

## Моделирование процесса сборки в сборочных приспособлениях самолетных конструкций

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

### Введение

В самолетостроении, в отличие от других отраслей машиностроения (автомобиле-, судостроении и др.), практически невозможно осуществить сборку изделий без применения специальных сборочных приспособлений (СП).

Основная причина заключается в том, что большинство деталей любого летательного аппарата (ЛА) представляют собой тонкостенные длиномерные нежесткие конструкции, легко теряющие форму даже под воздействием своей массы. Поэтому применить при сборке общемашиностроительную систему допусков и посадок, обеспечивающую взаимособираемость и качество, нельзя без предварительного придания деталям достаточной жесткости и неподвижности перед соединением их в единое целое. Собираемые детали устанавливаются и фиксируются в сборочном приспособлении по заранее заданным сборочным базам на ответные сборочные базы – базово-фиксирующие устройства (БФУ) СП.

Точность изготовления сборочных баз БФУ и их монтажа во многом предопределяет точность изготовления собираемых конструкций ЛА. Теоретически можно считать, что точность собираемого изделия будет такой же, как и точность изготовления и монтажа БФУ СП  $\Delta_{БФУ}$ , так как погрешности изготовления деталей  $\Delta_{дет}$  могут компенсироваться перемещением и прижимом деталей к сборочным базам БФУ до величин погрешностей последних  $\Delta_{БФУ}$ . При этом точность собранного изделия  $\Delta_{изд}^{сб}$  может отличаться от теоретически заданных размеров и форм только на величину погрешности СП  $\Delta_{сп}$  в случае, если БФУ будет выполнено в виде сплошного контрэталона базовых поверхностей собираемого изделия. Практически этого сделать невозможно по двум причинам: а) технологически неосуществима операция соединения собираемых деталей, так как для большинства конструкций ЛА, соединение в которых проводится заклепками, болтами, сваркой, требует двухстороннего подхода, а сплошной БФУ перекрывает полностью доступ к местам соединения, б) создание сплошного БФУ технически сложно и трудозатратно, а следовательно, экономически неэффективно. Поэтому в практике самолетостроения принято конструировать БФУ в виде устройств, позволяющих осуществлять локальное (точечное) базирование (механизмы для установки в сборочное положение деталей разъемов и стыков, узлов навески и присоединения других сборочных единиц), или линейчатое базирование (обводообразующие рубильники, ложементы с устройствами прижима к ним и фиксации пространственных деталей). Размещение БФУ вдоль базлируемых контуров собираемых деталей носит дискретный характер. При этом БФУ, определяющие взаимную увязку сочленяемых частей ЛА, как правило, располагают по местам разъемов и стыков сборочных единиц (например, по местам стыковки силовых нервюр центроплана и отъемных частей крыла; по местам стыковки силовых шпангоутов носовой и

средней частей фюзеляжа и др.) или узлам навески подвижных частей планера (например по узлам навески средств механизации крыла – элеронов, элевонов, щитков, закрылков и др.). Остальные БФУ, определяющие точность выполнения аэродинамических контуров ЛА, располагают вдоль контуров собираемых деталей с некоторым шагом  $t_{БФУ}$ . К сожалению, достаточных сведений о специальных глубоких исследованиях влияния шага расположения БФУ СП на качество и производительность сборки самолетных конструкций в научно-исследовательских источниках не имеется.

Поэтому одной из актуальных проблем создания качественного СП по характеристикам точности и показателям обеспечения высокой производительности сборки изделий является определена оптимального шага размещения БФУ вдоль базируемых контуров собираемых деталей и выбора конструкций БФУ по силовым характеристикам  $Q_{БФУ}$ , необходимым и достаточным для прижатия и фиксации деталей в СП.

### Суть проблемы и постановка задачи ее решения

Определение шага  $t_{БФУ}$  расположения дискретных БФУ вдоль базируемых контуров собираемых деталей представляет собой оптимизационную задачу: обеспечить заданную точность сборки изделия по техническим условиям  $[\delta_{изд}]_{ТУ}$  путем оптимизации параметров СП (точности СП –  $\Delta_{np}$ , размещения БФУ –  $t_{БФУ}$ , силовых характеристик БФУ –  $Q_{БФУ}$ ), создав при этом технологические удобства для выполнения операций соединения деталей в процессе сборки с наименьшими затратами (материалоемкости СП и трудоемкости сборки).

Функциональная зависимость решения задачи обеспечения заданной точности изделия  $[\delta_{изд}]_{ТУ}$  и затрат на осуществление процесса сборки  $Z_{сб.изд}$  должна подчиняться следующему **функциональному условию**:

$$F(\Delta_{изд}^{сб}, Z_{сб.изд}) \rightarrow opt \quad (1)$$

при одновременном обеспечении **требований (критериев) качества сборки изделия**:

– точности  $\Delta_{изд}^{сб}(\Delta_{дет}, \Delta_{БФУ}, t_{БФУ}) \leq [\delta_{изд}]_{ТУ}$  , (2)

– прочности  $Q_{БФУ}(C_{дет-БФУ}, G_{дет}, E_{дет}, J_{дет}, t_{БФУ}) \leq [P_{\Phi}]_{раз}$  (3)

**и оптимизации материальных ( $Z_m$ ) и трудовых ( $Z_m$ ) затрат на сборку изделия**

$$Z_{сб.изд}(Z_m, Z_m) \rightarrow min . \quad (4)$$

Как показал анализ предшествующих исследований [1,2,4,9], решение поставленной проблемы (1) не имеет достаточно теоретически обоснованных моделей и методов, необходимых для взаимной увязки многочисленных параметров конструкции изделия, технологических процессов изготовления деталей и характеристик конструкции сборочного приспособления с параметрами технологического процесса сборки, определяющих окончательную точность готового изделия.

## Основной материал исследования

Крупногабаритные самолетные конструкции по своему геометрическому облику объединены в два принципиальных вида:

1. Плоские конструкции длиномерных узлов и панелей (лонжероны, нервюры, диафрагмы шпангоутов, панели полов и перегородок фюзеляжа и другие части планера самолета).
2. Пространственные конструкции одинарной или двойной кривизны (панели, секции и отсеки крыла, фюзеляжа, оперения, мотогондол).

Принципиальные схемы плоских и пространственных самолетных конструкций, их базирование и фиксация в сборочных приспособлениях показаны на рис.1 и 2.

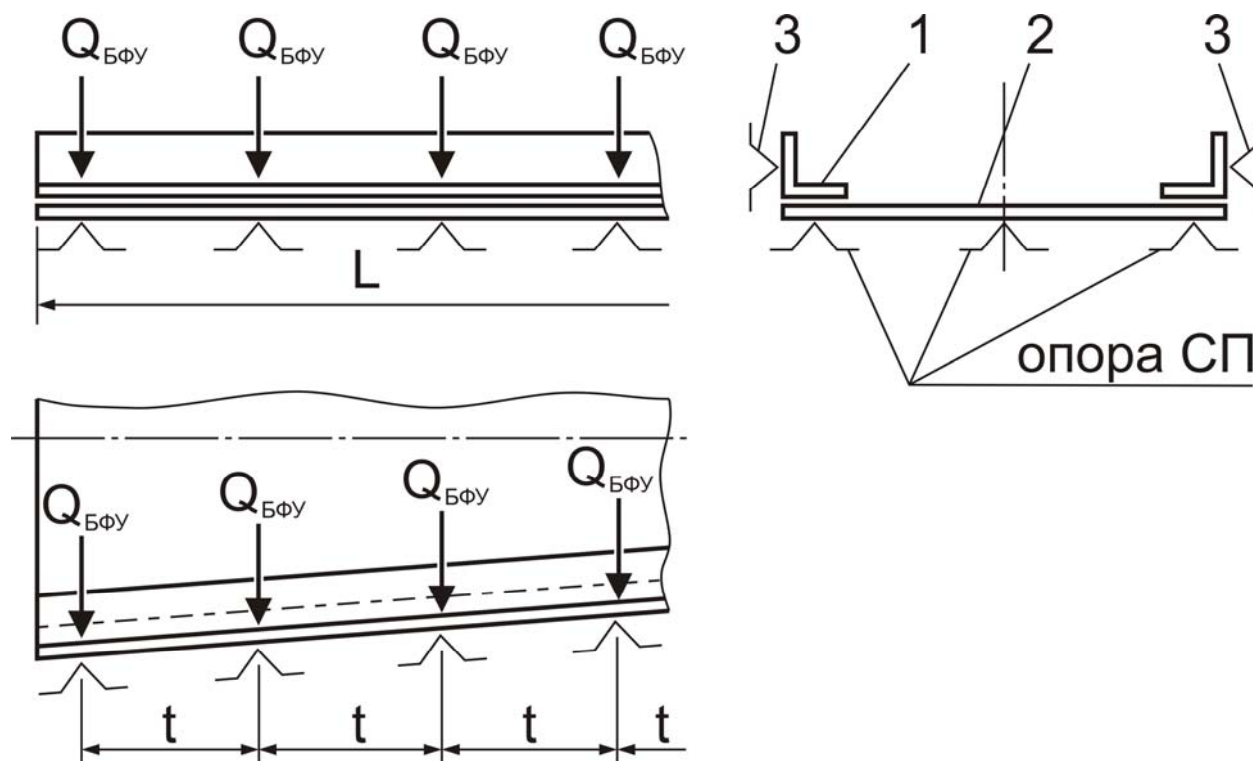


Рис. 1. Принципиальная схема конструкции плоского узла планера ЛА и его базирования и фиксации в СП: 1 – обводообразующая деталь (пояс), 2 – соединяющая деталь (стенка), 3 – БФУ приспособления

Приведенные схемы базирования и фиксации не отражают реальной картины образования окончательных размеров и форм собираемых изделий, так как собираемые детали и само сборочное приспособление изготовлены с некоторыми погрешностями ( $\Delta_{\text{дет}}$ ,  $\Delta_{\text{БФУ}}$ ), оказывающими влияние на окончательную точность собранного изделия  $\delta_{\text{изд}}$ . Поэтому для математического описания сборки изделий с учетом возможных погрешностей деталей и СП предложены и реализованы графоаналитические модели технологической последовательности сборки изделий в сборочных приспособлениях исходя из следующих соображений.

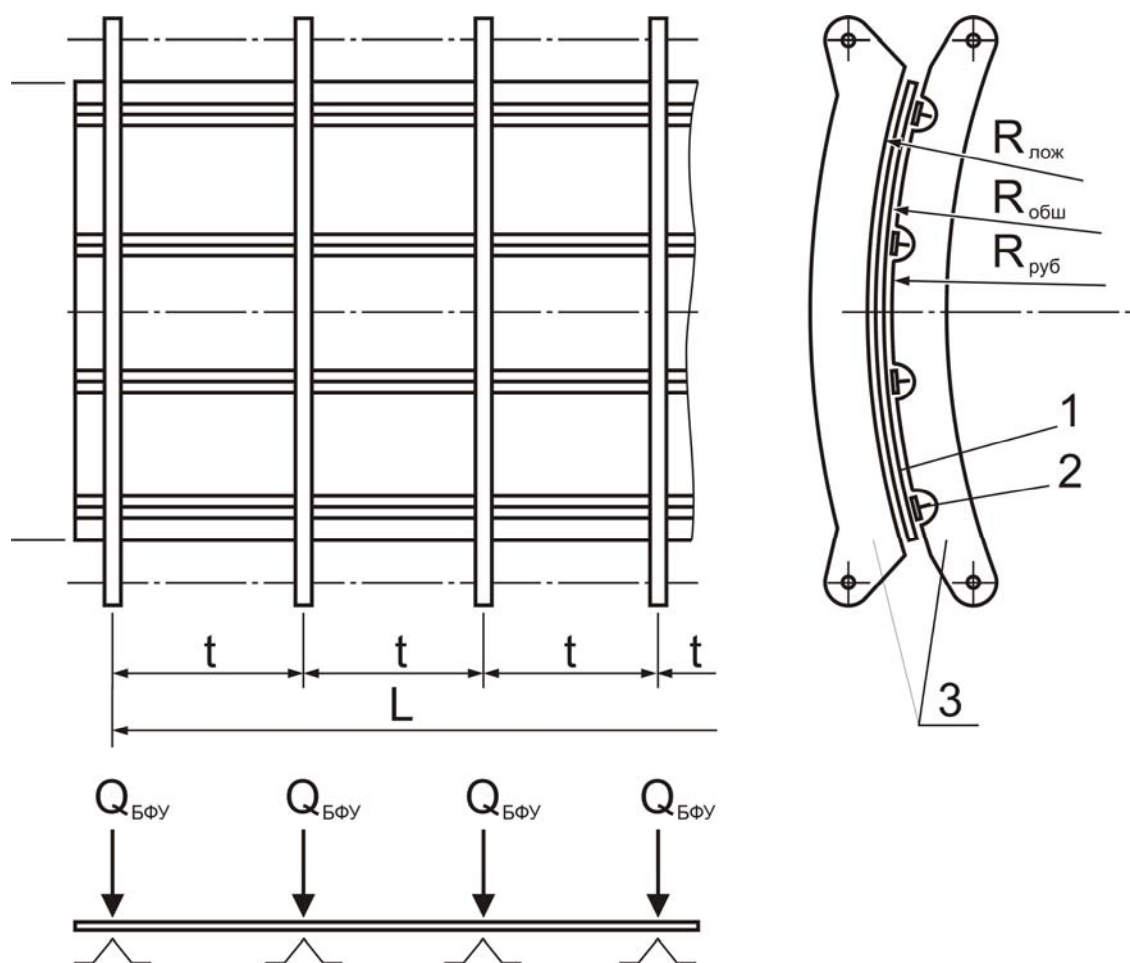


Рис. 2 Принципиальная схема конструкции пространственной панели и ее базирования и фиксации в СП  
 1 – обводообразующая деталь (обшивка), 2 – соединяющие детали (стрингера, пояса шпангоутов), 3 – БФУ приспособления (рубильники, ложементы)

Технологическая последовательность сборки любой части ЛА (узлов, панелей, секций, отсеков, агрегатов) состоит из трех основных принципиальных этапов:

- 1-й этап – установка (базирование) собираемых деталей в сборочном приспособлении по локальным или линейчатым базам БФУ СП;
- 2-й этап – прижатие и фиксация деталей к базовым опорам БФУ для придания деталям неподвижности в процессе взаимного соединения деталей (заклепками, болтами, сваркой и др.);
- 3-й этап – расфиксация и выем собранного изделия из сборочного приспособления.

Полагая, что для плоских конструкций точность изделия определяется контурообразующими деталями балочного типа (например, для лонжеронов и нервюр таковыми являются силовые пояса), а для пространственных конструкций – обводообразующими обшивками (например для панелей, секций, отсеков – это обшивки, выходящие на аэродинамические поверхности ЛА), графоаналитические модели можно свести к двум принципиальным формализованным схемам:

1. Система, состоящая из гибких стержней (балок), как аналог длинномерных деталей, и дискретно расположенных точечных опор сборочного приспособления – аналог БФУ СП (рис.3).
2. Система, состоящая из пространственных оболочек, как аналог длинномерных обшивок одинарной и двойной кривизны, и дискретно расположенных линейчатых опор – аналог ложементов и фиксирующих рубильников СП (рис.4).

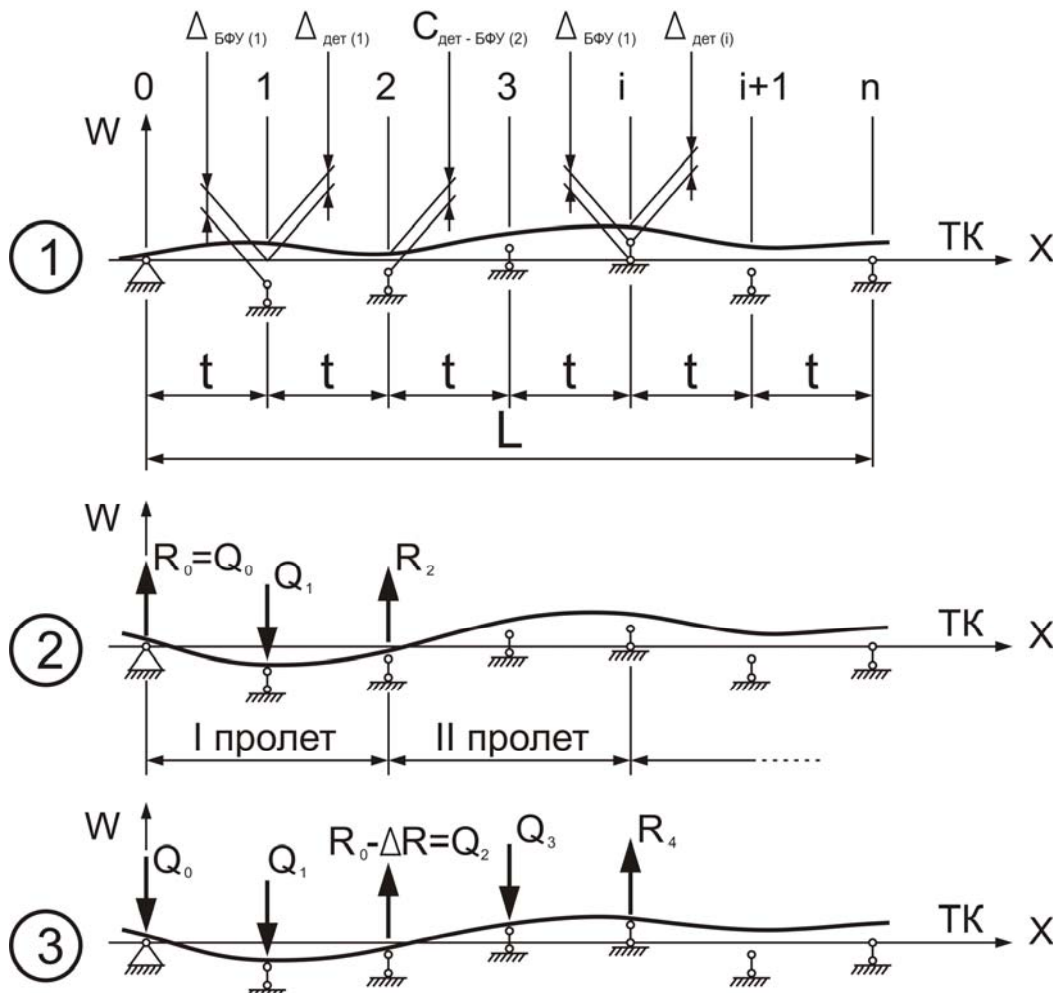


Рис.3. Формализованная модель сборки плоских конструкций в СП: 1 – свободное базирование, 2 – приложение силы  $Q_{БФУ}$  и фиксация в первом пролете, 3 – приложение силы  $Q_{БФУ}$  и фиксация во втором пролете

Модели (рис.3 и 4) отражают в формализованном виде:

- погрешности изготовления деталей  $\Delta_{дет}$ ,
- погрешности изготовления БФУ СП  $\Delta_{БФУ}$ ,
- погрешности увязки деталей и БФУ  $C_{дет-БФУ}$ ,
- схемы перемещений деталей (и обшивок) при их фиксации в СП под воздействием усилий  $Q_{БФУ}$ ,

необходимые для раскрытия основного функционала задачи (1) относительно искомого параметра СП – шага расположения БФУ  $t_{БФУ}$ .

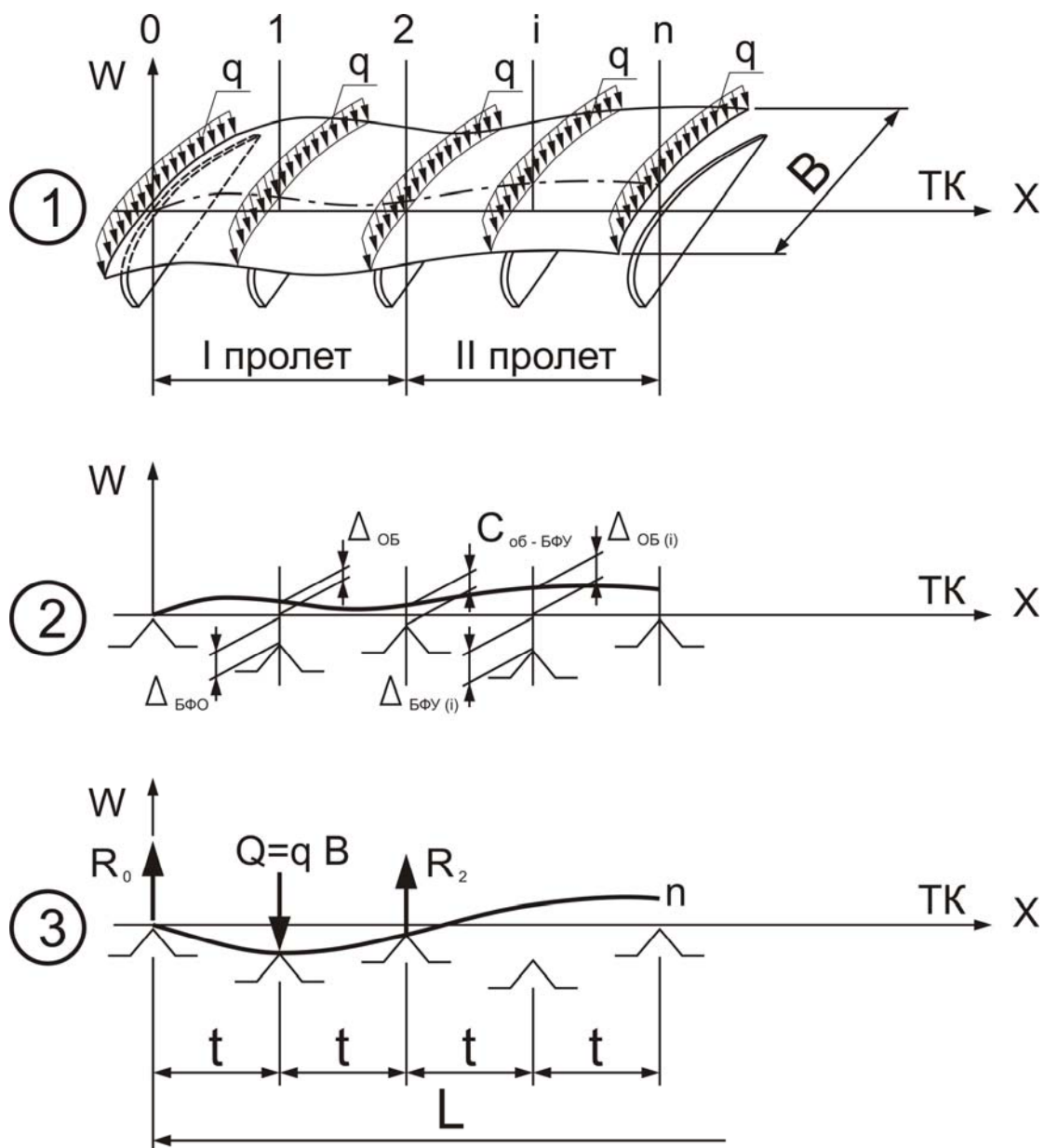


Рис.4. Формализованная модель сборки пространственных конструкций в СП: 1 – принципиальная схема базирования и нагружения, 2 – свободное базирование оболочки, 3 – приложение сил  $Q_{БФУ}$  и фиксация в первом пролете

### Разработка математических моделей этапов сборки

Первый этап сборки (установка – базирование деталей в СП) характеризуется образованием зазоров между деталями и БФУ из-за неизбежного наличия рассогласованности в точности изготовления деталей –  $\Delta_{дет}$ , поступающих на сборку, и точности сборочного приспособления (БФУ) –  $\Delta_{БФУ}$ , характеризующих точность их взаимной увязки:

$$C_{дет-БФУ} = f(\Delta_{дет}, \Delta_{БФУ}) . \quad (5)$$

На втором этапе, приложив к базируемым деталям в местах расположения БФУ усилия прижатия  $Q_{БФУ}$ , совмещают сборочные базы деталей и БФУ. Потребные усилия  $Q_{БФУ}$  для перемещения деталей на величину точности взаимной увязки  $C_{дет-БФУ}$  будут зависеть от механических характеристик деталей  $E, J_{дет}, G$  и шага  $t_{БФУ}$  размещения БФУ вдоль контуров:

$$Q_{БФУ} = f(C_{дет-пр}, J_{дет}, G_{дет}, E_{дет}, t_{БФУ}). \quad (6)$$

В зафиксированном положении деталей в СП проводят их соединение предусмотренными по технологии способами. Следует ожидать, что при плотном прилегании к базовым поверхностям БФУ точность собранного изделия в местах расположения БФУ будет копировать точность сборочного приспособления ( $\Delta_{изд} = \Delta_{БФУ}$ ), а в случае близкого расположения БФУ друг к другу – точность сборки изделия по всем контурам, лежащим в промежутках между БФУ ( $t_{БФУ}$ ), должна соответствовать требуемой точности изделия по техническим условиям

$$\Delta_{изд} \leq [\delta_{изд}]_{ТУ}.$$

Необходимо принять во внимание, что в процессе сборки в собираемой конструкции возникают внутренние напряжения, вызванные упругими деформациями от изгибающих сил при прижатии деталей к БФУ, и от деформаций, вызванных процессами соединения.

На третьем этапе (расфиксации и выема собранного изделия из СП) под действием внутренних сил происходит перераспределение усилий в конструкции, а следовательно, и деформаций готового изделия  $\Delta_{деф}$ , определяющих окончательные размеры и формы собранного изделия  $\delta_{изд}$ .

Для раскрытия функционала (5), характеризующего процесс базирования деталей в СП и взаимосвязь погрешностей изготовления деталей  $\Delta_{дет}$  и базово-фиксирующих устройств СП  $\Delta_{БФУ}$ , необходимо знать закономерности накопления погрешностей в процессе выполнения технологических операций переноса размеров и форм с первоисточников (чертежей или аналитически заданной информации) на технологические жесткие носители форм и размеров (теоретические и конструктивные плазы (ТП и КП); рабочие шаблоны контрольно-контурные (ШКК) и контурообразующие (ШК, ШВК); эталоны поверхностей (ЭП) и др.) и рабочую формообразующую оснастку (оправки, пуансоны, формообразующий инструмент), в том числе и на базовые поверхности БФУ.

В условиях производства на каждом этапе переноса размеров и форм возникают погрешности в результате неизбежных технологических отклонений, которые носят случайный характер. Их накопление можно описать аналитически на основании аппарата размерных цепей, а их суммирование следует проводить по правилам теории вероятностей и распределения случайных величин.

Графически размерная цепь представляет собой систему взаимосвязанных размеров (или их погрешностей  $\Delta_i$ ), образующих замкнутый контур, в котором звено, с помощью которого выполняется увязка цепи, именуют замыкающим –  $\Delta_{зам}$ , характеризующий в нашем случае конечный результат – искомую погрешность изготовления деталей  $\Delta_{дет}$  или базово-фиксирующих элементов  $\Delta_{БФУ}$ .

Аналитически размерную цепь записывают как

$$\Delta_{зам} = \sum_{i=1}^n A_i \Delta_i .$$

В нашем случае  $\Delta_{зам}$  представляет собой функцию изменения случайных параметров погрешностей  $\Delta_i$  в процессе переноса форм и размеров согласно упорядоченным структурным схемам увязки и изготовления деталей и БФУ. Для всех принятых в самолетостроении методов обеспечения точности и взаимозаменяемости функции  $\Delta_{дет}$  и  $\Delta_{БФУ}$  можно представить в двух обобщенных видах [1,2]:

- 1) для плазово-шаблонных методов независимого обеспечения точности и взаимозаменяемости путем последовательного копирования информации, начиная с первоисточника информации (ПИ) на теоретический плаз (ТП), конструктивный плаз (КП), шаблон контура (ШК), шаблон внутреннего контура (ШВК), формблок (ФБ), шаблон приспособления (ШП), базовый контур базово-фиксирующего устройства (БФУ), эталон поверхности (ЭП) с использованием инструментальных средств – плаз кондуктора (ПК) и инструментального станда (ИС), как функцию погрешностей размерной цепи следующего вида:

$$\Delta_{дет(БФУ)} = \varphi \left( \sum \Delta_i \right) = \varphi \left( \Delta_{ПИ-ТП}, \Delta_{ТП-КП}, \Delta_{КП-ШКК}, \Delta_{ШКК-ШК(ШВК)}, \Delta_{ШК(ШВК)-ФБ}, \Delta_{ШКК-ШП}, \Delta_{ШП-БФУ}, \Delta_{ПК-БФУ}, \Delta_{ИС-БФУ}, \Delta_{ОП-БФУ}, \Delta_{ШКС-ЭП}, \Delta_{ПН-ТП} \right); \quad (7)$$

- 2) для аналитического метода независимого обеспечения точности и взаимозаменяемости путем математического задания информации о деталях и БФУ и воспроизведения ее на станках с ЧПУ

$$\Delta_{дет(БФУ)} = \varphi \left( \sum \Delta_i \right) = \varphi \left( \Delta_{мм}, \Delta_{интерн}, \Delta_{сч.инф}, \Delta_{пр.ЧПУ}, \Delta_{баз ЧПУ}, \Delta_{инстр} \right). \quad (8)$$

Анализ точности изготовленных деталей и БФУ показал, что погрешности на всех этапах переноса форм и размеров носят случайный характер и внутри заданного поля допуска распределяются по вполне определенным законам, зависящим от вида технологического процесса: по закону равномерно возрастающей или равномерно убывающей вероятности, по закону Симпсона, закону Вейсбула, закону Гаусса (нормальный закон) и др.

Для случая нормального закона распределения погрешностей (закономерность и достоверность которого для самолетостроительного производства подтверждена теоретически и практически для большинства технологических процессов) предельный размер замыкающего звена размерной цепи ( $\Delta_{дет}$ ) определяют по формулам [3, 4, 7]:

$$\Delta_{дет(БФУ)} = \left\{ \begin{array}{l} BO_{\Sigma} = \nabla_{\Sigma} + \delta_{\Sigma} \\ HO_{\Sigma} = \nabla_{\Sigma} - \delta_{\Sigma} \end{array} \right\}, \quad (9)$$

где  $BO_{\Sigma}$  и  $HO_{\Sigma}$  – верхнее и нижнее отклонения погрешности замыкающего звена;

$\nabla_{\Sigma}$  – центр группирования погрешности замыкающего звена:

$$\nabla_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n A_i (\nabla_i + \alpha_i \delta_i); \quad (10)$$

$\delta_{\Sigma}$  – среднеквадратичное отклонение погрешностей замыкающего звена:

$$\delta_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_i^2 K_i^2 \delta_i^2}. \quad (11)$$



Здесь (8), (9), (11)  $\nabla_i$  – координата середины поля погрешностей составляющих звеньев размерной цепи,

$\delta_i$  – половина поля погрешностей составляющих звеньев;

$A_i$  – передаточное отношение, характеризующее влияние составляющих погрешностей на суммарную величину поля погрешностей;

$\alpha_i$  – коэффициент относительной асимметрии распределения погрешностей;

$K_i$  – коэффициент относительного рассеяния погрешностей составляющих звеньев цепи.

Общий алгоритм расчета величин погрешности деталей, поступающих на сборку, состоит из следующих шагов:

1. На основании конструктивно-технологического членения ЛА на самостоятельные сборочные единицы выбирают номенклатуру конструктивных элементов изделия, определяющих качество собранного ЛА, и принимая во внимание избранный метод сборки и метод переноса размеров и форм, составляют полные технологические размерные цепи переноса размеров с первоисточника на детали ЛА и БФУ СП. В состав полной размерной цепи включают все возможные изменения размеров на всех этапах переноса размеров, начиная с первоисточника до заключительного этапа формирования детали и изготовления БФУ (7), (8).
2. По имеющимся рекомендациям назначают величины погрешностей на все входящие звенья полной технологической размерной цепи.
3. Определяют параметры полей погрешностей входящих звеньев ( $\nabla_i$  и  $\delta_i$ ) по формулам (10), (11).
4. По справочным таблицам в зависимости от содержания технологической операции переноса размеров выбирают значения коэффициентов  $\alpha_i$  и  $K_i$  [1,3].
5. Рассчитывают значения  $\nabla_\Sigma$  и  $\delta_\Sigma$  замыкающего звена и вычисляют суммарную погрешность изготовления  $\Delta_{дет}$  или  $БФУ - \Delta_{БФУ}$  по формуле (9).

Определив таким образом возможные величины погрешностей деталей  $\Delta_{дет}$  и  $БФУ - \Delta_{БФУ}$ , устанавливают максимальные и минимальные значения их взаимной увязки  $C_{дет-БФУ} = \sum (\Delta_{дет} + \Delta_{БФУ})$  при свободном базировании (рис.3 и 4).

Выходная информация  $C_{дет-БФУ}$ , полученная из анализа модели базирования, служит исходной информацией для следующего этапа – модели фиксации деталей в сборочном приспособлении. Раскрытие функционала (6) является главным этапом исследования, так как оно позволяет решить центральную задачу – найти оптимальную величину шага  $t_{БФУ}$  установки базово-фиксирующих устройств в СП, удовлетворяющих требованиям (2, 3, 4).

Для решения этой задачи необходимо найти аналитическую форму связей всех параметров, входящих в (6), изменяющихся вдоль базовых контуров собираемых деталей и мест положения БФУ на СП.

Процесс фиксации деталей в сборочном приспособлении заключается в совмещении базовых плоскостей собираемых деталей с базовыми плоскостями БФУ СП путем перемещения деталей на величину зазоров  $C_{дет-БФУ}$  под

воздействием внешних усилий от БФУ. Для рассматриваемых нами моделей фиксации (рис.3, 4) приложение сил  $Q_{БФУ}$  происходит последовательно от первой опоры ко всем последующим, что позволяет рассматривать участки между смежными опорами как самостоятельные, отстоящие друг от друга на расстоянии  $2t$ . При изгибе базируемой детали (рис.3) под воздействием  $Q_{БФУ}$  можно считать, что концы ее могут свободно перемещаться вдоль оси  $X$ , а продольные сжимающие усилия отсутствуют. В таком случае характер прогибов детали под воздействием поперечных нагрузок от БФУ не будет отличаться от прогибов балки с идеально прямой осью. Начальную продольную волнистость детали представим в аналитическом виде исходя из следующих положений.

Как свидетельствует анализ многочисленных контрольных измерений натуральных деталей в условиях установившегося производства, изменение форм деталей вдоль базируемых контуров характеризуется плавностью, пологостью, малыми величинами углов изгиба и периодичностью повторения вдоль контуров. Следовательно, для описания продольной волнистости деталей можно использовать дифференциальные уравнения в виде полигармонических функций, определяемых рядом Фурье

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos \omega K x + b_k \sin \omega K x), \quad (12)$$

где  $\frac{a_0}{2}$  – нулевой член разложения,

$a_k$  и  $b_k$  – коэффициенты ряда Фурье  $K$  - й гармоники,

$K$  – порядковый номер гармоники (1, 2, 3, ..., n).

Если длину детали  $L$  принять за период  $T$  и разделить на  $2n$  равных интервала, абсциссы точек деления  $x_k$  принять равными  $KT/2n$ , а за величины ординат в точках  $x_k$  – параметр возможного перемещения  $b_k$  и за функцию формы детали принять синусоидную зависимость, то функция продольной волнистости примет вид

$$f(x) = \sum_{k=1}^n b_k \sin \frac{k\pi x}{l}. \quad (13)$$

Здесь  $b_k$  – параметр перемещения, равный в данном случае прогибу детали в середине пролета  $l = 2t$ .

Известно [11], что ряд Фурье характеризуется быстрой сходимостью. Поэтому, приняв  $K = 1, 2, 3$ , представим  $f(x)$  в следующем виде:

$$f(x) = b_1 \sin \frac{\pi x}{l} + b_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + b_3 \sin \frac{3\pi x}{l}. \quad (14)$$

Второй член разложения (14) приводит к несимметричному расположению линии прогибов относительно середины пролета, что в силу известного принципа стационарности потенциальной энергии [8] может быть только при обращении параметра  $b_2$  в нуль. Поэтому от второго члена ряда следует отказаться и принять окончательную функцию формы волнистости такой:

$$f(x) = b_1 \sin \frac{\pi x}{l} + b_3 \sin \frac{3\pi x}{l}. \quad (15)$$

Для определения параметров перемещения  $b_1$  и  $b_2$  воспользуемся методом полной потенциальной энергии  $\Pi$  системы

$$\Pi = U + W, \quad (16)$$

где  $U$  – потенциальная энергия внутренних сил (энергия деформации, накопленная в нагруженной детали), определяемая как

$$U = \frac{1}{2} E J \int (f''(x))^2 dx, \quad (17)$$

$W$  – потенциальная энергия внешних сил  $Q_{B\Phi V}$  (работа внешних сил на возможных перемещениях балки  $b_i$ ), определяется как

$$W = -\sum_{i=1}^{2n-1} Q_{B\Phi V} b_k. \quad (18)$$

Определяем значение  $U$  через параметры перемещения  $b_k$ . Для этого, используя метод Рэлея-Ритца, подставим вторую производную выбранной деформированной формы (15) в выражение (17) и после интегрирования получим приближенное значение энергии деформации

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} E J \int_0^l \left( \frac{\pi^2 b_1}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l} + \frac{9\pi^2 b_3}{l^2} \sin \frac{3\pi x}{l} \right)^2 dx = \\ &= \frac{\pi^4 E J}{2l^4} \left[ b_1^2 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx + 18b_1 b_3 \int_0^l \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{3\pi x}{l} dx + \right. \\ &\quad \left. + 81b_3^2 \int_0^l \sin^2 \frac{3\pi x}{l} dx \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Так как значения интегралов в выражении (19)

$$\int_0^l \sin^2 \frac{\pi x}{l} dx = \frac{l}{2} \quad \text{и}$$

$$\int_0^l \sin \frac{\pi x}{l} \sin \frac{3\pi x}{l} dx = 0,$$

то окончательно формула (19) принимает вид

$$U = \frac{\pi^4 E J}{4l^3} (b_1^2 + 81b_3^2). \quad (20)$$

Как и следовало ожидать, энергия деформации, фиксируемой в свободном приспособлении детали, является квадратичной функцией от параметров перемещения.

Обратимся к выражению (18) и определим значение  $W$  через параметры  $b_1$  и  $b_3$ . Для этого воспользуемся следующим логическим рассуждением: 1) ни один из параметров перемещения  $b_1$  и  $b_3$  не является прогибом в середине балки, а лишь характеризует амплитуды перемещений соответствующих членов ряда, 2) в то же время ясно, что прогиб в середине балки при  $l/2$  непосредственно связан с  $b_1$  и  $b_3$  определенным соотношением. Действительно, если подставить  $x = l/2$  в (15), то получим

$$f\left(\frac{l}{2}\right) = b_1 \sin \frac{\pi}{2} + b_3 \sin \frac{3\pi}{2} = b_1 - b_3. \quad (21)$$

Следовательно,

$$W = -Q_{B\Phi V} (b_1 - b_3).$$

В таком случае полная потенциальная энергия получит значение

$$\Pi = \frac{\pi^4 E J}{4l^3} (b_1^2 + 81b_3^2) - Q_{БФУ} (b_1 - b_3). \quad (22)$$

Используя принцип стационарности потенциальной энергии, определяем частные производные от  $b_1$  и  $b_3$ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial b_1} &= \frac{\pi^4 E J}{2l^3} b_1 - Q_{БФУ} = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial b_3} &= 81 \frac{\pi^4 E J}{2l^3} b_3 - Q_{БФУ} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (23)$$

Из системы двух уравнений (23) находим значения  $b_1$  и  $b_3$ :

$$b_1 = \frac{2Q_{БФУ} l^3}{\pi^4 E J}, \quad b_3 = -\frac{2Q_{БФУ} l^3}{81\pi^4 E J}.$$

Подставляя эти результаты в (15), получаем приближенное уравнение прогибов детали при фиксации в сборочном приспособлении:

$$f(x) = \frac{2Q_{БФУ} l^3}{81\pi^4 E J} \left( 81 \sin \frac{\pi x}{l} - \sin \frac{3\pi x}{l} \right). \quad (24)$$

Максимальные прогибы детали при фиксации в сборочном приспособлении будут достигаться в соответствии с моделью (рис.3) в середине пролетов  $l$ , т.е. при  $x = \frac{l}{2} = t$ . Подставляя в (24) значение  $t$ , имеем

$$f(x) = \frac{2Q_{БФУ} (2t)^3}{81\pi^4 E J} (81+1) = \frac{16,2 Q_{БФУ} t^3}{\pi^4 E J}. \quad (25)$$

В рассматриваемой схеме фиксации деталей в сборочном приспособлении величины прогибов деталей ограничены суммарной величиной погрешностей  $C_{дет-БФУ}$  в каждой точке расположения БФУ, зависящих от точности изготовления деталей ( $\Delta_{дет}$ ) и базово-фиксирующих устройств ( $\Delta_{БФУ}$ ). Эти погрешности носят случайный характер, зависящий от совпадения амплитуд волнистости контура детали и ординат погрешностей БФУ по местам их установки в сборочном приспособлении. Поэтому в выражении (25) следует в расчетных точках  $x = t$  принять величину прогиба, равную  $C_{дет-БФУ}$  с некоторым поправочным коэффициентом коррекции  $K_{кор} = (1 + m_i)$ , где  $m_i = \varphi \left( \frac{\Delta_{БФУ}}{\Delta_{дет}} \right)$ ,

$$C_{дет-БФУ} = \frac{16,2 Q_{БФУ} t_{БФУ}^3}{\pi^4 E J} (1 + m_i). \quad (26)$$

Отсюда расчетная величина шага установки БФУ в сборочном приспособлении

$$t_{БФУ} = \sqrt[3]{\frac{C_{дет-БФУ} \pi^4 E J}{16,2 Q_{БФУ} (1 + m)}}. \quad (27)$$

Для раскрытия функционала (6), применительно к модели сборки цилиндрических и незначительной двойной кривизны панелей, секций и отсеков (рис. 4) планера самолета воспользуемся известными положениями теории

тонкостенных оболочек [10], полагая, что подобные конструкции относятся к тонкостенным оболочкам.

Несоответствие (погрешность) поверхности оболочки (обшивки или панели), заданной по техническим условиям, является следствием пружинения, а также необеспечения заданной степени увязки и погрешностей изготовления технологической обводообразующей и сборочной оснастки.

Базирование и фиксация оболочки в СП происходят путем ее изгиба в продольном и поперечном направлениях под действием распределенной нагрузки  $q_{БФУ}$ , создающейся рубильниками при прижатии оболочки к базовым поверхностям ложементами сборочного приспособления. При этом кажущаяся одновременная фиксация обшивок распределенной нагрузкой  $q(x)$  вдоль всей поверхности рубильника в реальных условиях не имеет места. Поскольку обводы поверхности обшивок носят волнистый характер, то фиксация их в приспособлении происходит по дискретным точкам контура, и лишь в конечной стадии можно считать, что к ней будет приложена распределенная нагрузка по всему баззируемому контуру.

Применительно к предложенной нами модели (рис.4) считаем, что установка и фиксация обшивки (как тонкостенной оболочки) в сборочное положение происходят изгибающим моментом  $M_{об}$ , создаваемым в обшивке равномерно распределенной нагрузкой  $q_{БФУ}$  рубильниками сборочного приспособления.

Дифференциальное уравнение изгиба с введением общепринятого обозначения цилиндрической жесткости оболочек  $D = \frac{EJ}{1-\mu^2} = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$

записываем в виде

$$D \frac{d^2 W(x)}{dx^2} = M(x). \quad (28)$$

Дифференцируя обе части уравнения (28) и принимая во внимание, что  $\frac{d^2 M(x)}{dx^2} = q(x)$ , получаем уравнение прогиба обшивки в зависимости от интенсивности нагрузки  $q(x)$

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} = \frac{q(x)}{D} = q(x) \frac{12(1-\mu^2)}{Eh^3}. \quad (29)$$

Для определения  $q(x)$  в зависимости от возможных перемещений  $W(x)$  выделим из обшивки вдоль образующей полосу такой ширины, которой соответствует малый центральный угол изгиба в поперечном сечении  $\varphi = 1/R$  (рис.5). Эту полосу можно рассматривать как балку прямоугольного сечения  $1 \times h$  (где  $h$  - толщина обшивки), находящуюся под распределенной нагрузкой  $q(x)$ . Выделенная полоска-балка в реальной конструкции взаимодействует с соседними полосками. В результате этого по ее продольным граням возникают усилия  $N$ , проекция которых на ось  $W$  должна быть учтена при расчетах как  $\Delta q(x)$ , но с обратным знаком. Выделив на полоске элемент, длина которого равна единице, определим значение  $\Delta q(x)$ :

$$\Delta q(x) = 2N \sin \frac{\varphi}{2} = N(x) \varphi = \frac{N(x)}{R}.$$

С учетом  $\Delta q(x)$  уравнение изгиба балки-полоски (29) принимает вид

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} = \frac{q(x) - \frac{N(x)}{R}}{D}. \quad (30)$$

Если выразить усилия  $N$  оболочки через прогиб  $W(x)$ , то, как показано в [10],

$$N(x) = \frac{Eh}{R} W(x).$$

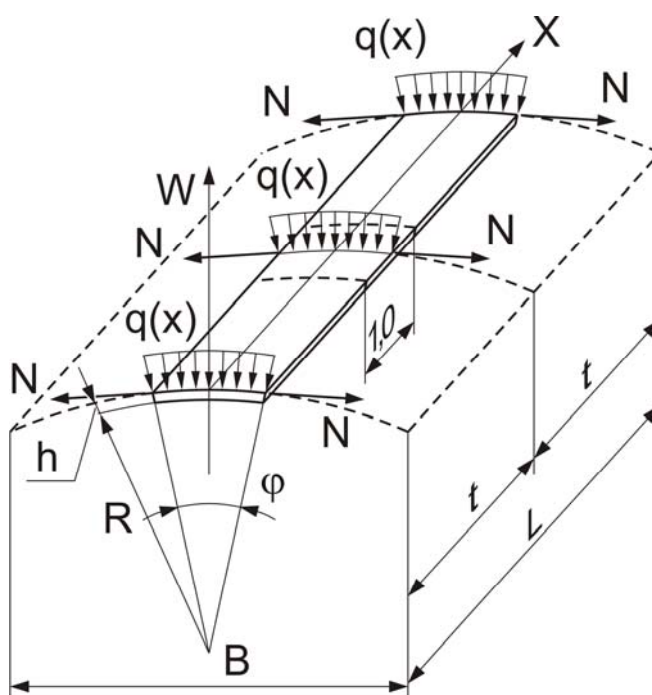


Рис.5. Расчетная схема элементарной полоски-балки, выделенной на обшивке собираемой панели

Внося это значение  $N(x)$  в уравнение (30) с учетом  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ , находим

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} = \frac{q}{D} - \frac{12(1-\mu^2)}{R^2 h^2} W(x). \quad (31)$$

Приведя уравнения (31) к виду, удобному для интегрирования и обозначив  $\frac{12(1-\mu^2)}{R^2 h^2} = 4a^4$ , получим

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - 4a^4 W(x) = \frac{q}{D}. \quad (32)$$

Заменим независимую переменную  $x$  безразмерной абсциссой  $z = ax$  и примем ее за новую независимую переменную.

Поскольку

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} = a^4 \frac{d^4 W(z)}{dz^4} = \frac{3(1-\mu^2)}{R^2 h^2} \frac{d^4 W(z)}{dz^4}, \text{ то уравнение (32) окончательно}$$

запишем в виде

$$\frac{d^4 W(z)}{dz^4} + 4W(z) = \frac{4qR^2}{Eh}. \quad (33)$$

Напишем общий интеграл уравнения (33) в такой известной форме [10]:

$$W = \frac{qR^2}{Eh} + (A \cos z + B \sin z) e^{-z}. \quad (34)$$

Воспользовавшись известными дифференциальными зависимостями для балок:

$$\theta = \frac{dW}{dx} = a \frac{dW}{dz}; \quad M = D \frac{d^2 W}{ax^2} = Da^2 \frac{d^2 W}{dz^2}; \quad Q = D \frac{d^3 W}{dx^3} = Da^3 \frac{d^3 W}{dz^3},$$

по формуле (34) дифференцированием получим выражения для углов наклона  $\theta$  упругой линии, изгибающих моментов  $M$  и поперечных сил  $Q$ , из которых найдем постоянные значения  $A$  и  $B$

$$A = \frac{1}{2a^3 D} (Q_0 + aM_0); \quad B = -\frac{1}{2a^2 D} M_0,$$

где  $Q_0$  и  $M_0$  - начальные параметры.

Подставив найденные значения коэффициентов в выражение (34), получим окончательно:

$$W = \frac{qR^2}{Eh} + \frac{1}{2a^3 D} e^{-z} [Q_0 \cos z + aM_0 (\cos z - \sin z)]. \quad (35)$$

Для нашего случая начальные параметры равны:

$Q_0 = -\frac{q}{2}$ , так как нагрузка  $q$  распределяется поровну на левую и правую части оболочки;

$M_0 = \frac{q}{4a}$ , так как касательная к упругой линии балки-полоски в сечении, параллельном оси, а следовательно, угол поворота  $\theta = 0$  при  $z = 0$ .

Подставив в формулу (35) значения  $Q_0$  и  $M_0$ , получим

$$W = \frac{qR^2}{Eh} - \frac{q}{8a^3 D} e^{-z} (\cos z - \sin z). \quad (36)$$

Максимальное значение прогиба для рассматриваемого сечения ( $z = 0$ ) будет

$$W_{max} = \frac{qR^2}{Eh} - \frac{q}{8a^3 D}. \quad (37)$$

Из этого выражения можно определить то максимальное значение распределенной нагрузки по сечению, которое нужно создать рубильником приспособления, чтобы совместить оболочку с базовыми ложементами. Так как

$W_{max}$  в нашем случае ограничена величиной увязки размеров обшивки  $\Delta_{об}$  и базового ложеента  $\Delta_{БФУ}$ , то  $W_{max}$  не может быть больше  $C_{об-БФУ}$ .

Следовательно, погонная нагрузка, создаваемая БФУ приспособления ( $q_{БФУ}$ ), может быть определена из выражения (37), при  $W_{max} = C_{об-БФУ}$ :

$$q_{БФУ} = \frac{C_{об-БФУ}}{\frac{R^2}{Eh} - \frac{1}{8a^3 D}}.$$

Для определения шага расположения базово-фиксирующих устройств  $t_{БФУ}$  вдоль базирующих контуров обшивки можем воспользоваться ранее приведенными рассуждениями и полученными выражениями (24) и (25), заменив жесткость балки ( $EJ$ ) на цилиндрическую жесткость обшивки  $D$  и приняв значение сосредоточенной нагрузки  $Q_{БФУ}$  как произведение найденной нами распределенной нагрузки  $q_{БФУ}$  по рассматриваемому сечению (рис.4) на ширину панели  $B$ .

Тогда формула (27) примет вид

$$t_{БФУ} = \sqrt{\frac{C_{об-БФУ} \pi^4 h^3 E}{97,2 q_{БФУ} B (1+m)}}. \quad (38)$$

### Вывод

Формулы (27) и (38), полученные в результате исследований, позволяют рассчитать шаг установки базово-фиксирующих устройств (БФУ), обеспечивающих качественную сборку конструкций планера ЛА при оптимальных трудовых и материальных затратах на проектирование и изготовление сборочных приспособлений (см. также [5, 6]).

Теоретическое решение вопроса определения уровня и направления напряжений, возникающих в собранной конструкции элементов планера ЛА под воздействием внутренних сил при расфиксации и выеме готового изделия из сборочного приспособления (третий этап сборки), требует комплекса дополнительных исследований, часть которых будет рассмотрена в следующей статье.

### Список литературы

1. Бабушкин А.И. Методы сборки самолетных конструкций /А.И. Бабушкин. – М.: Машиностроение, 1985. – 242 с.
2. Бабушкин А.А. Методологические основания разработки системы автоматизированного проектирования приспособлений для сборки летательных аппаратов //А.А. Бабушкин. Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ, «ХАИ». – 2007. – Вып. 37. – С. 25-34
3. Кучер П.Н., Боборыкин Ю.А. Расчет точности увязки оснастки и точности изготовления самолетных конструкций // П.Н. Кучер, Ю.А. Боборыкин. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1973. – 36 с.



4. Никольский А.А., Горбунов М.Н. Вопросы расчета на точность и жесткость сборочных приспособлений в самолетостроении // А.А. Никольский, М.Н. Горбунов. – М.: Моск. авиац. ин-т, 1962. – 83 с.
5. Бабушкин А.А. Обеспечение точности изготовления и точности увязки сборочных приспособлений в авиастроении //А.А. Бабушкин. – К.: Вісник Інженерної академії України. – 2008. – №1. – С. 8-11.
6. Бабушкин А.И., Бабушкин А.А. Проблемы экономии затрат и обеспечение точности аэродинамических контуров летательных аппаратов на этапе технологической подготовки производства //А.И. Бабушкин, А.А. Бабушкин. – К.: Вісник Інженерної академії України. – 2008. – №2. – С. 9-13.
7. Дунаев П.Ф. Расчет размерных цепей. /П.Ф. Дунаев. – М.: Машиностроение. 1974. – 160 с.
8. Тимошенко С.П., Гере Дж. Механика материалов. /С.П. Тимошенко., Дж. Гере. – М: Мир, 1976. – 669 с.
9. Кононенко В.Г., Боборыкин Ю.А., Березок А.Н. Исследование качества сборки силовых конструкций планера самолета и выбор оптимальных технических решений при подготовке производства //В.Г. Кононенко, Ю.А. Боборыкин, А.Н. Березок. //Самолетостроение и техника воздушного флота. – Х.: ХАИ, – 1978. – вып. 12. – С. 136-142.
10. Писаренко Г.С., Агаев В.А., Квитка А.Л. Соппротивление материалов /Г.С. Писаренко, В.А. Агаев, А.Л. Квитка и др. – К.: Вища школа, 1979. – 696 с.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) /Г.Корн, Т.Корн. – М.: «Наука», 1978. – 832 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. зав. каф. В.П. Божко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского “ХАИ”, Харьков.