

Корректные и некорректные постановки задач формообразования

*Харьковское государственное авиационное производственное предприятие
Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины*

Понятие корректности (правильности) постановки задач математической физики было сформулировано в начале XX века французским математиком Адамаром. Задача математической физики или краевая задача для уравнений с частными производными называется поставленной корректно, если выполняются следующие условия: 1) решение задачи существует; 2) решение задачи единственно; 3) решение задачи непрерывно зависит от входных данных. Задачи, в которых нарушено хотя бы одно условие, называют некорректно поставленными, и эти задачи не могут быть решены без применения специальных методов. Такие методы разработаны в работах [2, 6]. В работе [7] на примере методов решений экстремальных задач дано объяснение и связи всех предлагаемых методов решения некорректно поставленных задач между собой, что позволило сделать заключение о возможности решения некорректно поставленной экстремальной задачи лишь в случае изменения постановки задачи с некорректной на корректную.

Понятие корректности постановки имеет место не только в математических задачах, но и в технических. Однако исследования корректности постановок задач формообразования не проводилось. Необходимость такого рассмотрения впервые отмечена в работе [8].

Целью статьи является исследование некорректности постановок прямых и обратных задач формообразования, а также изменение этих постановок на корректные.

Приведем некоторые определения и толкования понятий, используемые при постановке задач формообразования.

Форма – внешние очертания, наружный вид, контуры предмета. Форма и размеры являются неотъемлемыми характеристиками любого материального предмета. Вся материальная культура общества основана на использовании твердых тел определенной формы, а способы их изготовления представляют собой важнейшую характеристику цивилизации. Технология формообразования составляет основу всех направлений современной технологии, содержащих в своих названиях корень «строить»: строительство, авиа- и ракетостроение, автомобилестроение, кораблестроение и т.д. (последние направления объединяются общим понятием «машиностроение») [5].

Формообразование – изготовление заготовки или изделия из твердых, жидких, порошковых или волоконных материалов. Результатом применения технологии формообразования является материальный предмет заданной формы и размеров, способный сохранять эту форму и размеры в течение заданного времени эксплуатации. Цель формообразования состоит в получении заданных геометрических параметров (формы, размеров, шероховатости поверхности) изделия [1, 4, 10].

Таким образом, под формообразованием, которое является основной задачей машиностроения, далее понимаем изменение форм и размеров заготовок в

соответствии с конструкторской документацией, и, следовательно, в начале любого технологического процесса всегда находится заготовка, а в его конце – деталь.

Деталь – изделие, изготавливаемое предприятием из однородного по наименованию и марке материалу без применения сборочных операций [9].

Чертеж детали – документ, содержащий изображение детали и другие данные, необходимые для ее изготовления и контроля [11].

Таблица координат точек поверхности задает форму и размеры детали в виде конечного числа точек поверхности. Эти точки могут использоваться в процессе создания управляющих программ оборудования с ЧПУ.

Аналитические уравнения задают форму детали с помощью математических зависимостей между координатами точек поверхности детали и обычно используются для получения табличного задания поверхности или для создания управляющих программ систем с ЧПУ.

Аналитический эталон детали – совокупность формул и условий, описывающих геометрию объекта в некоторой компьютерной системе [3].

Математическую модель формы и размеров детали представляют в виде чертежа, таблицы, уравнения.

Технологическое оборудование – средства технического оснащения, в которых для выполнения определенной части технологического процесса размещаются материалы или заготовки, средства воздействия на них, а также технологическая оснастка [10].

Формообразующее оборудование – технологическое оборудование, применяемое для изменения формы заготовки.

Допуск на размер – отклонение реального размера детали от идеального, заданного математической моделью любого вида.

Аналитический портрет детали – математическая модель в терминах аналитической геометрии, описывающая форму и размеры изготовленной детали в компьютерной системе.

Доказательство идентичности изготовленной детали ее аналитическому эталону осуществляется путем сопоставления его с аналитическим портретом.

Под *прямой задачей формообразования* будем понимать преобразование заготовки в деталь на заданном формообразующем оборудовании с помощью выбранного инструмента стандартных форм. Такая постановка прямой задачи формообразования является некорректной, так как не имеет единственного решения. На одном и том же оборудовании можно получить одну и ту же деталь, используя различный инструмент. Следовательно, для получения единственного решения задача необходимо дополнить постановку задачи, а именно: уточнить какое формообразующее оборудование и какой инструмент выбраны; какова форма инструмента и какова последовательность обработки заготовки, каковы режимы обработки. При реализации практически любого технологического процесса возможно его изменение, не влияющее на качество детали, например, в целях уменьшения времени обработки. Таким образом, постановка прямой задачи формообразования некорректна, поскольку нарушено второе условие корректности (нет единственности решения).

В работе [12] задача получения математической модели изделия в компьютерной системе отнесена к *обратным задачам формообразования*. Как показывает практика, класс обратных задач формообразования в машиностроении намного шире, чем класс задач моделирования геометрии изготовленных деталей. Так как дать прямое определение обратных задач формообразования достаточно сложно,

то определим обратные задачи как задачи, не являющиеся прямыми, и приведем примеры некоторых обратных задач формообразования.

Изготовление копиров. Серийное изготовление некоторых сложнофасонных деталей сегодня экономически выгодно осуществлять на копировальных станках. Так поршни изготавливают с использованием копировальных токарных станков, которые обеспечивают требуемую точность. Но для работы этих станков необходимы копии, которые в каком-то смысле являются отображением формы детали. Следовательно, возникает задача получения модели копия для его изготовления. Очевидно, что эта задача не является прямой.

Построение аналитического портрета. Завершающая операция изготовления детали представляет собой контрольную операцию для установления степени соответствия изготовленной детали ее аналитическому эталону. Но сравнить аналитический эталон (аналитические выражения для координат поверхности) с реальным объектом невозможно. Поэтому необходимо выразить сравниваемый реальный объект в тех же терминах, что и аналитический эталон, т.е. построить модель объекта. Исходными данными для такой модели являются результаты измерения координат точек на поверхности реального объекта в той же системе координат, что и аналитический эталон. Если построенная модель выражена в тех же терминах, что и аналитический эталон, то в результате получаем аналитический портрет конкретной детали. Поэтому такую задачу также относим к обратным задачам формообразования.

Построение областей допусков. При проведении контроля детали, т.е. определения ее соответствия исходной математической модели, необходимо сравнить результаты измерений геометрических параметров детали и ее аналитического эталона. Для этого конструктор обязан вместе с аналитическим эталоном детали в том или ином виде предоставить технологу и области допусков на размеры аналитического эталона. Сложность задачи построения области допусков очевидна. Так на

рис. 1 показаны две различные области положительных допусков на размеры тела. Если на рис. 1, б положительный допуск на размеры тела 2 строго равен δ , то на рис. 1, а этот допуск в углах равен $\delta\sqrt{2}$, т.е. в 1,41 раза больше, но ограничение размера допуска ведет к изменению возможной формы детали (контуры 1 для случаев а и б различны). То, что эта задача не является прямой, очевидно, и к тому же она поставлена некорректно.

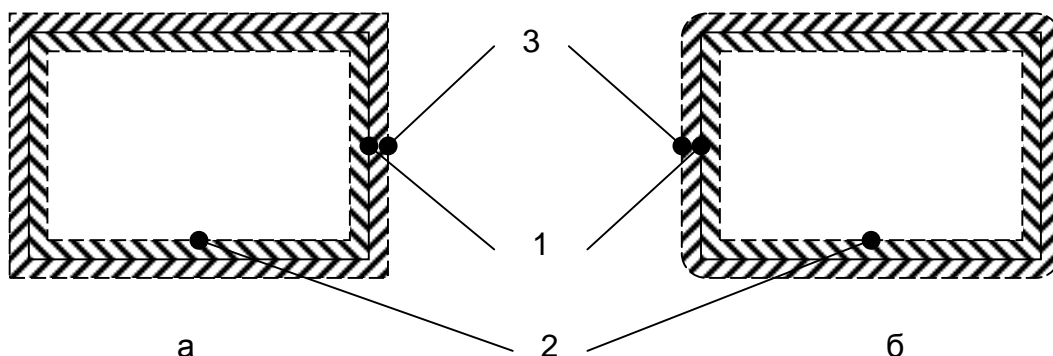


Рис. 1. Различные способы задания допуска на размеры тела 1:
2 – область отрицательных допусков; 3 – область положительных допусков

Определение области допустимых положений тактильной головки. Область допустимых положений тактильной головки при определении годности детали зависит от формы тактильной головки. Погрешность локальных измерений тактильной сферической головкой пропорциональна ее радиусу. Однако использование множества измерений в целом позволяет свести эту погрешность к погрешности позиционирования центра сферической головки. Метод контроля основан на определении принадлежности центра тактильной сферической головки области его допустимых положений (рис. 2), которая представляет собой эквидистантное отражение области допусков. Эту задачу мы также относим к обратным задачам формообразования.

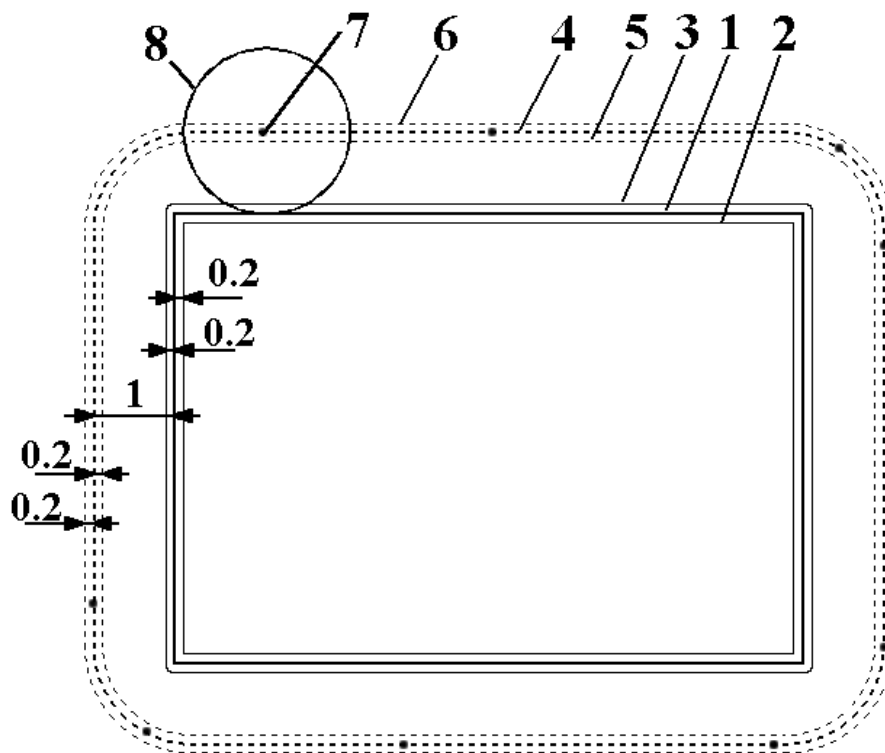


Рис. 2. Эквидистантная область допустимых положений центра тактильной сферической головки 8 на размер тела 1: 2 – область отрицательных допусков детали; 3 – область положительных допусков детали; 4 – эквидистанта перемещения центра тактильной головки 7; 5 – область отрицательных допусков эквидистанты; 6 – область положительных допусков эквидистанты

Выбор и размещение оборудования в цеху. Основная технологическая единица цеха – рабочее место, которое предназначено для выполнения технологического процесса. Поэтому определяющим элементом в процессе организации производства является закрепление технологических операций изготовления детали за конкретным рабочим местом и обеспечение ритмичного перемещения заготовок по рабочим местам. Следовательно, задача выбора и размещения оборудования в цеху может быть разбита на две задачи – выбор оборудования и его размещение. Задача выбора оборудования для цеха может быть поставлена двояко: для данного цеха выбирают однотипное оборудование (например механической обработки) либо разнотипное оборудование, необходимое для изготовления узлов. Наличие двух взаимно-равнозначных постановок одной задачи уже свиде-

тельствует о ее некорректности. Размещение выбранного оборудования, очевидно, может быть осуществлено не единственным образом. Итак, приходим к выводу, о том, что задача выбора и размещения оборудования в цеху некорректно поставлена, и относится к обратным задачам формообразования.

Разработка технологического процесса. Разработка технологического процесса изготовления детали представляет собой формирование поэтапных описаний изменения геометрии, которые начинаются аналитическим эталоном изделия и завершается моделью исходной заготовки. При этом подразумевается установление связей формообразующих операций с соответствующими рабочими местами. Следовательно, проектирование технологического процесса (от детали к заготовке) и процесса изготовления детали (от заготовки к детали) происходит в противоположных направлениях, что позволяет отнести разработку технологического процесса к обратным задачам формообразования. И так как одну и ту же деталь можно изготовить множеством способов, то и эта обратная задача формообразования некорректно поставлена.

Разработка маршрутных технологий. Сущность любого производственного процесса заключается в том, что всякий выпуск готовых изделий должен быть компенсирован запуском в производство соответствующего количества новых изделий. Следовательно, каждое изделие в процессе своего производства проходит некоторый маршрут от начальных рабочих мест к месту окончательного выпуска изделия. Маршрутная технология – это краткое описание всех технологических операций в последовательности их выполнения с указанием цехов, в которых они происходят. Таким образом, для построения маршрутного технологического процесса необходима информация о формообразующих возможностях оборудования, инструмента, приспособлений и способах их взаимодействия, а также информация о планировке цехов. Маршрутный техпроцесс фактически представляет собой перечень цехов с указанием перечня операций, выполняемых в каждом цехе. Очевидно, что задача построения маршрутного техпроцесса, включающего в себя перечень операций для каждого рабочего места, поставлена некорректно уже в силу того, что этот перечень может быть различным.

Проектирование цехов и заводов. В качестве примера некорректности постановки задачи проектирования цехов и заводов приведем пример различной планировки и разбиения на рабочие места цехов сборки автозаводов в Тольятти (ВАЗ) и Ульяновского автомобильного (УАЗ) заводов. То, что проектирование заводов и цехов относится к обратным задачам формообразования, сомнений не вызывает, а то, что эти два гиганта даже отдаленно не похожи друг на друга, свидетельствует о некорректности постановки этой задачи.

Рассмотрим особенности решения прямых и обратных задач формообразования, обусловленные одновременной некорректностью постановки как прямой, так и обратной задач.

Задачи математической физики, постановка которых выполняется с помощью линейных операторов, имеют следующую связь между корректностью и некорректностью постановок прямых и обратных задач. Если прямая задача корректно поставлена, то обратная имеет некорректную постановку и, наоборот, если обратная задача корректно поставлена, то прямая имеет некорректную постановку. Такое ограничение на задачи математической физики позволяет ввести и исследовать условия корректности и даже моделировать процесс решения обратной некорректно поставленной задачи. На рис. 3 изображена схема моделирования метода решения некорректно поставленной задачи математической физики, пред-

предполагающего нахождение решения обратной задачи путем многократного решения прямой. Задача считается решенной, если полученное решение удовлетворяет, некоторому заранее выбранному условию идентичности относительно наблюдаемых величин.

Наличие некорректности постановки как прямой, так и обратной задач формообразования не позволяет применить идеи методов решения некорректно поставленных задач математической физики, связанные с идентичностью наблюдаемых и расчетных величин, и поэтому для решения прямых и обратных задач формообразования привлекают дополнительную эвристическую информацию и изменяют некорректную постановку задачи на корректную.

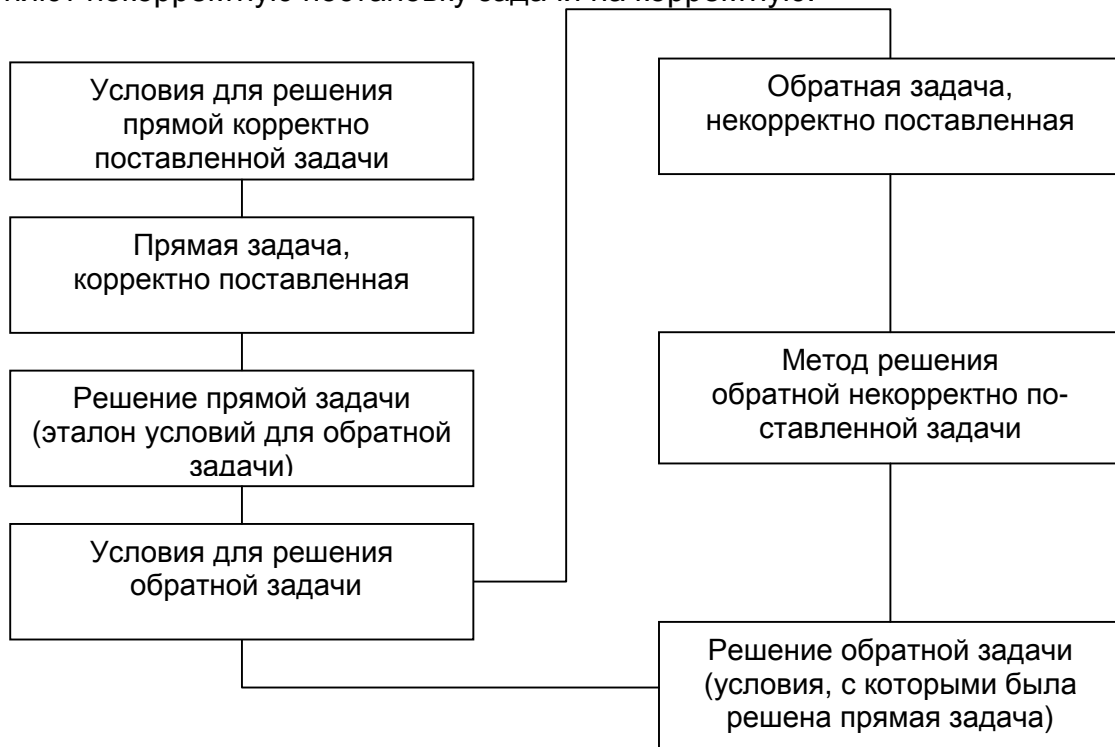


Рис. 3. Схема компьютерного моделирования метода решения обратной некорректно поставленной задачи

Покажем использование дополнительной эвристической информации для решения задачи первичного формообразования на примере разработки технологического процесса изготовления зубчатого колеса. Часть технологического процесса операции и переходы, которого представлены в табличном виде, приведена ниже (таблица). Анализ формообразующих переходов позволяет установить, что в условиях предприятия возможна реализация нескольких вариантов решения задачи формообразования. Практически каждый переход может быть выполнен с использованием альтернативных вариантов. Например, используемый токарный станок 1К62 может быть заменен другими, аналогичными станками (1М61П, 16Б16П). Для выполнения 33-й операции (сверление) в качестве приспособления используется УСП, которое может быть заменено кондуктором. Материал резцов 5, 6-й операций точения (резец 2103-0009 Т15К61 ГОСТ 18879-73) могут быть с успехом заменен ВК8 или ВК10, и т.д.

Таким образом, показана неединственность решения задачи первичного формообразования, что требует отнесения ее постановки к некорректной. В процессе решения на каждом шаге, используя справочную и эвристическую инфор-

мацию, изменяют постановку задачи на корректную. Многовариантность решений позволяет из множества возможных выбирать, в каком-то смысле, рациональное решение – например, наиболее экономичное или решение с минимальным временем реализации операции.

Таблица

Фрагменты технологического процесса

номер операции	Номер перехода	Содержание переходов	Оборудование	Приспособление	Инструмент
5	1	Установить заготовку в трехкулачковый патрон			
5	2	Подрезать торец	1К62	трехкулачковый патрон.	Резец 2103-0009 Т15К6I ГОСТ 18879-73
.....					
6	2	Точить по верху Ø54 на проход	1К62	Центра	Резец 2103-0009 Т15К6I ГОСТ 18879-73
.....					
33	2	Сверлить отверстие Ø4	2Н118	УСП	Сверло Р6М5 2300-7545 ГОСТ 10902-77
34	1	Установить, закрепить, снять	1К62	оправка	
34	2	Точить по верху по зубьям Ø51 _{-0,4}	1К62	оправка	Резец проходной 2103-0009 Т15К6 I ГОСТ 18879-73

Многовариантность решений задач формообразования требует принятия решений на различных уровнях иерархической системы управления производством. Поэтому в условиях машиностроительного предприятия изменение некорректной постановки задачи формообразования на корректную происходит на соответствующих иерархических уровнях управления производством. Так, решения по маршрутным технологиям принимают на уровне отдела главного технолога, а решения о технологических операциях на рабочих местах – технологических бюро цехов.

Практическая реализация на машиностроительном предприятии процедуры перехода к корректной постановке прямых и обратных задач формообразования требует создания компьютерной информационной системы. Поддержка принятия технических решений происходит путем использования ограниченного числа рекомендуемых вариантов, т.е. возможных решений, которые соотносятся с надлежащим уровнем иерархической системы управления производством.

В перспективе такой подход подразумевает выявление устойчивых, повторяющихся связей между перечнем принимаемых решений при постановке задач формообразования и функциональными обязанностями специалистов, находящихся на различных иерархических уровнях управления производственными процессами. Анализ этих связей, с одной стороны, позволит выполнить коррекцию

алгоритмов принятия технических решений, а с другой – уточнить функциональные обязанности участников процесса.

Таким образом, цель данного исследования достигнута. В дальнейшем необходимо проводить исследования некорректности постановок задач формообразования в каждом конкретном случае, что позволит уточнить ответственность специалистов за принимаемые технологические решения, а также согласовать поддержку этих решений с уровнем специалистов. Далее следует вести исследования связанные с созданием компьютерной информационной системы поддержки технологических решений с учетом некорректности постановки задач формообразования. Внедрение этих исследований позволит эффективно реализовать корректную постановку задач формообразования в условиях современного машиностроительного производства, обеспечивая при этом снижение трудоемкости принятия самого решения.

Список литературы

1. Волков Ю. С. Введение в теорию размерного формообразования электрофизико-химическими методами / Ю. С. Волков, А. Л. Лившиц – К.: Вища школа, 1978. – 120 с.
2. Лаврентьев М. М. Некорректные задачи математической физики и анализа / М. М. Лаврентьев, В. Г. Романов, С. П. Шишитский. – М.: Наука, 1980. – 287 с.
3. Мялица А. К. Сравнение информационных свойств чертежа и аналитического эталона // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: Гос. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 1999. – Вып. 4. – С. 37 – 43.
4. Смирнов А. И. Анализ перспектив развития методов формообразования в машиностроении. Обзор / А. И. Смирнов. – М.: НИИМАШ, 1982. – 50 с.
5. Смирнов А. И. Системный подход к технологии формообразования // Системные исследования: Методология проблемы/ А. И. Смирнов. – М.: Наука, 1986. – С. 246 – 260.
6. Тихонов А. Н. Некорректно поставленные задачи / А. Н. Тихонов, В. К. Иванов, М. М. Лаврентьев // Дифференциальные уравнения с частными производными. – М.: Наука. – 1970. – С. 224 – 238.
7. Васильев Ф. П. Методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1981. – 400 с.
8. Мялица А. К. Технологическая подготовка авиационного производства при зависимом образовании размеров деталей с использованием инженерных компьютерных средств: дис. ... канд. техн. наук: 05.07.04. – Защищена 21.12.01; Утв. 13.03.02.; – Х., 2001. – 160 с.
9. ГОСТ 2.101-68. Виды изделий. Взамен ГОСТ 5290-60. – Введ. 01.01.1971. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 335 с..
10. ГОСТ 3.1109-82. Единая система технологической документации. Термины и определения Основные понятия. Взамен ГОСТ 3.1109-73. – Введ. 01.01.1983. – М.: Изд-во стандартов, 1985. – 18 с.
11. ГОСТ 2.102-68. Виды и комплектность конструкторских документов. Взамен ГОСТ 5295-60 в части разд. I и II и ГОСТ 5291-60 . – Введ. 01.01.1971. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 335 с.
12. Бычков И. В. Обратная задача формообразования и ее применение в технологии самолетостроения / И. В. Бычков, А. К. Мялица // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: ГАКУ «ХАИ», 2000. – Вып. 18. – С. 147 – 153.