

## Метод определения аэродинамических моментов, действующих на самолёт транспортной категории в неустановившемся криволинейном полёте при продольном и боковом движении с вращением

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

Изложен метод расчёта моментных аэродинамических характеристик транспортного самолёта в неустановившемся полёте. Показан способ вычисления продольных, поперечных и путевых демпфирующих моментов самолёта и его частей. Рассмотрены вращательные производные самолёта. Сложное вращательное движение рассчитано как сумма составляющих вращений. Сравнение полученных результатов с известными показало удовлетворительное совпадение.

**Ключевые слова:** неустановившийся криволинейный полёт, вращательные производные, самолет, устойчивость, управляемость, демпфирующие моменты.

Аэродинамических характеристик самолёта в неустановившемся криволинейном полёте рассчитывают и анализируют различными методами различными методами [1 – 4]. К наиболее достоверным результатам приводят лётные испытания, но на этапе проектирования самолёта такие испытания невозможны. Эксперимент в аэродинамических трубах направленный на изучение неустановившегося движения, сопряжён с серьёзными затруднениями, в связи с чем его также практически не проводят. Поэтому такие задачи решают путём выполнения численного эксперимента. Математическая модель изучаемого явления, поставленная в общем для всего самолёта, в неустановившемся движении настолько громоздка, что в настоящее время ее почти не используют. Для решения рассматриваемой задачи наибольшее распространение нашла гипотеза стационарности, которая и будет использоваться в дальнейшем.

Для исследования характеристик устойчивости и управляемости самолёта необходимо знать его аэродинамические характеристики в неустановившемся полёте при продольном и боковом движении с вращением вокруг произвольной оси. Кроме того, на устойчивость и управляемость самолёта большое влияние оказывают производные от моментов аэродинамических сил по проекциям угловых скоростей на различные оси. Вычисление перечисленных величин и является целью предлагаемой работы.

Выбираем следующий алгоритм решения задачи.

Принимая за координатные оси оси жестко связанной с самолетом системы координат, уравнения движения самолета можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 m \left( \frac{dV_x}{dt} + V_z \omega_y - V_y \omega_z \right) &= X; \\
 m \left( \frac{dV_y}{dt} + V_x \omega_z - V_z \omega_x \right) &= Y; \\
 m \left( \frac{dV_z}{dt} + V_y \omega_x - V_x \omega_y \right) &= Z; \\
 I_x \frac{d\omega_x}{dt} + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z + I_{xy} \left( \omega_x \omega_z - \frac{d\omega_y}{dt} \right) &= M_x;
 \end{aligned}$$

$$I_y \frac{d\omega_y}{dt} + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z + I_{xy} \left( \omega_y \omega_z - \frac{d\omega_x}{dt} \right) = M_y;$$

$$I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y + I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) = M_z.$$

Здесь  $V_x, V_y, V_z$  — составляющие скорости перемещения центра тяжести самолета по осям координат;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — составляющие угловой скорости вращения самолета вокруг осей координат;

$X, Y, Z$  — проекции равнодействующей всех внешних сил, действующих на самолет;

$M_x, M_y, M_z$  — моменты всех внешних сил относительно соответствующих осей координат;

$I_x, I_y, I_z$  — моменты инерции относительно осей координат;

$I_{xy}$  — центробежный момент инерции самолета.

В случае неустановившегося движения кинематические параметры движения являются функциями времени. Следовательно, в общем случае аэродинамические силы и их моменты есть функции времени. Условия обтекания частей самолета (например, крыла, горизонтального и вертикального оперения и др.) неустановившимся потоком могут заметно отличаться от условий обтекания этих же частей стационарным, установившимся потоком. Различие в условиях обтекания вызывает различие и в величине аэродинамических сил и моментов, действующих на самолет при установившемся и неустановившемся полете. Эти различия тем больше, чем быстрее изменяются по времени кинематические параметры движения; так, известно, что быстро колеблющееся в вертикальной плоскости крыло может создавать силу тяги, хотя в стационарных условиях то же крыло, как известно, дает силу лобового сопротивления.

Таким образом, при нестационарном движении аэродинамические силы и их моменты определяются не только кинематическими параметрами движения в данный момент времени, но и всей историей движения. Следовательно, в общем случае, аэродинамические силы и моменты зависят от углов  $\alpha, \beta$ , скорости полета и плотности воздуха, а также производных этих величин по времени. Если ограничиться изучением полета в небольшом диапазоне изменения высоты полета, когда изменением плотности воздуха можно пренебречь, то для коэффициентов аэродинамических сил и моментов нужно принять зависимость следующего вида:

$$C_y = f_1 \left( \alpha, \frac{d\alpha}{dt}, \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \dots, \beta, \frac{d\beta}{dt}, \frac{d^2\beta}{dt^2}, \dots, V, \frac{dV}{dt}, \frac{d^2V}{dt^2}, \dots \right),$$

$$m_x = f_2 \left( \alpha, \frac{d\alpha}{dt}, \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \dots, \beta, \frac{d\beta}{dt}, \frac{d^2\beta}{dt^2}, \dots, V, \frac{dV}{dt}, \frac{d^2V}{dt^2}, \dots \right),$$

$$m_y = f_3 \left( \alpha, \frac{d\alpha}{dt}, \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \dots, \beta, \frac{d\beta}{dt}, \frac{d^2\beta}{dt^2}, \dots, V, \frac{dV}{dt}, \frac{d^2V}{dt^2}, \dots \right),$$

$$m_z = f_4 \left( \alpha, \frac{d\alpha}{dt}, \frac{d^2\alpha}{dt^2}, \dots, \beta, \frac{d\beta}{dt}, \frac{d^2\beta}{dt^2}, \dots, V, \frac{dV}{dt}, \frac{d^2V}{dt^2}, \dots \right).$$

Такая постановка вопроса чрезвычайно усложнила бы решение задачи об устойчивости движения самолета и сделала бы это решение непригодным для инженерной практики. На помощь здесь приходит следующее обстоятельство.

В большинстве случаев при решении задач, связанных с изучением неустановившегося движения самолета, кинематические параметры движения изменяются по времени сравнительно медленно, вследствие чего нестационарность обтекания сказывается на величине сил и моментов незначительно. Поэтому в первом приближении можно принять, что основное влияние на структуру обтекания в каждый данный момент времени оказывают кинематические параметры движения именно в такой момент времени. Чем меньше критерий подобия по периодичности  $sh$ , тем ближе к действительности сделанное предположение.

Обычно при исследовании неустановившегося движения самолета пользуются гипотезой стационарности, которую можно формулировать следующим образом: силы и моменты, действующие на самолет в неустановившемся полете, полностью определяются кинематическими параметрами движения в данный момент времени. Другими словами, неустановившееся движение в некоторый момент времени заменяют (согласно гипотезе стационарности) установившимся движением, имеющим те же углы  $\alpha$  и  $\beta$ , что и в неустановившемся движении в этот момент времени, ту же скорость полета и ту же угловую скорость относительно центра тяжести самолета, которую имеет самолет в данный момент времени в неустановившемся движении.

При изучении продольного неустановившегося движения самолета аэродинамические силы и моменты в соответствии с гипотезой стационарности следует считать функциями только скорости полета  $V$ , угла атаки  $\alpha$  и угловой скорости  $\omega_z$ . При изучении бокового неустановившегося движения самолета силы и моменты по гипотезе стационарности при  $\alpha = const$  и  $V = const$  являются функциями только угла скольжения  $\beta$  и угловых скоростей  $\omega_z$  и  $\omega_y$ .

Необходимо рассматривать только ту часть аэродинамических сил и моментов, которая зависит от угловой скорости вращения самолета относительно центра тяжести.

Пусть самолет, летящий со скоростью  $V$ , одновременно вращается относительно оси  $Oz$  с угловой скоростью  $\omega_z$ . В результате сложения поступательного и вращательного движений самолета линии тока набегающего на самолет воздуха искривятся, как это показано на рис. 2. Следовательно, в рассматриваемом случае можно считать, что самолет обтекается не прямолинейным поступательным потоком, как это имело место при установившемся прямолинейном движении, а искривленным потоком.

Из рис. 1 видно, что углы встречи такого искривленного потока с элементами самолета получатся отличными от углов встречи при прямолинейном движении без вращения; следовательно, различными получатся и аэродинамические силы, действующие на самолет, и моменты этих сил.

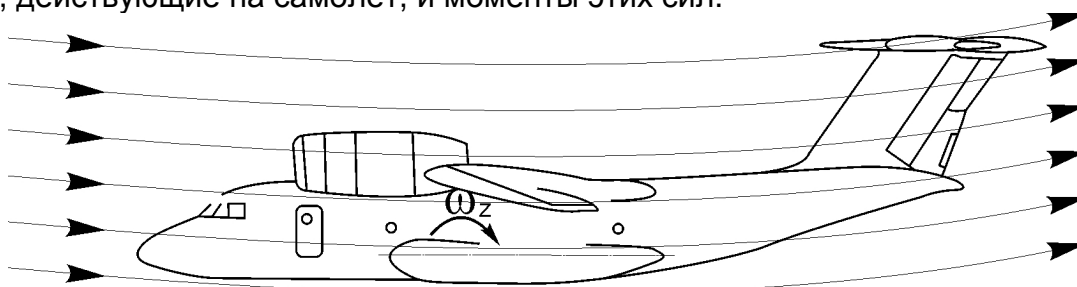


Рис. 1. Схема обтекания самолета искривленным потоком

Вместо того, чтобы рассматривать условия обтекания самолета искривленным потоком (рис. 2,а), в первом приближении можно рассматривать условия обтекания соответствующим образом искривленного самолета прямолинейным потоком воздуха (рис. 2,б).

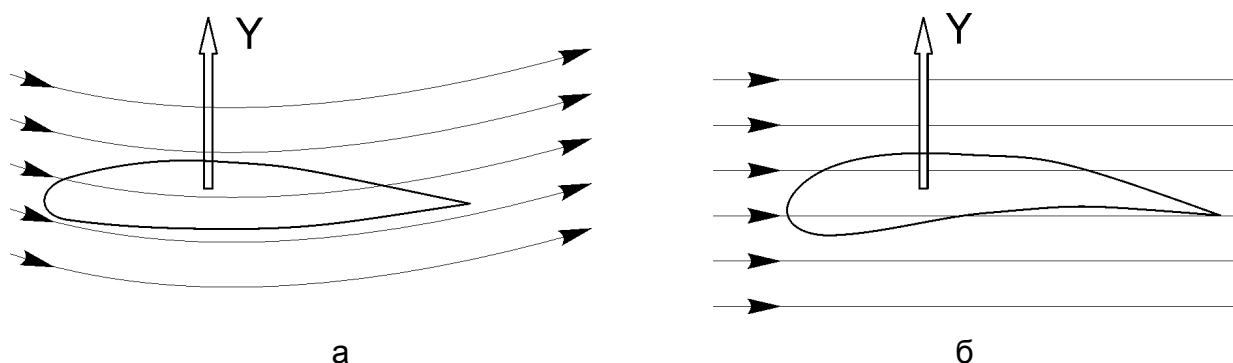


Рис. 2. Схема криволинейного движения

Фюзеляж также создает демпфирующий момент при вращении самолета относительно центра тяжести. Величину этого демпфирующего момента можно было бы определить на основании упомянутой выше гипотезы искривления. Однако расчеты показывают, что при обычно имеющих место соотношениях значение производной  $m_z^{\omega}$  от фюзеляжа невелико по сравнению со значением производной  $m_{z_{e.o}}^{\omega}$  от горизонтального оперения. Поэтому для практических целей эту производную можно отдельно не определять. Производная  $m_z^{\omega}$  горизонтального оперения вместе с фюзеляжем определяется следующим выражением:

$$m_{y_{e.o+\phi}}^{\omega_z} = -1,2a_{e.o} \frac{S_{e.o} L_{e.o}^2}{Sb_A^2} \sqrt{k}. \quad (1)$$

В пределах хорды крыла, расположенного вблизи центра тяжести самолета, изменение угла атаки вследствие вращения самолета уже нельзя считать постоянным в разных точках хорды крыла, как это было сделано при определении демпфирующего момента горизонтального оперения. В этом случае (рис. 3) знаки дополнительного угла атаки в передней и задней частях крыла получаются различными.

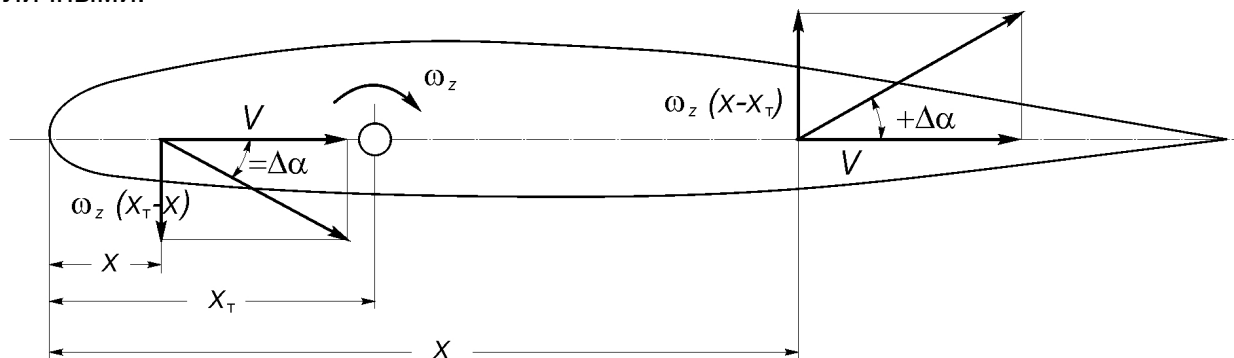


Рис. 3. Схема сил, обеспечивающих продольное демпфирование крыла

Дополнительный угол атаки, обусловленный вращением самолета, в какой-либо точке хорды крыла, определяется формулой

$$\Delta\alpha = -\frac{\omega_z(x_T - x)}{V}, \quad (2)$$

где  $x_T$  — координата центра тяжести самолета относительно передней кромки крыла.

Появление этих дополнительных углов атаки согласно гипотезе искривления эквивалентно соответствующему искривлению профиля крыла. Величина искривления должна быть подобрана таким образом, чтобы углы встречи действительного потока с неискривленным профилем крыла были равны углам встречи прямолинейного потока с искривленным профилем крыла. Не вдаваясь в подробности выведения выражения для коэффициента момента продольного демпфирования крыла, приведем результат, полученный для крыла конечного размаха прямоугольной формы в плане

$$m_{z_{кр}}^{\omega_z} = -\frac{C_y^\alpha}{4} (1 - 2x_m)^2 - \frac{2\pi - C_y^\alpha}{16}, \quad (3)$$

где при определении  $C_y^\alpha$  угол атаки берут в радианах.

Результирующий коэффициент момента продольного демпфирования самолета, следовательно, в первом приближении может быть определен по формуле

$$m_z^{\omega_z} = m_{y_{z.o+\phi}}^{\omega_z} + m_{z_{кр}}^{\omega_z}. \quad (4)$$

Для современных самолетов со стреловидными крыльями обычно значение  $m_z^{\omega_z}$  лежит в пределах от  $-5,5$  до  $-7,0$ .

Оказывается, что при неустановившемся движении самолета условия обтекания горизонтального оперения нельзя оценивать с помощью только кинематических параметров движения в данный момент времени, как это следует из гипотезы стационарности. Необходимо учитывать также характер движения самолета в предшествующие моменты времени. Чтобы убедиться в этом, обратимся к более подробному рассмотрению условий обтекания горизонтального оперения при неустановившемся движении самолета.

Пусть самолет движется поступательно со скоростью  $V$  и одновременно вращается вокруг оси  $Oz_1$  с угловой скоростью  $\omega_z$ . При этом каждому моменту времени  $t$  будет соответствовать определенный угол атаки крыльев  $\alpha$  и, следовательно, определенное значение коэффициента подъемной силы  $C_y$ . Скос потока за крылом будет создаваться циркуляцией скорости, соответствующей моменту времени  $t$ . Однако ввиду того, что горизонтальное оперение расположено на некотором расстоянии за крылом, требуется определенное конечное время для того, чтобы индуцированная крылом скорость достигла горизонтального оперения. В соответствии с этим в первом приближении можно считать, что угол скоса потока в данный момент времени при неустановившемся движении такой же, как при установившемся движении, но при другом угле атаки, т. е. при угле атаки, равном углу атаки при неустановившемся движении в момент времени, предшествующий рассматриваемому,

$$t_i = t - \tau,$$

где  $\tau$  — время, необходимое для того, чтобы индуцированная крылом скорость достигла оперения, определяется формулой

$$\tau = \frac{L_{z.o}}{\sqrt{kV}}$$

Угол атаки в момент времени  $t_1$  будет отличаться от угла атаки в момент времени  $t$  на величину

$$\Delta\alpha = -\frac{d\alpha}{dt}\tau = -\frac{L_{z.o}}{\sqrt{kV}} \quad (5)$$

Вызванный крылом снос потока у оперения, как известно [1], может быть представлен в виде

$$\varepsilon = Dc_y,$$

где  $D$  — числовой коэффициент, зависящий от формы крыла в плане и от взаимного расположения крыла и горизонтального оперения.

Изменение сноса потока вследствие изменения угла атаки крыла:

$$\Delta\varepsilon = Dc_y^a \Delta\alpha = -Dc_y^a \frac{L_{z.o}}{\sqrt{kV}} \frac{d\alpha}{dt}. \quad (6)$$

Таким образом, при неустановившемся движении самолета наблюдается запаздывание сноса потока. Следствием запаздывания сноса потока является дополнительная подъемная сила горизонтального оперения при положительной угловой скорости  $\omega_z$ , направленная вверх:

$$Y_{z.o} = -a_{z.o} \Delta\varepsilon S_{z.o} kq = a_{z.o} Dc_y^a \frac{d\alpha}{dt} \frac{L_{z.o}}{V} S_{z.o} \sqrt{kq}, \quad (7)$$

и дополнительный момент горизонтального оперения

$$\Delta M_{z.o} = -a_{z.o} Dc_y^a \frac{d\alpha}{dt} \frac{L_{z.o}}{V} S_{z.o} \sqrt{kq} L_{z.o}, \quad (8)$$

стремящийся уменьшить угол атаки, т. е. действующий как момент демпфирования.

Введем безразмерную производную угла атаки по времени

$$\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \frac{b_a}{V}$$

и определим из выражения (8) коэффициент дополнительного момента

$$m_{z.o} \alpha = -a_{z.o} Dc_y^a \frac{S_{z.o} L_{z.o}^2}{Sb_A^2} \sqrt{k} \alpha,$$

Взяв из полученного выражения производную по  $\alpha$ , получим

$$m_z^\alpha = -a_{z.o} Dc_y^a \frac{S_{z.o} L_{z.o}^2}{Sb_A^2} \sqrt{k}. \quad (9)$$

Видно, что коэффициенты  $m_z^\alpha$  и  $m_{z.o} \alpha$  связаны между собой соотношением

$$m_z^\alpha = m_{z.o}^{\omega_z} Dc_y^\alpha$$

В среднем для самолетов, летающих с дозвуковыми скоростями,  $D \approx 5...7$ ;  $c_y^\alpha \approx 0,07...0,08$ , поэтому  $m_z^\alpha \approx 0,4m_{z.o}^{\omega_z} \div 0,6m_{z.o}^{\omega_z}$ .

Как видно, погрешность от пренебрежения запаздыванием сноса потока при расчете демпфирующего момента горизонтального оперения в неустановившемся движении составила бы заметную величину.

Таким образом, полный момент демпфирования при неустановившемся движении самолета равен сумме выражений (4) и (9).

Фюзеляжи современных самолетов, как об этом было упомянуто ранее, близки по своей форме к телам вращения, причем центр тяжести самолета расположен вблизи оси симметрии фюзеляжа. Таким образом, без большой погрешности можно считать, что вращательные производные фюзеляжа  $m_x^{\omega_x}$ ,  $m_x^{\omega_y}$  и  $m_y^{\omega_x}$  равны нулю. Остается, таким образом, только производная  $m_{x\phi}^{\omega_y}$ , которая не равна нулю. Как показывают расчеты, эта вращательная производная значительно меньше вращательной производной  $m_{x\epsilon.o}^{\omega_y}$ , от вертикального оперения. Поэтому аналогично тому, как это было сделано при расчете вращательной производной продольного движения самолета, можно не рассчитывать отдельно производную  $m_{y\phi}^{\omega_y}$  фюзеляжа, а учесть ее некоторым поправочным коэффициентом к производной путевого демпфирования вертикального оперения.

Вертикальное оперение обычно расположено асимметрично (рис. 4) по отношению к осям  $Ox_1$  и  $Oy_1$ , поэтому вертикальное оперение в общем случае даст все четыре вращательные производные, отличные от нуля. Определим эти производные.

Производную  $m_{x\epsilon.o}^{\omega_y}$  можно было бы найти аналогично тому, как это сделано для крыла, так как при определении  $m_x^{\omega_x}$  вертикальное оперение можно рассматривать как крыло, установленное под нулевым углом атаки (в исходном режиме полета скольжение предполагается отсутствующим). Однако ввиду относительной малости площади вертикального оперения по сравнению с крылом для определения производных  $m_{x\epsilon.o}^{\omega_x}$ ,  $m_{y\epsilon.o}^{\omega_y}$  можно воспользоваться более простым приемом. Вследствие малости высоты вертикального оперения по сравнению с размахом крыла можно принять, что боковой угол атаки вертикального оперения (рис. 5) по высоте вертикального оперения постоянен и равен углу атаки в середине высоты оперения

$$\beta_{cp} \approx \frac{\omega_x y_{\epsilon.o}}{V}.$$

Тогда на вертикальное оперение при вращении самолета с угловой скоростью  $\omega_z$  будет действовать боковая сила

$$Z_{\epsilon.o} = -a_{\epsilon.o} \beta_{\epsilon.o} S_{\epsilon.o} k q.$$

Будучи приложена на плече  $y_{\epsilon.o}$  (см. рис. 5) относительно оси  $Ox_1$  и на плече  $L_{\epsilon.o}$  относительно оси  $Oy_1$  (см. рис. 6), эта боковая сила даст моменты относительно таких осей:

$$M_x = -a_{\epsilon.o} \beta_{\epsilon.o} S_{\epsilon.o} k q y_{\epsilon.o}; \quad M_y = -a_{\epsilon.o} \beta_{\epsilon.o} S_{\epsilon.o} k q L_{\epsilon.o}.$$

Переходя от моментов к коэффициентам, т. е. относя моменты к  $S_{Iq}$  и беря затем производные от коэффициентов моментов по  $\bar{\omega}_x$  и  $\bar{\omega}_y$ , получим вращательные производные

$$m_{x\epsilon.o}^{\omega_x} = -2a_{\epsilon.o} \frac{S_{\epsilon.o}}{S} \left( \frac{y_{\epsilon.o}}{l} \right)^2 k; \quad (10)$$

$$m_{y\epsilon.o}^{\omega_x} = -2a_{\epsilon.o} \frac{S_{\epsilon.o} L_{\epsilon.o}}{Sl} \left( \frac{y_{\epsilon.o}}{l} \right)^2 k. \quad (11)$$

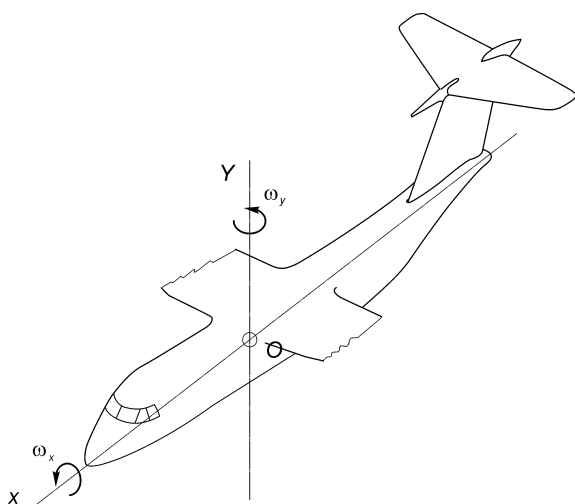


Рис. 4. Угловые скорости вращения вертикального оперения

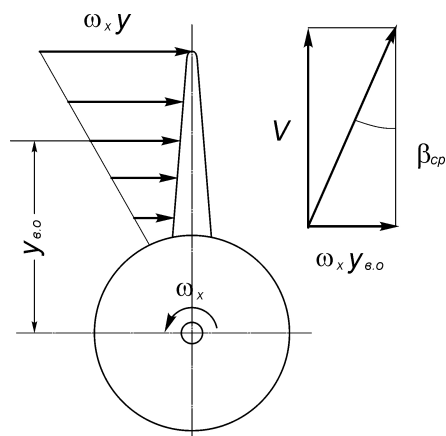


Рис. 5. Распределение скоростей по высоте вертикального оперения

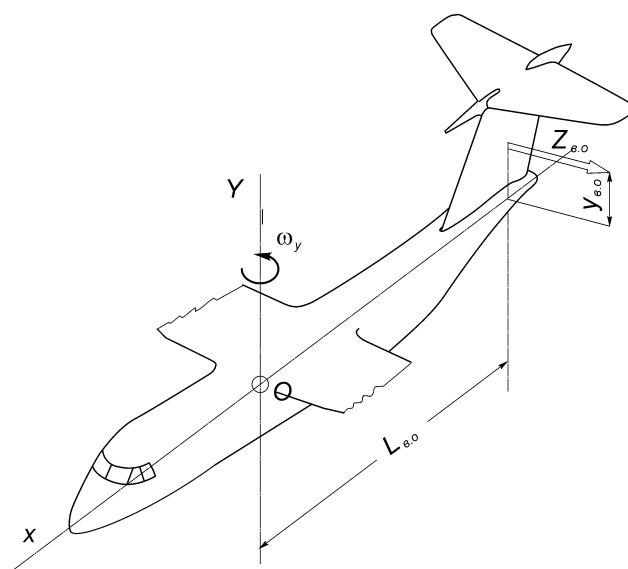


Рис. 6. Боковая сила, действующая на вертикальное оперение при вращении самолета относительно оси  $Oy_1$

При вращении самолета относительно оси  $Oy$  на вертикальное оперение действует дополнительная боковая сила, равная в первом приближении (рис. 6)

$$m_z^\alpha = -a_{\epsilon.0} \frac{S_{\epsilon.0} L_{\epsilon.0}^2}{V} S_{\epsilon.0} k q$$

и приложенная приблизительно в середине высоты вертикального оперения. Умножив эту силу соответственно на плечо  $y_{\epsilon.0}$  или  $L_{\epsilon.0}$  и проделав те же преобразования, какие были сделаны при определении  $m_{x \epsilon.0}^{\omega_x}$ ,  $m_{x \epsilon.0}^{\omega_y}$ , получим

$$m_{x \epsilon.0}^{\omega_y} = -2a_{\epsilon.0} \frac{S_{\epsilon.0} L_{\epsilon.0}}{Sl} \frac{y_{\epsilon.0}}{l} k; \tag{12}$$



$$m_{y_{\varepsilon.o}}^{\omega_y} = -2a_{\varepsilon.o} \frac{S_{\varepsilon.o}}{S} \left( \frac{y_{\varepsilon.o}}{l} \right)^2 k. \quad (13)$$

Если учесть демпфирующие свойства фюзеляжа, как об этом было упомянуто ранее, введением поправочного коэффициента к выражению (13), который можно принять равным 1,2, то вместо выражения (13) будем иметь

$$m_{y_{\varepsilon.o+\phi}}^{\omega_y} = -2,4a_{\varepsilon.o} \frac{S_{\varepsilon.o}}{S} \left( \frac{L_{\varepsilon.o}}{l} \right)^2 k. \quad (14)$$

Разработанные теоретические предпосылки позволяют создать метод расчёта лётных и маневренных характеристик самолёта транспортной категории, включающий в себя:

1. Исходные данные – геометрические и массово-инерционные параметры самолёта, масса пустого самолёта, характеристики двигательной установки.
2. Расчёт аэродинамических характеристик самолёта.
3. Аэродинамический расчёт самолёта по методу тяг Н.Е. Жуковского.
4. Расчёт характеристик набора высоты и снижения самолёта.
5. Расчёт движения самолёта по криволинейным траекториям.
6. Расчёт дальности и продолжительности полёта самолёта.
7. Расчёт взлётно-посадочных характеристик самолёта.
8. Исследование статической и динамической устойчивости самолёта.
9. Расчёт демпфирующих производных самолёта.
10. Расчёт вращательных производных самолёта
11. Расчёт аэродинамических моментов самолёта.
12. Анализ влияния параметров самолёта и его агрегатов на моментные характеристики.

Его можно представить в виде блок-схемы (рис. 7):

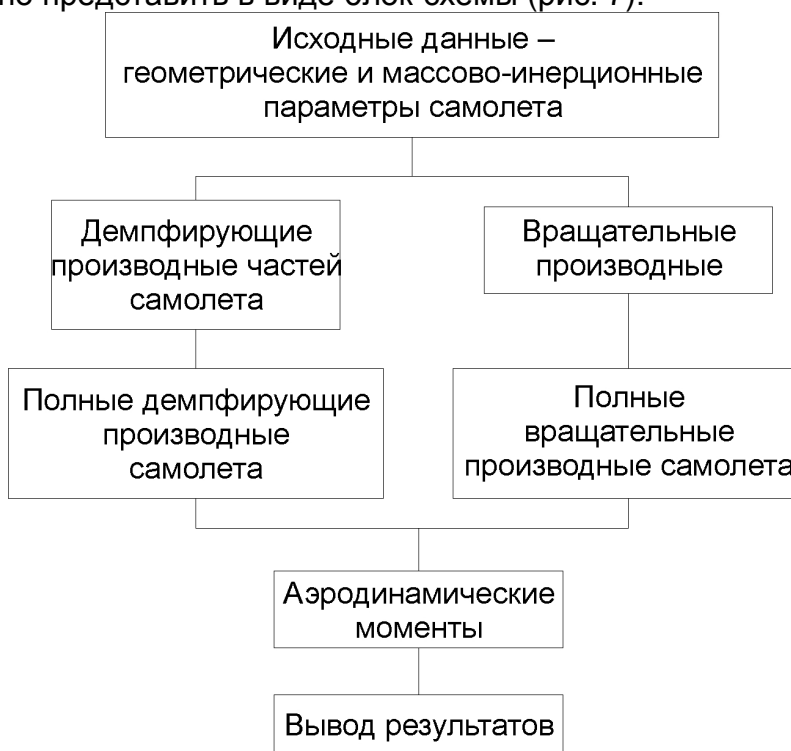


Рис. 7. Блок-схема метода определения аэродинамических моментов

Предложенный метод может быть использован при выборе параметров самолёта, обеспечивающих заданные лётные и маневренные характеристики. Для этого необходимо на основе предложенного метода создать метод последовательных приближений.

В случае, когда метод последовательных приближений расходится, то существование и сходимости решения можно обеспечить следующим образом [5]. Пусть из уравнения  $y(x) = 0$  необходимо найти параметр  $x$ . Для этого уравнение сводится к виду  $x = \varphi(x)$  следующим образом:  $x = x + \lambda \cdot y(x)$ , где  $\lambda$  – некоторая константа. В полученном уравнении  $\varphi(x) = x + \lambda \cdot y(x)$ . Введенную константу  $\lambda$  выбираем таким образом, чтобы удовлетворялось условие  $0 < |\varphi'| < 1$ . В данном случае  $\varphi' = 1 + \lambda \cdot y'(x)$ , откуда получим  $\lambda = \frac{\varphi' - 1}{y'(x)}$ . Расчёты показывают, что чем меньше модуль производной  $\varphi'$ , тем быстрее сходятся приближения. Можно рекомендовать назначать  $\varphi' = -0,05$ . Функции  $y(x)$  и  $y'(x)$  вычисляем численно. В данной работе необходимо определить  $m$  неизвестных  $x^n$  из  $m$  уравнений  $y^n(x^n) = 0$   $n = (1, \dots, m)$ .

Для выполнения последовательных приближений необходимо учитывать характер влияния геометрических параметров самолёта на его лётные и маневренные характеристики. Анализ влияния геометрических параметров на аэродинамические характеристики приведен в работе [4]. Влияние геометрических параметров на моментные характеристики заключается в следующем. Для увеличения коэффициента продольного демпфирования горизонтального оперения необходимо увеличивать его площадь и расстояние от центра тяжести; для увеличения коэффициента продольного демпфирования крыла – увеличивать расстояние от центра тяжести и параметр  $\lambda \text{tg} \chi$ . Увеличение удлинения крыла приводит к воз-

растанию производных  $\frac{dm_{x \text{ кр}}}{d\omega_x}$  и  $\frac{dm_{y \text{ кр}}}{d\omega_x}$  и уменьшению  $\frac{dm_{x \text{ кр}}}{d\omega_y}$  и  $\frac{dm_{y \text{ кр}}}{d\omega_y}$ . Произ-

водная  $\frac{dm_{x \text{ в.о}}}{d\omega_x}$  возрастает при увеличении площади вертикального оперения и

его высоты а на увеличение  $\frac{dm_{y \text{ в.о}}}{d\omega_x}$  влияет ещё увеличение расстояния до цен-

тра тяжести самолёта. Производная  $\frac{dm_{x \text{ в.о}}}{d\omega_y}$  возрастает при увеличении площади

вертикального оперения и его высоты и расстояния от центра тяжести, а величи-

на  $\frac{dm_{y \text{ в.о}}}{d\omega_y}$  возрастает пропорционально квадрату расстояния от центра тяжести.

По представленному методу была создана программа расчета аэродинамических моментов, действующих на самолёт транспортной категории в неустановившемся криволинейном полёте при продольном и боковом движении с вращением.

В качестве примера по этой программе были проведены расчеты для транспортного самолета Ан-72.

В результате расчетов были получены такие значения:

- коэффициентов демпфирующих производных

$$m_{y_{z.o+\phi}}^{\omega_z} = 0,0028,$$

$$m_{y_{кр}}^{\omega_z} = 1,6014;$$

- результирующий коэффициент момента продольного демпфирования самолета  $m_z^{\omega_z} = 1,6042$ ;

- полные коэффициенты вращательных производных самолета

$$m_x^{\omega_x} = -0,432,$$

$$m_y^{\omega_x} = -0,0066,$$

$$m_x^{\omega_y} = -0,0663,$$

$$m_y^{\omega_y} = -0,278.$$

Дополнительный момент самолета относительно оси  $Ox$ , вызванный вращением вокруг оси  $Ox$  (при скорости  $V=150$  м/с и  $\omega_x = 1$  с<sup>-1</sup>) определяется по формуле

$$\Delta M_x = m_x^{\omega_x} \cdot \omega_x \cdot \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}{2} \cdot S \cdot b = -1,31 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Дополнительный момент  $\Delta M_x$ , вызванный вращением вокруг оси  $Oy$  (при скорости  $V=150$  м/с и  $\omega_y = 0,5$  с<sup>-1</sup>) – по формуле

$$\Delta M_x = m_x^{\omega_y} \cdot \omega_y \cdot \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2}{2} \cdot S \cdot b = -0,009 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Остальные моменты определяются аналогично.

Эти результаты сопоставимы с результатами, полученными другими авторами для самолетов данного класса [1].

Следовательно, такая программа найдет свое применение для расчета полных вращательных производных самолета.

### Выводы

Разработан метод определения аэродинамических моментов, действующих на самолёт транспортной категории в неустановившемся криволинейном полёте при продольном и боковом движении с вращением.

Предложенный метод позволяет находить вращательные производные и демпфирующие моменты самолета.

Отличительной особенностью изложенного метода является вычисление требуемых производных от отдельных частей самолета с последующим их суммированием.

Представленный метод определения вращательных производных может использоваться при проектировании новых самолетов.

**Рецензент:** канд. техн. наук, доцент В.А. Грайворонский, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

Поступила в редакцию 14.12.09

### Список литературы

1. Острославский И.В. Аэродинамика самолета / И.В. Острославский. – М.:ГИОП, 1957. – 560 с.
2. Семенчин В.А. Аэродинамика и динамика полета / В.А. Семенчин, В.А. Захаренко, В.В. Чмовж. –Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2003. – 381 с.
3. Быцко Н.С., Гамануха Т.А., Гребеников А.Г. и др. Определение аэродинамических характеристик транспортного самолета на стадии эскизного проектирования / Н.С. Быцко, Т.А. Гамануха, А.Г. Гребеников, П.А. Ключев, В.В. Тюрёв, В.И. Холявко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ» – Вып. 33. – Х., 2006. – С. 40 – 52.
4. Гамануха Т.А. Метод определения геометрических параметров, обеспечивающих заданные летные характеристики дозвукового транспортного самолета / Гамануха Т.А., Гребеников А.Г., Тюрёв В.В. // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ» – Вып. 36. – Х., 2007. – С. 5 – 19.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики. / Смирнов В.И. – М.: Физматгиз, 1959. – Т. 5 –655 с.

### **Метод визначення аеродинамічних моментів, які діють на літак транспортної категорії в неусталеному криволінійному польоті при поздовжньому та боковому русі з обертанням**

Викладено метод розрахунку моментних аеродинамічних характеристик транспортного літака в неусталеному польоті. Вказано спосіб обчислення поздовжніх, поперечних і шляхових демпфірувальних моментів літака та його частин. Розглянуто обертальні похідні літака. Складний обертальний рух розраховано як суму обертів, які складаються. Порівняння отриманих результатів з відомими показало задовільний збіг.

**Ключові слова:** неусталений криволінійний політ, обертальні похідні, літак, стійкість, керованість, демпфірувальні моменти.

### **Method for estimation of aerodynamic moments acting on aircraft of transport category in curvilinear unsteady flight under longitudinal and lateral motion followed by rotation**

Analysis of moment aerodynamic characteristics of transport aircraft in unsteady flight is stated. Calculation method of aircraft and its parts longitudinal, lateral and track damping moments is demonstrated. Aircraft rotary derivatives are discussed. Compare of the results obtained with the known ones has shown satisfactory agreement.

**Keywords:** unsteady curvilinear flight, rotary derivatives, aircraft, stability, controllability, damping moments.