительно превышает величину теплового потока необходимого для испарения всей попавшей на поверхность воды, т.е. $Q_{\beta}>L_{u}\cdot(G_{y\pi}-G_{yH}+G_{n\pi}),$

т.е будет нарушен закон сохранения массы. В связи с этим, в программу внесена корректировка, не позволяющая *Q*_β принимать значения выше указанной величины. Также ограничивается минимальная расчетная толщина пленки, при которой пленка существовать уже не может и вырождается в отдельные капли и пятна.

Кроме того, предполагается дополнительная корректировка величин ξ_{en} и $K_{c\partial}$ на основе сравнения результатов счета с летными испытаниями АНТК во влажном воздухе.

Температура льда для случаев неполных смачивания и обледенения, когда

Расчетная схема элемента поверхности для данного случая приведена на рис. 3.

Расчет температуры льда идентичен расчету для случая полного смачивания и возможного полного обледенения, ($\xi_{en}=1, \xi_n=1$), за исключением выражения для расчета теплового потока от льда к наружному воздуху, Q_{nH} . В соответствии с рис. З поток Q_{nH} равен сумме двух потоков (первый - через «сухую» поверхность льда, а второй через «влажную» поверхность льда) и определяется по формуле:

$$Q_{_{\mathcal{J}\mathcal{H}}} = A_{_{\mathcal{J}\mathcal{H}}2} \cdot \left(t_1^{[x} - t_{_{\mathcal{J}}}) \right),$$

где

$$A_{_{\mathcal{I}\mathcal{H}2}} = \frac{\Delta F \cdot \xi_{_{\mathcal{G}\mathcal{I}}}}{\left(\frac{\delta_{_{\mathcal{I}}}}{2 \cdot \lambda_{_{n}}} + \frac{\delta_{_{\mathcal{I}\mathcal{I}}}}{\lambda_{_{\mathcal{G}}}} + \frac{1}{\alpha_{_{\mathcal{G}\mathcal{I}}}}\right)} + \frac{\Delta F \cdot \left(\xi_{_{\mathcal{I}}} - \xi_{_{\mathcal{G}\mathcal{I}}}\right)}{\left(\frac{\delta_{_{\mathcal{I}}}}{2 \cdot \lambda_{_{\mathcal{I}}}} + \frac{1}{\alpha_{_{\mathcal{C}}}}\right)};$$

Тепловой поток от обшивки ПО к наружному воздуху и льду для случая неполного обледенения элементарной поверхности Δ*F* (0< ξ_л <1)

В соответствии с расчетной схемой, приведенной на рис. 3, тепловой поток равен сумме двух потоков – ко льду (*Q_H*) и к воздуху (*Q_H*).

$$Q_{H\Sigma} = Q_{H} + Q_{HC},$$

где:

$$Q_{H} = \frac{\Delta F \cdot \xi_{\Lambda} \cdot 2}{\left(\frac{\delta_{no}}{\lambda_{no}} + \frac{\delta_{\Lambda}}{\lambda_{\Lambda}}\right)}; \qquad \qquad Q_{HC} = \frac{\Delta F \cdot (1 - \xi_{\Lambda})}{\left(\frac{\delta_{\Lambda}}{\lambda_{\Lambda}} + \frac{1}{\alpha_{c}}\right)}.$$

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАСЧЕТА

1) Исходным состоянием теплопередающей системы является состояние температурного равновесия при условии обтекания сухим атмосферным воздухом, (влажности воздуха присваивается нулевое значение) при отсутствии нагрева, включая тепловой нож (тепловым мощностям присваиваются нулевые значения). В этом состоянии всем расчетным элементам (ПО, лед, вода) задается температура атмосферного воздуха (с учетом торможения потока). Для всей поверхности ЛА, включая и «хвостики» присваиваются нулевые значения толщинам водяных пленок и льда.

2) Затем параметрам влажного воздуха присваиваются значения, отличные от нуля и расчет выполняется для влажного воздуха без обогрева ПОС (включая и тепловой нож). В течении данного режима происходит начальное

льдообразование на поверхности ЛА. Расчет выполняется для некоторого заданного промежутка времени *т*_{*βx*}.

3) Далее включается постоянный или циклический нагрев и расчет продолжается при заданных значениях тепловой мощности нагревателей (основного и теплового ножа). При циклическом нагреве предполагается начинать счет с горячего цикла (продолжительность горячего и холодного циклов, а также количество циклов задаются).

Разработанная модель при необходимости может быть также использована для выполнения расчетов ПОС в сухом воздухе. При этом случае последовательность счета аналогичная:

1) Исходным состоянием теплопередающей системы является состояние температурного равновесия при условии обтекания сухим атмосферным воздухом, (влажности воздуха присваивается нулевое значение) при отсутствии нагрева, включая и тепловой нож (тепловым мощностям присваиваются нулевые значения). В этом состоянии всем расчетным элементам (ПО, лед, вода) задается температура атмосферного воздуха (с учетом торможения потока). Для поверхности ЛА, включая и «хвостики» присваиваются нулевые значения толщинам водяных пленок и льда.

2) Далее включается постоянный или циклический нагрев, и расчет продолжается при заданных значениях тепловой мощности нагревателей (основного и теплового ножа). При циклическом нагреве предполагается начинать счет с горячего цикла (продолжительность горячего и холодного циклов, а также количество циклов задаются).



Рис. 4. Линейная аппроксимация экспериментальных ориентировочных значений коэффициента смачивания поверхности обшивки ПО [1]: S – расстояние по образующей профиля от границы оседания капель в направлении к границе растекания воды

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана математическая модель нестандартных процессов теплообмена на внешней поверхности. Представленную математическую модель можно рассматривать как один из методов исследования противообледенительных систем.

2. Разработан программный блок на основе предложенной математической модели, обеспечивающий решение «внешней задачи».

3. Для решения внешней задачи с помощью предложенной модели используются математические программы, имеющиеся в ГП «АНТОНОВ»

4. Стыковка и совместная работа с указанными программами осуществляется посредством обращения на каждом элементарном отрезке Δx (в пределах каждого расчетного временного шага) к программному блоку «внешняя задача», который разработан на основе данной математической модели.

5. Разработан программный блок с предложеной моделью также позволяет выполнять расчеты постоянных и циклических ВТ и ЭТ ПОС в сухом воздухе, что необходимо для сравнения с результатами летных испытаний в сухом воздухе.

Список литературы

1. Тенишев Р. Х. и др. Противообледенительные системы летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1967.

2. Кондращенко В.Я., Шмырев В.Ф. Анализ математических моделей газодинамических процессов в авиационных раздаточных системах //Исследование и выбор определяющих параметров механического оборудования. – М.: МАИ, 1982. – С. 45 - 52.

3. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1975. – 558 с.

4. Крумина Н. Н., Ульянов И. Е и др. Проектирование воздуховодов самолётных силовых установок. – М.: Машиностроение, 1979 – 96 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф., А.И. Рыженко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

Поступила в редакцию 02.06.10

Математична модель нестаціонарних процесів тепло і масообміну на зовнішній поверхні протиобліднювачів літальних апаратів у вологому повітрі (зовнішня задача)

Розроблено математичну модель дослідження нестаціонарних процесів теплообміну на зовнішній поверхні у вигляді "програмного блока". Запропоновано програмний блок розглядати як один з методів дослідження протикризових систем сучасних літальних апаратів.

Ключові слова: протиобледеніння (ПО), протикризові системи (ПКС), математична модель тепообмінника, водяна плівка, програмний блок

Mathematical model of non-stationary processes of heat-and-mass transfer on external surface of aircraft anti-icers in moist air (outer problem)

Mathematical model of research of non-stationary processes of heat transfer on outer surface is developed in the form of program block. The program block is suggested to be considered as one of the methods for research of crisis-proof system of modern airplanes.

Keywords: anti-icing, crisis-proof system, Mathematical model of heat exchanger, water film, program block.