

Определение кинематических параметров динамического деформирования материалов с использованием метода Монте-Карло

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

При расчетах на прочность элементов конструкций, работающих в условиях динамического, особенно импульсного, нагружения напряженно-деформированное состояние в расчетных точках опасного сечения зависит от ряда кинематических параметров.

Академик А.А. Ильюшин в работе [1] указал на необходимость учета динамических параметров процесса деформирования при оценке напряженно-деформированного состояния материала

$$\sigma = f(\varepsilon, \varepsilon', \varepsilon'', \dots). \quad (1)$$

Практически используются зависимости

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (2)$$

при статическом деформировании и

$$\sigma = f(\varepsilon, \varepsilon') \quad (3)$$

в анализе процессов динамической обработки металлов давлением [2].

При экспериментальном изучении процесса динамического деформирования кольцевых образцов конструкционного материала, как правило, регистрируют изменение во времени относительной деформации $\varepsilon = \varepsilon(t)$. Однако при оценке прочности необходимо знать не только деформацию, но и ее скорость [2], и ускорение [1,3]. Использование численного или графического дифференцирования экспериментальной кривой $\varepsilon(t)$ для получения функций скорости $\varepsilon'(t)$ и особенно ускорения $\varepsilon''(t)$ практически невозможно вследствие очень больших погрешностей, вызванных существенной негладкостью исходной экспериментальной зависимости. Не приводит к повышению точности и предварительное сглаживание путем различной аппроксимации исходной функции.

В ряде случаев из теоретических соображений можно задать вид функции ускорения деформации:

$$\varepsilon''_T(t) = f_1(t, C_1, C_2, \dots, C_n), \quad (4)$$

где C_1, C_2, \dots, C_n - некоторые константы, подлежащие определению.

Дважды интегрируя зависимость (1) получим скорость деформации и саму деформацию:

$$\varepsilon'_T(t) = f_2(t, C_1, C_2, \dots, C_{n+1}), \quad (5)$$

$$\varepsilon_T(t) = f_3(t, C_1, C_2, \dots, C_{n+2}), \quad (6)$$

а добавившиеся две константы можно найти из начальных условий.

Константы C_j можно найти например методом наименьших квадратов [4], минимизируя сумму квадратов отклонений функции $\varepsilon_T(t)$ от экспериментальной зависимости $\varepsilon(t)$ в m точках по времени:

$$\varphi = \sum_{k=1}^m (\varepsilon_{Tk} - \varepsilon_k)^2$$

Аналитическая реализация метода наименьших квадратов, связанная с решением системы уравнений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial c_j} = 0,$$

затруднена, так как уравнения этой системы чаще всего трансцендентны.

Для определения констант C_j эффективно использовать метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) [5]. ЭВМ генерирует наборы случайных значений констант C_{js} и вычисляет оценочную функцию φ . Из всех наборов выбирается тот, для которого оценочная функция минимальна. Точность естественно возрастает с ростом количества генераций. Достоинством методики является ее универсальность, так как она инвариантна к виду функции деформации.

В таблице 1 приведены результаты решения при обработке эксперимента по динамической раздате кольцевых образцов из стали Х18Н9Т импульсом давления экспоненциальной формы. Ускорение деформации аппроксимировалось экспонентой

$$\varepsilon''_T(t) = C_1 e^{-tC_2} - C_3. \quad (7)$$

Таблица 1

t, мкс	$\varepsilon(t)$	$\varepsilon_T(t)$	$\varepsilon'_T(t)^*$ $10^{-3}, c^{-1}$	$\varepsilon''_T(t)^*$ $10^{-8}, c^{-2}$
0	0	0	0	3.3928
10	0.00937	0.01132	1.8507	0.8411
20	0.02805	0.03248	2.2658	0.1363
30	0.05195	0.05536	2.2842	-0.0586
40	0.07481	0.07782	2.1932	-0.1124
50	0.09662	0.09915	2.0718	-0.1272
60	0.11948	0.11923	1.9421	-0.1313
70	0.13662	0.13799	1.8101	-0.1325
80	0.15481	0.15543	1.6775	-0.1328
90	0.17143	0.17154	1.5446	-0.1329
100	0.18701	0.18632	1.4118	-0.1329
110	0.20052	0.19977	1.2789	-0.1329
120	0.21299	0.21190	1.1460	-0.1329
130	0.2238	0.22289	1.0131	-0.1329
140	0.23377	0.23216	0.8802	-0.1329
150	0.24156	0.24030	0.7473	-0.1329
160	0.24727	0.24710	0.6144	-0.1329
170	0.25247	0.25258	0.4815	-0.1329
180	0.25662	0.25674	0.3486	-0.1329
190	0.25870	0.25956	0.2157	-0.1329
200	0.25974	0.26105	0.0828	-0.1329

После 500 генераций получены значения констант:

$$C_1 = 3,5257 * 10^8 \text{ 1/c}^2$$

$$C_2 = 0,1286 * 10^6 \text{ 1/c}$$

$$C_3 = 0,1329 * 10^8 \text{ 1/c}^2.$$

Как видно из таблицы точность аппроксимации функции деформации выше на этапе торможения образца материала, чем на этапе разгона, где может достигать 14-15%. На рис.1 изображены восстановленные функции кинематических параметров деформирования.

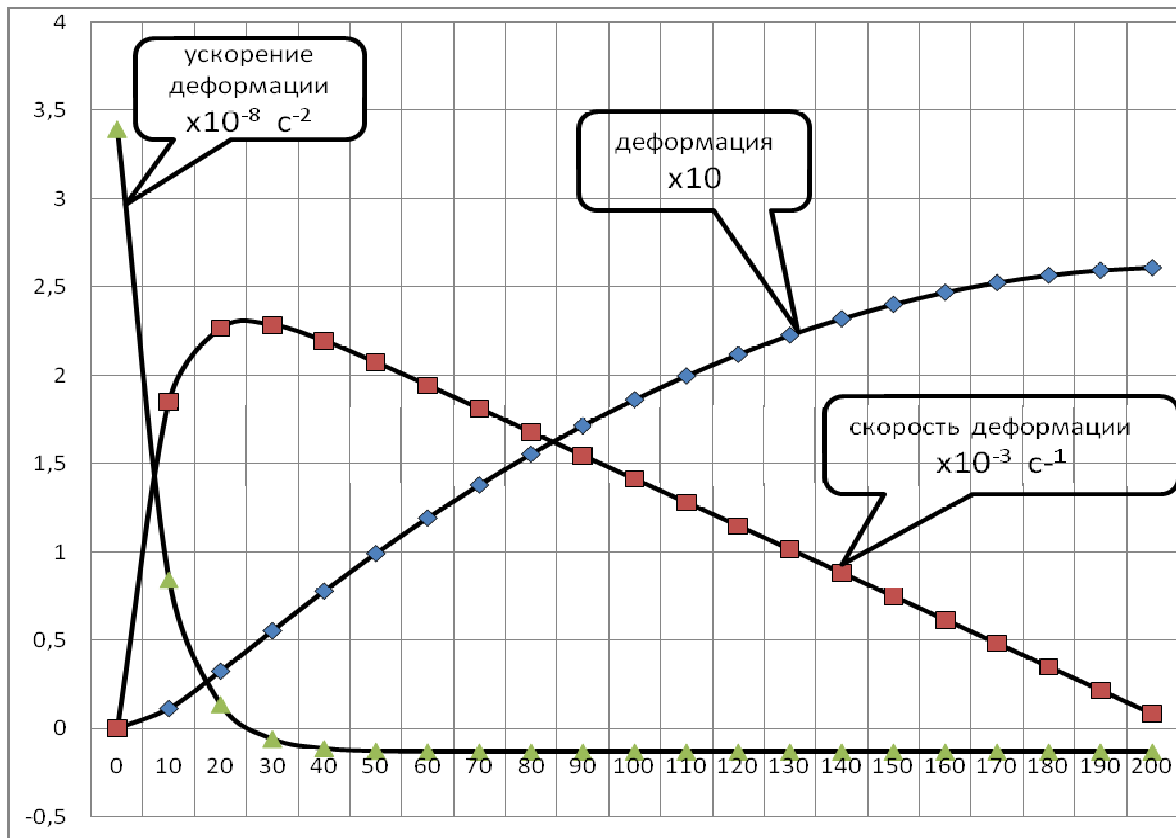


Рис.
Изменение кинематических параметров деформирования во времени

Список литературы

1. Ильющин А.А. О связи между напряжениями и деформациями в механике сплошных сред, Прикладная математика и механика, т.XVIII,вып.6, 1954 г.
2. Алексеев Ю.Н. Вопросы пластического течения металлов. Изд-во ХГУ, 1958 г.
3. Корнилов Г.Л. Особенности связи напряжений и деформационных параметров при «течении» материала под импульсной нагрузкой. Импульсная обработка металлов. Харьков. 1972, вып.4, с.174-178.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., 1969.
5. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло)/ Н.П. Бусленко, Д.И. Голенко, Н.М. Соболев и др./Под ред. Ю.А. Шнейдера. М., 1962.