

УДК 621.452.3.015:519.246.8

doi: 10.32620/aktt.2023.4sup2.07

В. Ф. МИРГОРОД¹, І. М. ГВОЗДЕВА²¹ АТ «Елемент», Одеса, Україна² Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна

ПОРІВНЯННЯ ПОТУЖНОСТІ КРИТЕРІЇВ НАЯВНОСТІ ТРЕНДУ В ЧАСОВИХ РЯДАХ

Предмет досліджень – Методи, математичні моделі та методики безперервного аналізу багатовимірної сукупності вихідних змінних та змінних стану силових та енергетичних установок, що побудовані на основі газотурбінних двигунів, які загалом становлять часові ряди. **Метою роботи** є встановлення потужності критеріїв тренду та випадковості шляхом статистичного моделювання часових рядів із лінійним трендом та застосуванням відомих статистик тренду та випадковості для встановлення їх емпіричних розподілів та оперативних характеристик для порівняння критеріїв тренду за їх потужністю. **Завдання**, що стояли перед розробниками, полягали у визначенні емпіричних розподілів відомих параметричних та непараметричних трендових статистик при застосуванні моделі лінійного тренду в суперпозиції із випадковою складовою, та встановленні рівня похибок першого роду (хибне рішення), при заданому рівні похибок другого роду (хибних тривог). **Методи**, що були застосовані для досягнення встановленої мети дослідження: загальні методи трендового аналізу, методи прикладної статистики, методи проведення комп'ютерних експериментів. **Результати** досліджень становлять обґрунтування підходу щодо встановлення потужності відомих критеріїв тренду та випадковості. Обмеження відомих методів прикладної статистики становить така обставина, що теоретично можливо тільки спростувати гіпотезу, щодо випадковості вихідних даних на певному рівні значимості, який визначає рівень похибок другого роду (хибних тривог). Встановлення рівня похибок першого роду (хибне рішення) становить значні труднощі, оскільки при наявності тренду часовий ряд вже не може бути стаціонарним. Але саме статистичний рівень таких похибок власне визначає потужність критеріїв наявності тренду в часових рядах. Вирішення вказаного протиріччя пропонується шляхом статистичного моделювання часових рядів із лінійним трендом та застосуванням відомих статистик тренду та випадковості для встановлення їх емпіричних розподілів та оперативних характеристик і порівняння критеріїв тренду за їх потужністю. Статистичне моделювання виконано для низки статистик тренду та випадковості, а саме: найбільш поширених параметричних статистик: кореляційного критерію і його модифікацій, критерію Фішера та критерію Стьюдента; та непараметричних критеріїв Вальда-Вольфовітца; Бартлеса; а також критерій інверсії. За результатами статистичного моделювання встановлено, що із параметричних критеріїв найбільшою потужністю володіє критерій Стьюдента, а із непараметричних критеріїв – критерій інверсії. Розуміється, що такі висновки справедливі при виконанні припущень щодо вихідної статистичної моделі породження даних у вигляді суперпозиції лінійного тренду та випадкової складової як вибірки із генеральної сукупності незалежних та нормально розподілених випадкових величин, та відповідного алгоритму обробки відліків часових рядів для формування вирішувальної статистики. **Наукова новизна** отриманих результатів полягає у тому, що вперше розглянуто питання порівняння потужності параметричних та непараметричних критеріїв тренду та випадковості щодо застосовуваної моделі породження даних у вигляді лінійного тренду у суперпозиції з випадковою складовою. **Практична значущість** отриманих результатів полягає в тому, що результати досліджень дозволяють обрати відповідний критерій за його потужністю для вирішення прикладних завдань контролю технічного стану силових та енергетичних установок, що побудовані на основі газотурбінних двигунів.

Ключові слова: технічний стан; математичне моделювання; силові та енергетичні установки; газотурбінний двигун; часові ряди; статистична модель; критерій тренду.

Вступ

За стратегією експлуатації за технічним станом силових та енергетичних установок (СтаЕУ), що побудовані на основі газотурбінних двигунів (ГТД), їх стан встановлюється в системах контролю та діагностики (СКД) відповідними засобами шляхом вимірів

та аналізу багатовимірної сукупності параметрів стану.

За звичай, аналіз таких параметрів та співставлення із визначеними керівними документами щодо експлуатації дозволяє виконати попередній контроль відповідності щодо методів допускового контролю.

Але відпрацювання ресурсу ГТД в процесі експлуатації визначає необхідність визначення зміни його параметрів на деякому проміжку часу, що потребує визначення властивостей часових рядів зміни стану досліджуваних об'єктів.

Відповідно ISO 3977-9:1999 Gas turbines методи трендового аналізу рекомендуються для моніторингу технічного стану та прогнозу і/або діагностики можливих відмов, погіршення характеристик або необхідності в технічному обслуговуванні.

Найбільш важливим завданням щодо виконання рекомендованих нормативними документами вимог є обрання відповідних критеріїв випадковості та тренду, що відповідають прикладним застосуванням.

Тому порівняльний аналіз критеріїв випадковості та тренду за їх статистичними та динамічними характеристиками має важливе теоретичне та прикладне значення, оскільки дозволяє обрати та обґрунтувати відповідні трендові статистики, застосування яких дозволить підвищити достовірність статистичних висновків щодо технічного стану СтаЕУ, що побудовані на ГТД.

1. Формулювання проблеми

Загалом до статистик критеріїв випадковості та тренду щодо їх застосування в СКД пред'являється низка суперечливих вимог. Такі вимоги можуть бути розподілені на два класи: вимоги щодо статистичних характеристик, та вимоги щодо динамічних характеристик. Статистичні характеристики критеріїв визначаються ймовірностями похибок першого (хибне рішення) та другого роду (хибних тривог). Похибки другого роду визначають потік хибних тривог і їх значне значення суттєво знижує довіру до висновків СКД, оскільки може призвести до необґрунтованого зняття об'єкту з експлуатації, що супроводжується значними матеріальними витратами. Зазвичай, критерії випадковості та тренду розподіляються за такими похибками, оскільки базуються на опорній гіпотезі випадковості часового ряду, що дозволяє використати відомі методи прикладної статистики. Похибки першого роду (хибні рішення), тобто пропуск наявності тренду, коли він насправді існує, майже ніколи не аналізуються, оскільки теоретичні методи прикладної статистики не пропонують вирішення такого завдання. Але важливість встановлення статистичних характеристик похибок першого роду має непересічне значення, оскільки пропуск тренду може призвести взагалі до втрати об'єкту.

Встановлення рівня похибок першого роду (хибне рішення) становить значні труднощі щодо аналітичного аналізу, оскільки при наявності тренду (альтернативна гіпотеза) часовий ряд вже не може бути стаціонарним. Але саме статистичний рівень таких

похибок власне визначає потужність критеріїв наявності тренду в часових рядах. Тому має місце протиріччя між можливостями існуючих методів прикладної статистики щодо встановлення потужності критеріїв тренду, та затребуваними практикою вимогами щодо обґрунтованого вибору таких критеріїв.

Вимоги щодо динамічних характеристик загалом ґрунтуються на «швидкодії» відповідних статистик, під якою розуміється час, або число відліків від початку розвитку тренду до спрацювання критерію.

Дослідженню часових рядів та розробці методів їх аналізу присвячено низка фундаментальних робіт [1 - 6]. Математичні моделі процесів зміни параметрів, зміни технічного стану складних об'єктів у вигляді часових рядів є предметом низки прикладних досліджень [7 - 9]. У роботах [7, 10] розглянуто вирішення завдання оцінки параметрів статистик тренду та випадковості шляхом статистичного моделювання. Непараметричні критерії розглянуті в роботах [12 - 14].

Метою пропонованого дослідження є вирішення вказаного протиріччя шляхом статистичного моделювання часових рядів із лінійним трендом та застосуванням відомих статистик тренду та випадковості для встановлення їх емпіричних розподілів та оперативних характеристик для порівняння критеріїв тренду за їх потужністю.

2. Вирішення проблеми

2.1. Вихідні дані та обмеження

Дослідження виконано для вихідної статистичної моделі породження даних у вигляді суперпозиції лінійного тренду та випадкової складової як вибірки із генеральної сукупності незалежних та нормально розподілених випадкових величин, та відповідного алгоритму обробки відліків часових рядів для формування вирішувальної статистики. Вихідній моделі породження даних відповідає рис. 1.

Для характеристики співвідношення трендової та випадкової компоненти обрано наступний безрозмірний параметр

$$k_a = \frac{a \cdot N}{\sigma},$$

де $a = \text{const.}$ – темп зміни трендової компоненти,

N – вікно аналізу,

σ – СКВ випадкової складової.

В пропонованому дослідженні розглядається інтервал вказаного параметру між 1 та 3. Дійсно, якщо $k_a \leq 1$, зміщення тренду не виходить в кінці інтервалу аналізу за межі СКВ випадкової складової,

тобто тренд є досить помірним і візуально оператором не визначається. Якщо $k_a = 3$, то цей випадок означає, що зміщення тренду в кінці інтервалу аналізу виходить майже повністю за межі розмаху випадкової складової, тобто тренд є дуже суттєвим і безпосередньо може бути визначеним за його діаграмою.

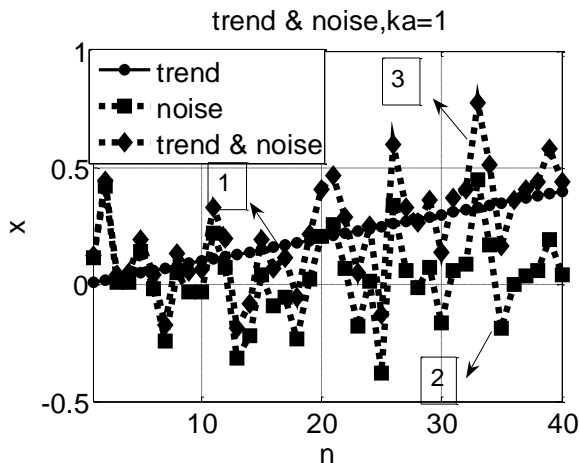


Рис. 1. Вибірка даних часового ряду та її компоненти при $k_a = 1$:
1 – трендова складова, 2 – випадкова складова,
3 – вибірка даних

Вказані межі параметру тренду відповідають певному компромісу між статистичними та динамічними характеристиками критеріїв.

Вигляд статистик, що відповідають параметричним критеріям, обрано за [7]. Для непараметричних критеріїв такий вигляд обрано за [12 - 14].

Статистичне моделювання виконане на вибірці довжиною в декілька сотні відліків часового ряду (не менше, ніж 200) з вікном аналізу у 20 відліків (ковзним та/або неперетинаючимся) на 500...2000 незалежних реалізаціях. Кількість реалізацій збільшувалась до забезпечення незмінності емпіричного розподілу відповідної досліджуваної статистики.

2.2. Порівняльний аналіз критеріїв випадковості та тренду за їх статистичними характеристиками

Детальне дослідження та порівняльний аналіз статистик випадковості та тренду виконано в [7] та інших роботах авторів, що присвячені розглянутій проблемі. Визначені оперативні характеристики критеріїв та встановлені переваги та обмеження їх застосування. Встановлені значні переваги критеріїв Стюдента з низки параметричних критеріїв, та критерію інверсій з низки непараметричних критеріїв, за їх потужністю. Відмінності вказаних критеріїв є дуже

суттєвими, що потребує встановлення причин такої відмінності. Таке дослідження може відкрити шлях до відшукування критеріїв випадковості та тренду, в рамках вказаних обмежень, що володіють найбільшою потужністю.

Подальший шлях досліджень спирається на встановлений теоретично та методом статистичного моделювання ефект нормалізації досліджуваних статистик при зростанні числа відліків. Для обраного вікна аналізу всі досліджувані статистики нормалізуються, за винятком кореляційного критерію, та критерію Стюдента. Для параметричних статистик аналітичні оцінки параметрів фінішного розподілу встановлені в [7]. Нормалізація статистики кореляційного критерію виконується перетворенням Фішера [11]. Статистика Стюдента не нормалізується на заданому вікні аналізу і потребує окремого дослідження. За умови нормалізації емпіричних розподілів вирішувальних статистик, їх властивості характеризуються виключно першими двома моментами. Слід зауважити, що нормалізованість статистик аналітично встановлена тільки за умови прийняття опорної гіпотези, а щодо альтернативи таких результатів ще не встановлено. Деякі оцінки встановлені лише в [7]. Тому можливо спиратись тільки на результати комп'ютерного експерименту. Звісно, із зростанням параметру тренду всі досліджувані статистики є дельта-подібними, але з різними значеннями параметра положення. Але в досліджуваному діапазоні параметру тренду, який є найбільш важливим щодо практичних застосувань, значення перших двох моментів емпіричних розподілів є суттєво різними для різних статистик.

Результати статистичного моделювання у вказаних умовах та обмеженнях для параметру тренду $k_a = 2$ у вигляді емпіричних розподілів вирішувальних статистик наведені на рис. 2, для параметричних статистик, та на рис. 3, для непараметричних статистик. Оскільки емпіричні розподіли апроксимовані нормальним розподілом, тому наведені результати мають лише якісний характер щодо встановлення впливу їх параметрів на можливу потужність критеріїв.

2.3. Аналіз результатів

Як це встановлено за результатами статистичного моделювання та аналітичних оцінок, визначним фактором щодо впливу на потужність критеріїв випадковості та тренду є зміщення параметру положення вирішувальних статистик при прийнятті альтернативної гіпотези., а саме, наявності лінійного тренду. Але, враховуючи змінну дисперсію таких статистик, пропонується в якості параметру селекції коефіцієнт

варіації. Дійсно, за зростанням потужності параметричні критерії розташовуються в такій послідовності: кореляційний, Фішера, Стьюдента. Непараметричні критерії розташовуються в такій послідовності: Бартелса, Вальда-Вольфовітца, критерій інверсій. Але саме в такій послідовності розташовуються статистики вказаних критеріїв за значенням емпіричного коефіцієнту варіації.

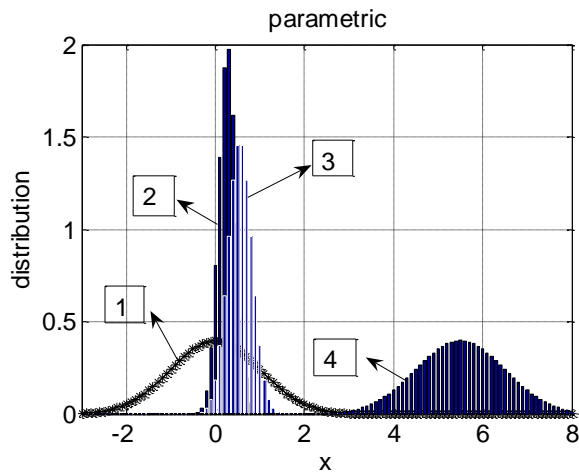


Рис. 2. Емпіричні апроксимовані розподіли вирішувальних статистик для параметричних статистик при $k_a = 2$:

1 – нормальний розподіл, 2 – статистика кореляційного критерію, 3 – статистика Фішера, 4 – статистика Стьюдента

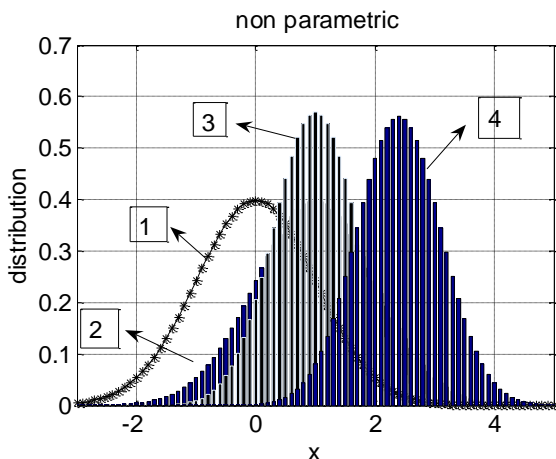


Рис. 3. Емпіричні апроксимовані розподіли вирішувальних статистик для непараметричних статистик при $k_a = 2$:

1 – нормальний розподіл, 2 – статистика Вальда-Вольфовітца, 3 – статистика Бартелса, 4 – статистика критерію інверсій

Висновки

Мета дослідження у вигляді вирішення вказаного протиріччя досягнута шляхом статистичного моделювання часових рядів із лінійним трендом та застосуванням відомих параметричних та непараметричних статистик тренду та випадковості для встановлення їх емпіричних розподілів і для порівняння критеріїв тренду за їх потужністю.

За вихідних умов та обмежень, перевагу мають статистики Фішера та Стьюдента серед параметричних, та статистика інверсій серед непараметричних статистик.

Встановлено визначне значення на потужність критеріїв тренду та випадковості параметра положення відповідних статистик, та коефіцієнту варіації, при прийнятті альтернативної гіпотези, а саме, наявності помірного лінійного тренду.

Перспективи подальших досліджень пропонуються у відшуканні критеріїв випадковості та тренду, в рамках вказаних обмежень, що володіють найбільшою потужністю

Внесок авторів: формулювання проблеми – **В. Ф. Миргород, І. М. Гвоздева**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **І. М. Гвоздева**; розробка методики – **В. Ф. Миргород, І. М. Гвоздева**; аналіз результатів досліджень – **В. Ф. Миргород, І. М. Гвоздева**.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

Література

1. Kendall, M. *The advanced theory of statistics [Text]* / M. Kendall, A. Stuart. – Hafner, New York, 1979. – Vol. 2. – 748 p.
2. Anderson, O. D. *Time series analysis and forecasting [Text]* / O. D. Anderson. – Butterworths, London, 1976. – 182 p.
3. Box, G. E. P. *Time series analysis: Forecasting and control [Text]* / G. E. P. Box, G. M. Jenkins. – Holden Day, San Francisco, 1976. – 575 p.
4. Montgomery, D. C. *Forecasting and time series analysis [Text]* / D. C. Montgomery, L. A. Johnson, J. S. Gardiner. – McGraw-Hill, New York, 1990. – 381 p.
5. Shumway, R. H. *Applied statistical time series analysis [Text]* / R. H. Shumway. – Prentice Hall, New York, 1988. – 384 p.
6. Wei, W. W. *Time series analysis: Univariate and multivariate methods [Text]* / W. W. Wei. – Addison-Wesley, New York, 1989. – 640 p.
7. Hvozdeva, I. *The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State [Text]* / I. Hvozdeva, V. Myrhorod, Y. Derenh // AMIT-ANS'17, AIP Conf. Proc. American Institute of Physics,

Melville, NY. – 2017. – Vol. 1895, Iss. 1. – Article No. 030002. DOI: 10.1063/1.5007361.

8. Myrhorod, V. *Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution [Text]* / V. Myrhorod, I. Hvozdeva, V. Demirov // *AMiTaNS'18, AIP Conf. Proc. American Institute of Physics, Melville, NY. – 2018. – Vol. 2025, Iss. 1. – Article No. 040011. DOI: 10.1063/1.5064895.*

9. Myrhorod, V. *Two-dimensional trend analysis of time series of complex technical objects diagnostic parameters [Text]* / V. Myrhorod, I. Hvozdeva, Y. Derenh // *11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences. AMiTaNS'19, AIP Conference Proceedings. – 2019. – Vol. 2164, Iss. 1. – Article No. 060013. DOI: 10.1063/1.5130815.*

10. Veretenikova, I. V. *Criteria of Test against Absence of Trend in Dispersion Characteristics [Text]* / I. V. Veretenikova, B. Y. Lemeshko // *IFOST-2016: Information and Communication Technologies. – 2016. – P. 333-337.*

11. Korn, G. A. *Mathematical Handbook [Text]* / G. A. Korn, T. M. Korn. – McGraw-Hill Book, 1968. – 832 p.

12. Wald, A. *An exact test for randomness in the non-parametric case based on serial correlation [Text]* / A. Wald, J. Wolfowitz // *AMS. – 1943. – Vol. 14. – P. 378-388.*

13. Bartels, R. *The rank version of von Neumann's ratio test for randomness [Text]* / R. Bartels // *JASA. – 1982. – Vol. 77, Iss. 377. – P. 40-46.*

14. Himmelblau, D. M. *Process Analysis by Statistical Methods [Text]* / D. M. Himmelblau. – John Wiley and Sons, Inc., New York, 1970. – 958 p.

References

1. Kendall, M. & Stuart, A. *The advanced theory of statistics.* Hafner, New York, 1979, vol. 2. 748 p.

2. Anderson, O. D. *Time series analysis and forecasting.* Butterworths, London, 1976. 182 p.

3. Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. *Time series analysis: Forecasting and control.* Holden Day, San Francisco, 1976. 575 p.

4. Montgomery, D. C., Johnson, L. A. & Gardner, J. S. *Forecasting and time series analysis.* McGraw-Hill, New York, 1990. 381 p.

5. Shumway, R. H. *Applied statistical time series analysis.* Prentice Hall, New York, 1988. 384 p.

6. Wei, W. W. *Time series analysis: Univariate and multivariate methods.* Addison-Wesley, New York, 1989. 640 p.

7. Hvozdeva, I., Myrhorod, V. & Derenh, Y. *The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State. AMiTaNS'17, AIP Conf. Proc., edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY, 2017, vol. 1895, article no. 030002. DOI: 10.1063/1.5007361.*

8. Myrhorod, V., Hvozdeva, I. & Demirov, V. *Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution. AMiTaNS'18, AIP Conf. Proc. American Institute of Physics, Melville, NY, 2018, vol. 2025, article no. 040011. DOI: 10.1063/1.5064895.*

9. Myrhorod, V., Hvozdeva, I. & Derenh, Y. *Two-dimensional trend analysis of time series of complex technical objects diagnostic parameters. 11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'19, AIP Conference Proceedings, 2019, vol. 2164, no. 1, article no. 030013. DOI: 10.1063/1.5130815.*

10. Veretenikova, I. V. & Lemeshko, B. Y. *Criteria of Test against Absence of Trend in Dispersion Characteristics. IFOST-2016: Information and Communication Technologies, 2016, pp. 333-337.*

11. Korn, G. A. & Korn, T. M. *Mathematical Handbook.* McGraw-Hill Book, 1968. 832 p.

12. Wald, A. & Wolfowitz, J. *An exact test for randomness in the non-parametric case based on serial correlation. AMS, 1943, vol. 14, pp. 378-388.*

13. Bartels, R. *The rank version of von Neumann's ratio test for randomness. JASA, 1982, vol. 77, no. 377, pp. 40-46.*

14. Himmelblau, D. M. *Process Analysis by Statistical Methods.* John Wiley and Sons, Inc., New York, 1970. 474 p.

Надійшла до редакції 02.05.2023, розглянута на редколегії 08.08.2023

COMPARISON OF THE STRENGTH OF TREND PRESENCE CRITERIA IN TIME SERIES

Volodymyr Myrhorod, Iryna Hvozdeva

The subject of research is methods, mathematical models, and methods of continuous analysis of a multidimensional set of output variables and state variables of power and energy installations built on the basis of gas turbine engines, which in general constitute time series. **The purpose of this work** is to establish the power of trend and randomness criteria by statistical modeling of time series with a linear trend and the use of known trend and randomness statistics to establish their empirical distributions and operational characteristics for comparing trend criteria by their power. **The tasks** faced by the developers were to determine the empirical distributions of known parametric and non-parametric trend statistics when applying the linear trend model in superposition with a random component, and set the level of errors of the first kind (false solution), with a given level of errors of the second kind (false anxiety). **The methods** that were used to achieve the established goal of the research: general methods of trend analysis, methods of applied statistics, and methods of conducting computer experiments. **The results** of the research provide a rationale for the approach to establishing the power of known criteria of trend and randomness. The limitation of the

known methods of applied statistics is that it is theoretically only possible to refute the hypothesis regarding the randomness of the initial data at a certain level of significance, which determines the level of errors of the second kind (false alarms). Establishing the level of errors of the first kind (wrong decision) poses significant difficulties, because in the presence of a trend, the time series can no longer be stationary. But it is the statistical level of such errors that actually determines the strength of the criteria for the presence of a trend in the time series. The resolution of this contradiction is proposed by means of statistical modeling of time series with a linear trend and the use of well-known trend and randomness statistics to establish their empirical distributions and operational characteristics and to compare trend criteria according to their power. Statistical modeling was performed for a number of trend and randomness statistics, namely: the most common parametric statistics: correlation criterion and its modifications, Fisher's criterion, and Student's criterion; and non-parametric Wald-Wolfowitz criteria; Bartles; as well as the inversion criterion. According to the results of statistical modeling, it was established that the Student's criterion is the most powerful of the parametric criteria, and the inversion criterion is the most powerful of the non-parametric criteria. It is understood that such conclusions are valid when the assumptions regarding the initial statistical model of data generation in the form of a superposition of a linear trend and a random component as a sample from the general population of independent and normally distributed random variables and the corresponding algorithm for processing time series counts for the formation of decisive statistics are fulfilled. **The scientific novelty** of the obtained results lies in the fact that for the first time, the issue of comparing the power of parametric and non-parametric criteria of trend and randomness with respect to the applied model of data generation in the form of a linear trend in superposition with a random component was considered. **The practical significance** of the obtained results lies in the fact that the research results make it possible to choose an appropriate criterion based on its power for solving applied tasks of monitoring the technical condition of power and energy installations built on the basis of gas turbine engines.

Keywords: technical condition; mathematical modeling; power and energy installations; gas turbine engine; time series; statistical model; trend criteria.

Миргород Володимир Федорович – д-р техн. наук, старш. наук. співроб., АТ «Елемент», Одеса, Україна.

Гвоздева Ірина Маратівна – д-р техн. наук, проф., зав. каф., Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна.

Volodymyr Myrhorod – Doctor of Science, JSC Element, Odessa, Ukraine,
e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8361-1672.

Iryna Hvozdeva – Doctor of Science, Professor, Head of Department, Odessa Maritime Academy, Odessa, Ukraine,
e-mail: onopchenko.im@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5797-0559.