

## **Корректировка существующих аналитических зависимостей физико-механических характеристик сотового заполнителя с учетом его высоты**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

Применение в конструкциях отечественной авиационной и ракетно-космической техники трехслойной конструктивно-силовой схемы, состоящей из двух несущих слоев (НС) и легкого металлического сотового заполнителя (СЗ) между ними, существенно снижает дорогостоящую полетную массу, обеспечивая тем самым конкурентоспособность отечественных летательных аппаратов на мировом рынке [1]. Обеспечение максимальной несущей способности СЗ, как наиболее слабого звена данного класса конструкций, требует детального учета расчетного уровня его физико-механических характеристик (ФМХ). При определении ФМХ СЗ обычно рассматривают как некоторый условный эквивалентный по работе однородный по объему ортотропный заполнитель, ФМХ которого зависят от геометрической конфигурации ячейки СЗ, толщины фольги, ФМХ материала, из которого изготовлен СЗ, и от уровня и характера прилагаемых нагрузок. Расчетами и испытаниями установлено, что для обычно применяемого СЗ основными упругими ФМХ являются модуль упругости в направлении, перпендикулярном НС, –  $E_z$  и модули сдвига в плоскостях граней сотов –  $G_{xz}$  и  $G_{yz}$  [1]. Величины остальных модулей упругости и сдвига пренебрежимо малы и в расчетах обычно не применяются [1].

В настоящее время в большинстве случаев в зависимости от степени ответственности конструкции заключение о величинах ФМХ СЗ выполняют только по результатам обработки испытаний [1, 2]. Одной из причин этого является тот факт, что существующие аналитические зависимости, связывающие ФМХ СЗ с геометрическими параметрами его ячейки, явно не зависят от высоты СЗ, а при экспериментах наблюдаются отклонения значений этих ФМХ при различных высотах СЗ [1, 2].

Для учета влияния высоты СЗ на его ФМХ представляется обоснованным откорректировать существующие аналитические зависимости для определения ФМХ корректирующими функциями, полученными на основе численного эксперимента с МКЭ-моделью с последующей аппроксимацией. Нами ранее в работе [3] была откорректирована таким образом аналитическая зависимость для ФМХ СЗ при сдвиге в одной из плоскостей его работы. Основное преимущество предлагаемых корректирующих функций заключается в том, что они, в отличие от эмпирических коэффициентов, представляют собой интегральное теоретическое описание неявной взаимосвязи изменения геометрических параметров ячейки и высоты СЗ, синтезирующих ФМХ СЗ.

Рассмотрим СЗ с правильной шестигранной ячейкой. Примем, что существующие аналитические зависимости для определения ФМХ СЗ отличаются от неизвестных, в которых учитывается влияние высоты СЗ. При этом физические параметры, характеризующие ФМХ материала фольги (модули упругости ( $E_\phi$ ) и

сдвига ( $G_\phi$ )), считаем неизменными для одного и того же материала фольги СЗ. В то же время функции изменения ФМХ СЗ от геометрических параметров его ячейки (ширины ячейки  $a_c$ , толщины фольги  $\delta_\phi$ ) в явном виде и от высоты СЗ  $h_{cз}$  в неявном виде оставим неизменными для СЗ, полученного из фольги различного материала. Данное допущение позволяет исключить ряд необходимых многочисленных вычислений для различных материалов: достаточно получить результаты для каждой формы ячейки СЗ и пользоваться полученными зависимостями для различных материалов. Введем следующие корректирующие функции:

$$\varphi(h_{cз}, a_{cб}, \delta_{\phiб}) = \frac{A^{KЭ}(h_{cз}, a_{cб}, \delta_{\phiб})}{A^A(a_{cб}, \delta_{\phiб})}, \quad (1)$$

$$\psi(h_{cзб}, a_c, \delta_{\phiб}) = \frac{A^{KЭ}(h_{cзб}, a_c, \delta_{\phiб})}{A^A(a_{cб}, \delta_{\phiб})}, \quad (2)$$

$$\chi(h_{cзб}, a_{cб}, \delta_\phi) = \frac{A^{KЭ}(h_{cзб}, a_{cб}, \delta_\phi)}{A^A(a_{cб}, \delta_{\phiб})}, \quad (3)$$

где индекс «б» при параметре означает их базовое (фиксированное) значение; параметр без этого индекса – варьируемый;  $A^{KЭ}$  – величины соответствующих ФМХ СЗ (модули сдвига СЗ  $G_{xz}$ ,  $G_{yz}$  и упругости  $E_z$ ), которые определены с помощью моделей, построенных в стандартном комплексе МКЭ и имитирующих испытания на сдвиг сдвоенных образцов методом растяжения (при определении  $G_{xz}$ ,  $G_{yz}$ ) или на поперечное растяжение СЗ (при определении  $E_z$ ) с ячейкой правильной шестигранной формы по ОСТ 101188-92) [1, 2];  $A^A$  – величины соответствующих ФМХ СЗ, найденных по существующим аналитическим зависимостям при базовых параметрах геометрии ячейки СЗ.

Введем также коэффициент масштабного фактора модели МКЭ, учитывающий достаточность количества ячеек СЗ  $n$  в модели МКЭ для независимости  $A^{KЭ}$  от их числа:

$$K_{масш} = \frac{A^{KЭ}(n_\infty)}{A^{KЭ}(n_{яч})}, \quad (4)$$

где  $A^{KЭ}(n_\infty)$  – величины соответствующих ФМХ СЗ, которые определены с помощью моделей МКЭ, состоящих из  $n \rightarrow \infty$  ячеек СЗ, что обеспечивает независимость конечного числа ячеек СЗ от модели МКЭ;  $A^{KЭ}(n_{яч})$  – величины соответствующих ФМХ СЗ, которые определены с помощью моделей МКЭ, состоящих из оптимального с точки зрения расчета в комплексе МКЭ конечного числа ячеек СЗ  $n_{яч}$ .

В ходе численного эксперимента, связанного с определением ФМХ СЗ, рассмотрим СЗ из алюминиевой фольги АМг2-Н ( $G_{\phi} = 27$  ГПа) со следующими базовыми (фиксированными) геометрическими параметрами ячейки: толщина фольги  $\delta_{\phi\delta} = 0,03$  мм, размер ячейки  $a_{c\delta} = 5$  мм, высота СЗ  $h_{cз\delta} = 20$  мм. Выбор базовых (фиксированных) параметров не принципиален и может быть любым, однако при этом должны быть гармонизированы соответствующие графики и таблицы, построенные на базе реализации МКЭ-модели. Материал для внешних пластин моделей МКЭ испытательного приспособления при сдвиге и растяжении СЗ – сталь ( $E_{накл} = 210$  ГПа); толщина центральной пластины – 10 мм, краевых – 5 мм (при испытании на сдвиг); толщина внешней пластины – 5 мм (при испытании на растяжение).

В стандартном комплексе МКЭ для определения модулей сдвига СЗ моделирование проведем для 162 полных ячеек СЗ с размерами образца, соответствующими принятым базовым (фиксированным) параметрам. При определении модуля сдвига в плоскости  $XOZ$  образец ориентируем сдвоенными гранями по направлению нагружения, которое выполнено по средней накладке усилием 110 Н (по 10 Н в 11 точках) (рис. 1, а). Для определения модуля сдвига в плоскости  $XOY$  моделирование проведем на той же базовой модели МКЭ, но нагружение выполним в другом направлении по средней накладке усилием 200 Н (по 10 Н в 20 точках) (рис. 1, б). Модели МКЭ закрепим по боковым ненагруженным накладкам по всем линейным перемещениям. Сгенерированные модели МКЭ образцов для определения модулей сдвига СЗ показаны на рис.1.

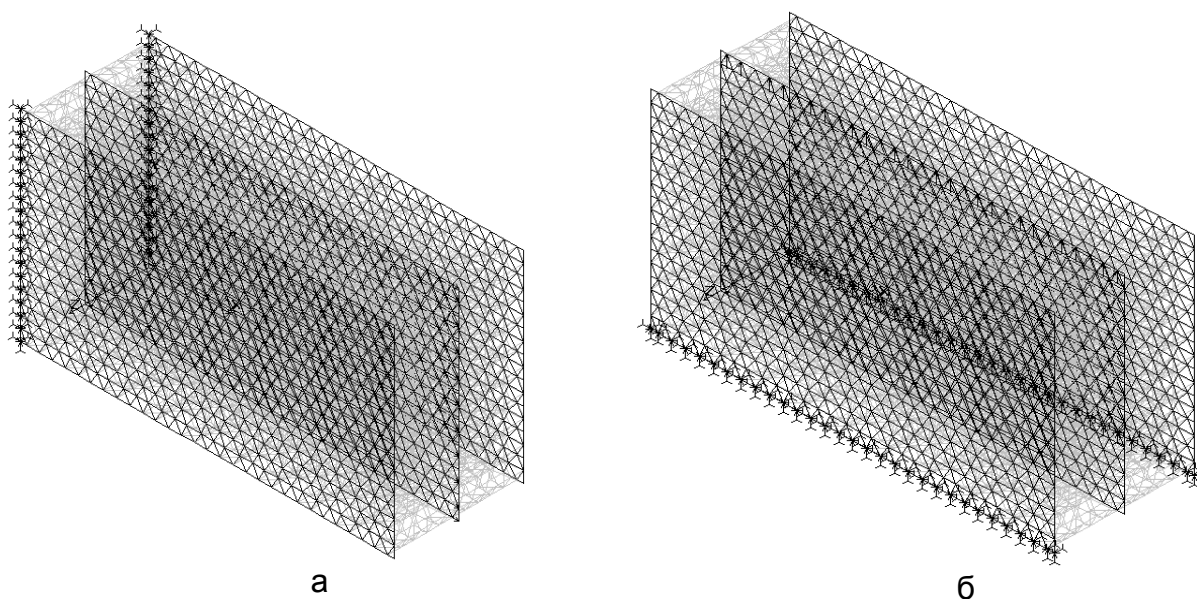


Рис. 1. Сгенерированная модель МКЭ образца СЗ:  
а – для определения модуля сдвига  $G_{xz}$  ;  
б – для определения модуля сдвига  $G_{yz}$

Для определения модуля упругости СЗ при поперечном растяжении  $E_z$  моделирование проведем на единичном образце описанной выше модели МКЭ, нагрузив ее по внешней накладке давлением 0.1МПа и закрепив по другой

накладке по всем линейным перемещениям. Сгенерированная модель МКЭ образца для определения модуля упругости при поперечном растяжении СЗ  $E_z$  изображена на рис. 2.

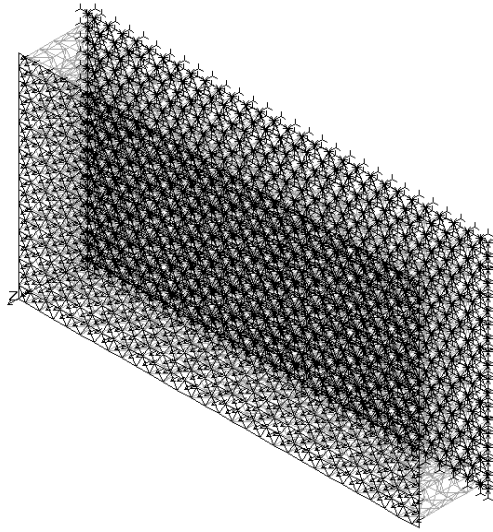


Рис. 2. Сгенерированная модель МКЭ образца СЗ для определения модуля упругости при поперечном растяжении СЗ  $E_z$

Модули сдвига и упругости будем определять по стандартным методикам для рассматриваемых схем испытаний [1, 2]. В табл. 1–3 представлены полученные результаты определения модулей сдвига и упругости с помощью комплекса МКЭ в зависимости от параметров СЗ.

Таблица 1

Изменение  $G_{xz}$  в зависимости от параметров СЗ

$a_c$ , мм	2,5	5	7,5	$G_{xz}^A$ , МПа	$G_{xz}^A$ , МПа	$G_{xz}^A$ , МПа	$\frac{G_{xz}^{KЭ}}{G_{xz}^A}$ $a_c=2,5$	$\frac{G_{xz}^{KЭ}}{G_{xz}^A}$ $a_c=5$	$\frac{G_{xz}^{KЭ}}{G_{xz}^A}$ $a_c=7,5$
$h_{CЗ}$ , мм	$G_{xz}^{KЭ}$ , МПа			$(a_c = 2,5)$	$(a_c = 5)$	$(a_c = 7,5)$			
10	291	151	100	280	140	93	1,04	1,08	1,07
20	271	145	99				0,97	1,04	1,06
30	254	139	95				0,90	0,99	1,02

Таблица 2

Изменение  $G_{yz}$  в зависимости от параметров СЗ

$a_c$ , мм	2,5	5	7,5	$G_{yz}^A$ , МПа	$G_{yz}^A$ , МПа	$G_{yz}^A$ , МПа	$\frac{G_{yz}^{KЭ}}{G_{yz}^A}$	$\frac{G_{yz}^{KЭ}}{G_{yz}^A}$	$\frac{G_{yz}^{KЭ}}{G_{yz}^A}$
$h_{CЗ}$ , мм	$G_{yz}^{KЭ}$ , МПа			$(a_c = 2,5)$	$(a_c = 5)$	$(a_c = 7,5)$	$a_c=2,5$	$a_c=5$	$a_c=7,5$
10	190	97	65	186	93	62	1,02	1,04	1,05
20	177	94	64				0,95	1,02	1,04
30	161	91	63				0,87	0,98	1,01

Таблица 3

Изменение  $E_z$  в зависимости от параметров СЗ

$a_c$ , мм	2,5	5	7,5	$E_z^A$ , МПа	$E_z^A$ , МПа	$E_z^A$ , МПа	$\frac{E_z^{KЭ}}{E_z^A}$	$\frac{E_z^{KЭ}}{E_z^A}$	$\frac{E_z^{KЭ}}{E_z^A}$
$h_{CЗ}$ , мм	$E_z^{KЭ}$ , МПа			$(a_c = 2,5)$	$(a_c = 5)$	$(a_c = 7,5)$	$a_c=2,5$	$a_c=5$	$a_c=7,5$
10	1449	718	477	1328	664	443	1,09	1,08	1,08
20	1424	714	475				1,07	1,07	1,07
30	1405	707	472				1,06	1,06	1,06

Вид искомой зависимости ФМХ СЗ от геометрических параметров его ячейки и высоты примем соответствующим виду существующих аналитических зависимостей. Учитывая, что с ростом высоты СЗ  $h_{CЗ}$  его ФМХ уменьшаются, искомые зависимости для ФМЗ СЗ представим в следующем виде:

$$A^{KЭ}(h_{CЗ}, a_c, \delta_{\phi}) = \frac{\varphi(h_{CЗ}, a_c, \delta_{\phi}) \cdot \chi(h_{CЗ}, a_c, \delta_{\phi})}{\psi(h_{CЗ}, a_c, \delta_{\phi})} \cdot A^A(a_c, \delta_{\phi}) \cdot K_{масш} \cdot (5)$$

Сгенерированные модели МКЭ образцов для определения ФМХ СЗ имеют достаточное количество ячеек СЗ  $n$ , необходимое для независимости получаемых значений ФМХ, что соответствует принятию коэффициента

масштабного фактора для данных моделей МКЭ равным  $K_{масш}^{xz} = K_{масш}^{yz} = K_{масш}^z = 1$ .

Построив графики зависимостей функций  $\varphi(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$ ,  $\psi(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$ ,  $\chi(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$ , аппроксимировав их полиномом второй степени по соответствующим базовым переменным и подставив их аналитические выражения для определения ФМХ СЗ с правильной шестигранной ячейкой из работы [1] в выражение (5), получим следующие модифицированные выражения для определения ФМХ СЗ с учетом высоты СЗ:

$$G_{xz}(h_{c3}, a_c, \delta_\phi) = 0,866 \frac{\delta_\phi}{a_c} G_\phi(0,00002h_{c3}^2 - 0,004858h_{c3} + 1,124554) \times \\ \times \frac{(1,783\delta_\phi^2 - 0,993\delta_\phi + 1,063)}{-0,003a_c^2 + 0,051a_c + 0,86}; \quad (6)$$

$$G_{yz}(h_{c3}, a_c, \delta_\phi) = 0,576 \frac{\delta_\phi}{a_c} G_\phi(-0,00005 h_{c3}^2 - 0,00135 h_{c3} + 1,06259) \times \\ \times \frac{(5,545 \delta_\phi^2 - 0,478 \delta_\phi + 1,026)}{-0,004 a_c^2 + 0,057 a_c + 0,831}; \quad (7)$$

$$E_z(h_{c3}, a_c, \delta_\phi) = 1,538 \frac{\delta_\phi}{a_c} E_\phi \times (-0,000025 h_{c3}^2 + 0,000169 h_{c3} + 1,08086) \times \\ \times \frac{(7,832 \delta_\phi^2 - 0,849 \delta_\phi + 1,092)}{-0,00034 a_c^2 + 0,00368 a_c + 1,06457}. \quad (8)$$

Графики зависимости функций ФМХ СЗ  $G_{xz}(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$ ,  $G_{yz}(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$  и  $E_z(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$  при фиксированных ширине ячейки СЗ  $a_c = 5$  мм и толщине фольги  $\delta_\phi = 0,03$  мм для различных значений высот СЗ показаны на рис. 3–5.

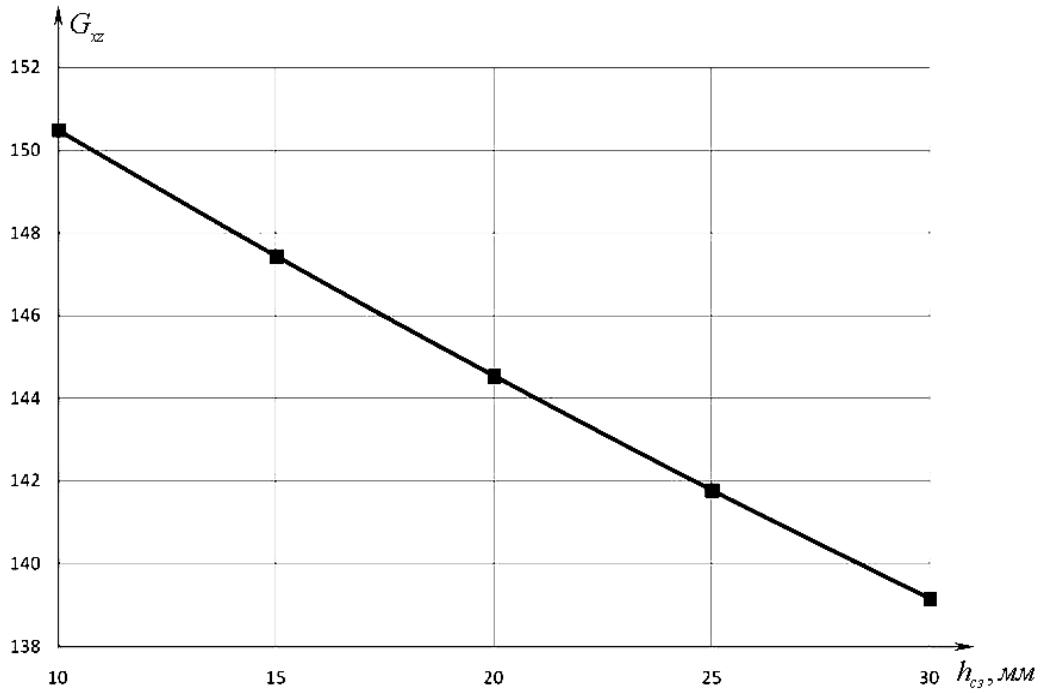


Рис. 3. График функций  $G_{xz}(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$ , соответствующий ширине ячейки  $a_c = 5$  мм и толщине фольги  $\delta_\phi = 0,03$  мм, для различных значений высот СЗ

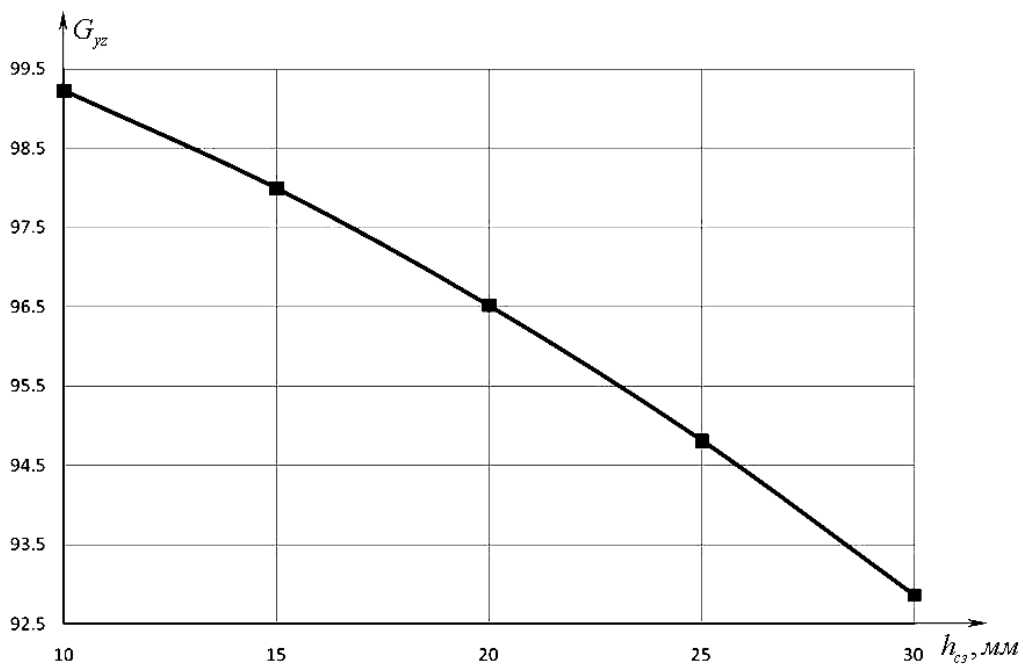


Рис. 4. График функций  $G_{yz}(h_{c3}, a_c, \delta_\phi)$ , соответствующий ширине ячейки  $a_c = 5$  мм и толщине фольги  $\delta_\phi = 0,03$  мм, для различных значений высот СЗ

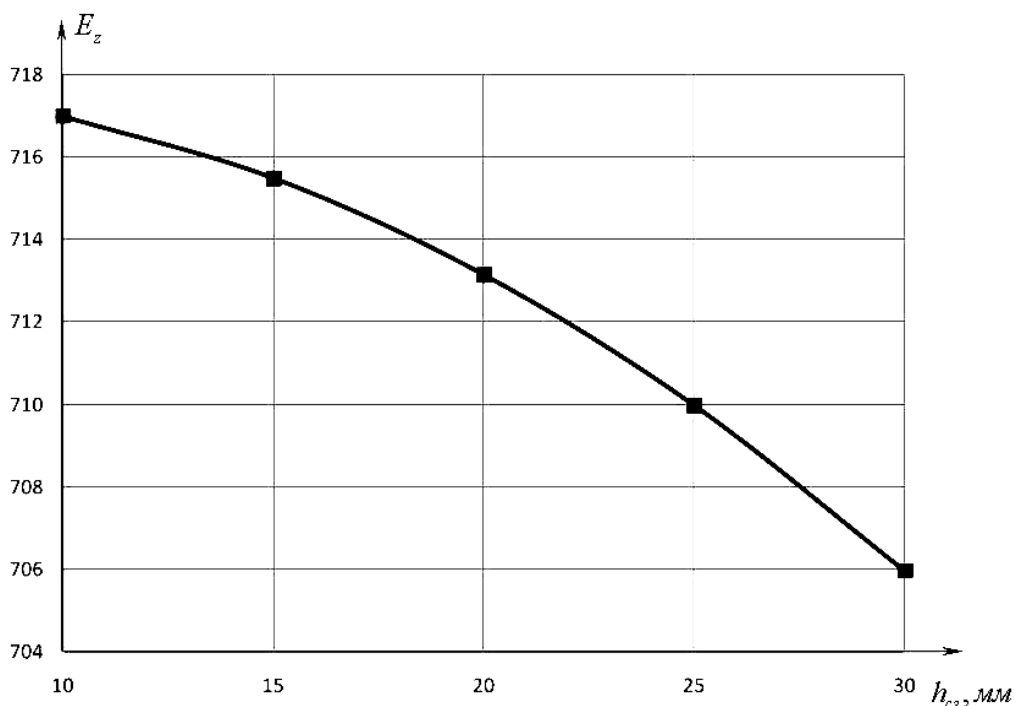


Рис. 5. График функций  $E_z(h_{c3}, a_c, \delta_{\phi})$ , соответствующий ширине ячейки  $a_c = 5$  мм и толщине фольги  $\delta_{\phi} = 0,03$  мм, для различных значений высот СЗ

### Выводы

С помощью корректирующих функций уточнены существующие аналитические зависимости ФМХ СЗ от геометрических параметров его ячейки, что позволит учесть наблюдаемые в экспериментах отклонения значений ФМХ СЗ при его различных высотах.

### Список литературы

1. Ендогур А.И. Сотовые конструкции. Выбор параметров и проектирование / А.И. Ендогур, М.В. Вайнберг, К.М. Иерусалимский. – М.: Машиностроение, 1986. – 200 с.
2. Сливинский В.И. Экспериментальное исследование физико-механических характеристик сотов / В.И. Сливинский // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов : темат. сб. науч. тр. / Харьк. авиац. ин-т им. Н. Е. Жуковского. – Х.: ХАИ, 1996. – Вып. 8. – С. 30 – 42.
3. Гайдачук В.Е. Аналитическая зависимость модуля сдвига сотового заполнителя от его геометрических параметров на основе МКЭ / В.Е. Гайдачук, В.В. Кириченко, В.И. Сливинский // Технологические системы. – К. – 2003. – Вып. 1(17). – С.53 – 56.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Сливинский В.И., УкрНИИТМ.  
Днепропетровск.