

УДК 621.452.3-55:004.942.052.3

doi: 10.32620/akt.2023.4sup1.08

В. Ф. МИРГОРОД<sup>1</sup>, І. М. ГВОЗДЕВА<sup>2</sup><sup>1</sup> АТ «Елемент», Одеса, Україна<sup>2</sup> Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна

## МЕТОДИКА НАБЛИЖЕНОГО СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРІВ ЗА УМОВ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ РОБАСТНОСТІ

**Предмет досліджень** – Методи, математичні моделі та методика налаштування регуляторів систем автоматичного управління керованою зміною стану силових та енергетичних установок на основі газотурбінних двигунів. **Метою роботи** є розробка та застосування методики наближеного синтезу регуляторів, що володіють властивостями робастності, зокрема, до найбільш важливого показника якості систем автоматичного керування газотурбінними двигунами, а саме, запасів сталості. **Завдання**, що стояли перед розробниками, полягали у встановленні в аналітичному вигляді умов робастності систем автоматичного керування газотурбінними двигунами щодо запасів сталості, визначенні можливостей забезпечення встановлених умов робастності систем автоматичного керування газотурбінними двигунами щодо запасів сталості за допомогою класичних пропорційно-диференційно-інтегральних регуляторів, проведення комп'ютерного експерименту за допомогою спрощеної моделі газотурбінного двигуна та системи автоматичного управління з робастним регулятором, отриманні умов та обмежень щодо застосування регуляторів, що володіють властивостями робастності. **Методи**, що були застосовані для досягнення встановленої мети дослідження: методи моделювання керованою зміною стану силових та енергетичних установок на основі газотурбінних двигунів; методи теорії автоматичного управління, зокрема методи теорії чутливості; методи проведення комп'ютерних експериментів. **Результати** досліджень становлять запропонована та підтверджена математичним моделюванням методика наближеного синтезу регуляторів, що володіють властивостями робастності, зокрема, до найбільш важливого показника якості систем автоматичного керування газотурбінними двигунами, а саме, запасів сталості. Встановлені умови та обмеження виконання умов робастності за допомогою класичних пропорційно-диференційно-інтегральних регуляторів. **Наукова новизна** отриманих результатів полягає у тому, що вперше розглянуто питання чутливості показників сталості та якості систем автоматичного керування газотурбінними двигунами щодо зміни параметрів об'єкту, запропоновано підхід, щодо забезпечення робастності таких систем за допомогою відповідних налаштувань класичних пропорційно-диференційно-інтегральних регуляторів режимних параметрів об'єкту. **Практична значущість** отриманих результатів полягає в тому, що запропонована методика дозволяє знайти множину налаштувань пропорційно-диференційно-інтегральних регуляторів режимних параметрів керованою зміною стану силових та енергетичних установок на основі газотурбінних двигунів, що забезпечують стабілізацію показників сталості при зміні параметрів об'єкту.

**Ключові слова:** математичне моделювання; силові та енергетичні установки; газотурбінний двигун; регулятор; робастність.

### Вступ

Створення нових зразків силових та енергетичних установок (СтаЕУ), зокрема, на основі газотурбінних двигунів (ГТД), супроводжується побудовою відповідних систем автоматичного управління (САУ). Синтез та реалізація таких систем (регуляторів) становить самостійне науково-прикладне завдання, оскільки керовані об'єкти є багаторежимними, і тому їх динамічні характеристики змінюються відповідно зміні режимів функціонування. За умови багатомірності об'єкту застосовуються різноманітні принципи побудови САУ, але досі найбільш поширеним є засіб регулювання складних багатовимірних об'єктів керування, якими є газотурбінні дви-

гуни, що заснований на принципі селектору мінімуму витрат палива. При реалізації такого підходу окремі контури регулювання вихідних змінних містять класичні пропорційно-диференційно-інтегральні (ПІД) регулятори, які потребують певного налаштування. Вирішення вказаного завдання загалом становить складне питання багатовимірної оптимізації в умовах обмежень та невизначеності. Існуючі, та вживані інженерні методики налаштування класичних ПІД – регуляторів загалом дозволяють знайти деяке наближення вирішення такого завдання, але тільки за умови стаціонарності параметрів об'єкту. Багаторежимність об'єкту керування, що супроводжується зміною його динамічних характеристик, продукує

протиріччя між затребуваними рішеннями та можливими за стандартними методиками синтезу регуляторів.

Тому дослідження методів та засобів удосконалення методик синтезу регуляторів керованої зміни стану ГТД, що враховують зміну його динамічних характеристик, є актуальним та важливим науково-прикладним завданням.

## 1. Формулювання проблеми

Газотурбінний двигун у складі СтаЕУ, з точки зору теорії автоматичного регулювання, є складним багатовимірним нелінійним багаторежимним об'єктом. Проектування ПІД-регуляторів зміни стану таких об'єктів, зокрема, що застосовуються в гілках селектору, є визначним щодо забезпечення затребуваних показників сталості та якості перехідних процесів САУ.

Зміна динамічних характеристик об'єкту загалом диктує необхідність зміни параметрів регулятора. Але є альтернативний засіб, що ґрунтується на теорії робастності, яка дозволяє, в певних межах, забезпечити незначну чутливість параметрів сталості та якості САУ при зміні параметрів об'єкту за допомогою відповідних налаштувань ПІД – регуляторів.

Багаторежимність об'єкту керування, що супроводжується зміною його динамічних характеристик, продукує протиріччя між затребуваними рішеннями та можливими за стандартними методиками синтезу регуляторів.

Найбільш детально методи побудови робастних САУ розглянуті в роботі [1]. У вказаній роботі запропоновані показники ступеню робастності відповідних систем. Сучасні підходи до побудови робастних САУ розглянуті в працях [2-6]. Загальним недоліком запропонованих підходів є складність їх застосування при вирішенні практичних завдань

Метою запропонованого дослідження є вирішення вказаного протиріччя, що пропонується шляхом застосування методики наближеного синтезу регуляторів, що володіють властивостями робастності, зокрема, до найбільш важливого показника якості систем автоматичного керування газотурбінними двигунами, а саме, запасів сталості.

## 2. Вирішення проблеми

### 2.1. Методика наближеного синтезу регуляторів

Далі вважається, що САУ складається з ПІД – регулятора та незмінної частини у складі підсистеми паливної автоматики (виконавчий пристрій) і власне

об'єкту керування у вигляді ГТД, що замкнена жорстким зворотнім зв'язком по регульованій змінній. Основна гіпотеза запропонованого дослідження складається в тому, найвищі показники нечутливості може мати така САУ, в якій регулятор забезпечує перший перетин амплітудно-фазової характеристики (АФЧХ) розімкненої системи уявної вісі у лівій напівплощині під прямим кутом. Довільні інші кути перетину, вочевидь, призводять до збільшення чутливості запасів сталості від зміни параметрів САУ. Для забезпечення запасів сталості така точка перетину АФЧХ повинна мати абсцису меншу, щодо критичної точки межі сталості з координатами  $(-1, j0)$ .

Перевіркою виконання умов робастності пропонується за допомогою побудови логарифмічної амплітудно-частотної характеристики (ЛАЧХ) розімкненої системи щодо регулятора, який повинен забезпечити нахил бажаної ЛАЧХ незмінної частини розімкненої САУ в області перетину вісі частот не більше, ніж 20 db/dec.

Таким чином, теоретичні засади запропонованої методики відшукування умов робастності САУ щодо запасів сталості має наступний вигляд.

По-перше, знаходяться рішення наступного рівняння відносно частоти перетину уявної вісі АФЧХ  $W_r(j\omega)$  розімкненої САУ

$$\text{Im}\{W_r(j\omega)\} = 0.$$

Рішення такого рівняння відносно частоти мають деяку множину коренів, з яких обирається таке значення частоти  $\omega_k$  перетину вісі у лівій напівплощині, що є найменшим.

По-друге, знаходяться рішення наступного рівняння відносно параметрів регулятора

$$\left(\frac{\partial}{\partial \omega}\{W_r(j\omega)\}\right)_{\omega=\omega_k} = 0.$$

Для пропорційного регулятора таке рівняння може мати один корінь, або взагалі не мати коренів. Але такий випадок не має практичного застосування. Для ПІ – регулятора таке рівняння дає залежність параметрів, що відповідає виконанню умов робастності. Таку залежність доцільно навести на площині параметрів пропорційної та інтегральної складових разом з межею гарантованої сталості для обрання раціонального сполучення параметрів. Якщо вказана залежність не знаходиться в межах області гарантованої сталості, рішення поставленого завдання не існує і потрібно обрати більш складний ПІД – регулятор. Але, в такому випадку, залежність параметрів, що ві-

дповідаеть виконанню умов робастності, становить поверхню, що ускладнює відшукування їх раціонального сполучення.

Слід вказати, що забезпечення робастних властивостей САУ ще не гарантує виконання вимог щодо якості перехідних процесів. Більш того, неважко встановити, що найкращими показниками робастності володіють перехідні процеси коливального характеру. Але таке явище не є перешкодою для забезпечення необхідних властивостей САУ.

Послідовність дій, що складає пропоновану методику наближеного синтезу регуляторів, що володіють властивостями робастності, складається в наступному:

- виконується комп'ютерне моделювання досліджуваної САУ, що включає об'єкт регулювання, виконавчий пристрій та класичний ПД – регулятор, налаштований за типовою методикою;

- встановлюється багатовимірний простір параметрів ПД – регулятору, що задовольняє встановленим запасам сталості;

- в багатовимірній області параметрів ПД – регулятору, що задовольняють встановленим запасам сталості, розглядається її підмножина, яка відповідає точці перетину амплітудно-фазової частотної характеристики (АФЧХ) розімкненої системи з регулятором вісі уявних значень у лівій її площині;

- у вказаній підмножині параметрів ПД – регулятору знаходяться запаси сталості по амплітуді, та умови робастності: уявна частина АФЧХ є тотожно нуль, часткова похідна модуля АФЧХ за частотою також тотожно нуль, що забезпечує перший перетин АФЧХ уявної вісі під кутом в 90 град.;

- вказані умови надають рівняння, що зв'язує параметри регулятору, що можуть забезпечити його робастність. Виконується додаткова перевірка збіжності результатів моделювання для різних параметрів ПД – регулятору;

- за позитивним результатом перевірки встановлюються межі застосування в САУ робастного регулятору.

## 2.2. Перше прикладне завдання

Для апробації пропонованої методики наближеного синтезу регуляторів, що володіють властивостями робастності, обрано САУ регулювання параметрів тривального ТРДД, математичний опис якого прийнятий у вигляді кусково-лінійної динамічної моделі (КЛДМ) розробки С. В. Єпіфанова та його школи. Деяке спрощення вказаної ММ становить в тому, що використовується лише розподіл власних значень супровідної матриці характеристичного поліному, що відповідає полюсам передатної функції об'єкту. Такий розподіл наведено на рис. 1.

Таким чином об'єкт керування в області номінальних режимів має три корені характеристичного рівняння і може бути представлений ланкою третього порядку, що має послідовне з'єднання аперіодичної ланки та коливальної ланки. Система паливної автоматики вважається підсистемою, що налаштована на технічний оптимум.

Неважко бачити, що в області номінальних режимів параметри об'єкту мають змінні параметри, що, власне і обґрунтовує необхідність застосування робастних регуляторів.

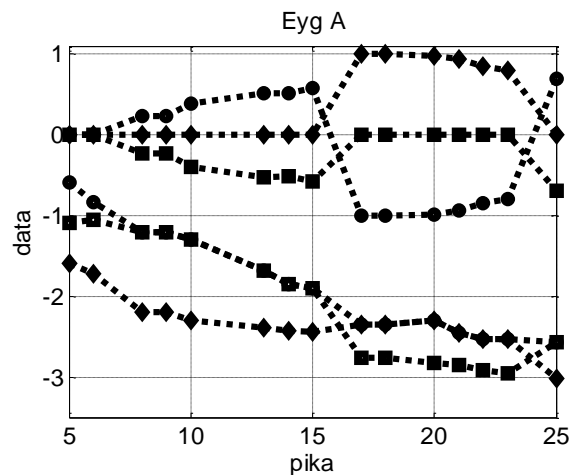


Рис. 1. Розподіл власних значень супровідної матриці характеристичного поліному в залежності від режиму ГТД по параметру ступеня підвищення тиску піка

Результати вирішення завдання синтезу робастного ПД – регулятору наведені на рис. 2 та рис. 3.

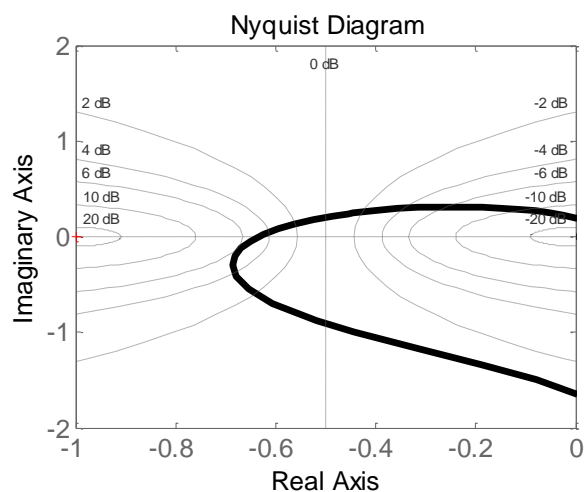


Рис. 2. Амплітудно-фазова частотна характеристика розімкненої САУ із статичною незмінною частиною

Як це встановлено за використанням пропонованої методики та багатовимірної оптимізації параметрів ПД – регулятора, вирішення поставленого завдання в області припустимих параметрів (невід’ємність та обмеженість) не існує.

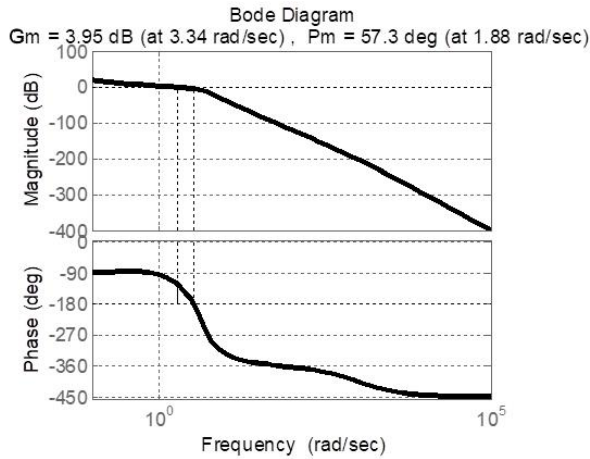


Рис. 3. Логарифмічні амплітудна та фазова частотні характеристики розімкненої САУ із статичною незмінною частиною

Цей досить парадоксальний результат має ясну інтерпретацію. Дійсно, для САУ, яка має незмінну частину без астатизму, максимум модуля АФЧХ з одночасним зсувом по фазі у 180 градусів можливий тільки за умови резонансу. Але такий резонанс виникає тільки на межі сталості. Забезпечення певних запасів сталості автоматично продукує розташування максимум модуля АФЧХ у 3-му квадранті. Таким чином точного виконання пропонованих умов робастності досягти неможливо. Але можливо досягти наближеного рішення поставленого завдання, що ілюструє рис. 4.

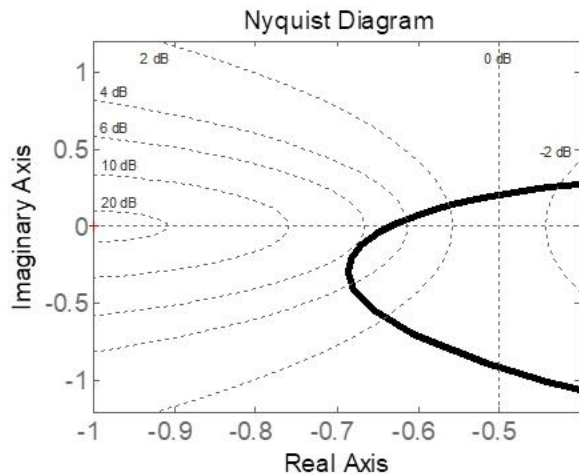


Рис. 4. Амплітудно-фазова частотна характеристика розімкненої САУ із статичною незмінною частиною в іншому масштабі

### 2.3. Друге прикладне завдання

На відміну від попереднього прикладу, розглядається САУ, яка має незмінну частину з астатизмом першого порядку. Такий вигляд має незмінна частина з інтегруючим виконавчим механізмом. Виконавчі механізми вказаного типу застосовуються в системах паливної автоматики ГТД невеликої та середньої потужності (тяги).

Результати вирішення завдання синтезу робастного ПД – регулятора наведені на рис. 5 – 7.

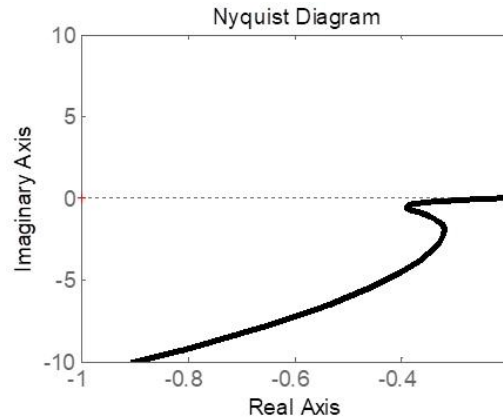


Рис. 5. Амплітудно-фазова частотна характеристика розімкненої САУ із астатичною незмінною частиною

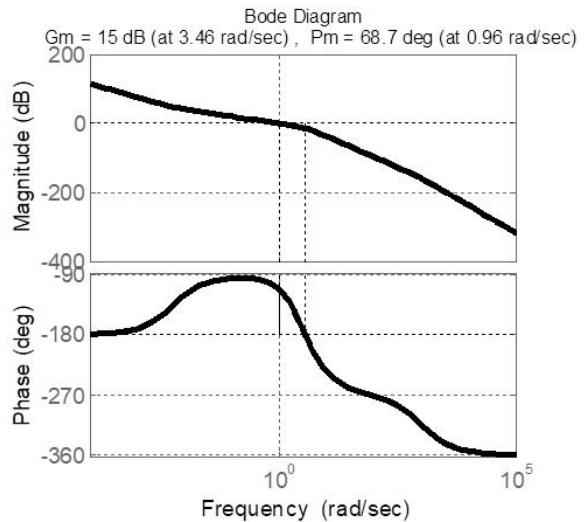


Рис. 6. Логарифмічні амплітудна та фазова частотні характеристики розімкненої САУ із астатичною незмінною частиною

Як це встановлено за використанням пропонованої методики та багатовимірної оптимізації параметрів ПД – регулятора, вирішення поставленого завдання в області припустимих параметрів може бути встановлено.

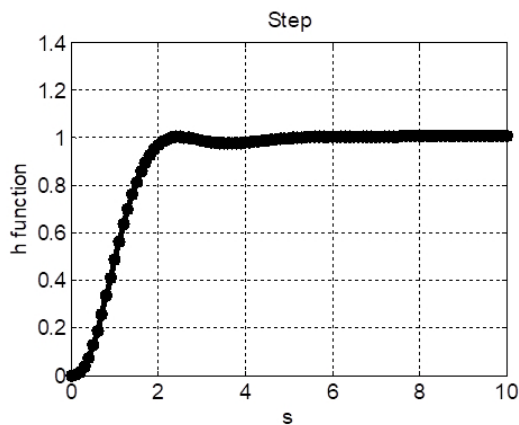


Рис. 7. Перехідна характеристика робастної САУ із астатичною незмінною частиною

### Висновки

Мета дослідження у вигляді побудови методики наближеного синтезу регуляторів, що володіють властивостями робастності, зокрема, до найбільш важливого показника якості систем автоматичного керування газотурбінними двигунами, а саме, запасів сталості, досягнута шляхом аналітичного обґрунтування умов робастності та вирішенням низки прикладних завдань.

Перспективи подальших досліджень пропонуються у застосуванні пропонованої методики на клас цифрових систем регулювання параметрами ГТД.

**Внесок авторів:** формулювання проблеми – **В. Ф. Миргород, І. М. Гвоздева**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **І. М. Гвоздева**; розробка методики – **В. Ф. Миргород, І. М. Гвоздева**; аналіз результатів досліджень – **В. Ф. Миргород, І. М. Гвоздева**.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

Надійшла до редакції 12.05.2023, розглянута на редколегії 08.08.2023

## METHOD OF APPROXIMATE SYNTHESIS OF REGULATORS UNDER THE CONDITIONS OF ENSURING ROBUSTNESS PROPERTIES

*Volodymyr Myrhorod, Iryna Hvozdeva*

**The subject of research** – Methods, mathematical models, and methods of adjustment of regulators of automatic control systems with controlled changes in the state of power and energy installations based on gas turbine engines. **The purpose of this study** is to develop and apply a method of approximate synthesis of regulators with robustness properties, in particular, to the most important indicator of the quality of automatic control systems of gas turbine engines, namely stability reserves. **The tasks** faced by the developers consisted in analytically establishing the robustness conditions of gas turbine engine automatic control systems with respect to stability reserves, determining the possibilities of ensuring the established robustness conditions of gas turbine engine automatic control systems with respect to stability reserves using classical proportional-differential-integral regulators, conducting a computer experiment using a simplified model of a gas turbine engine and an automatic control system with a robust regulator, obtaining conditions and restrictions on the use of regulators with robustness properties. **The methods** that were used

### Література

1. Dorf, R. C. *Modern Control Systems* [Text] / R. C. Dorf, R. H. Bishop // Prentice Hall. – 2004. – 832 p.
2. Dullerud, G. E. *A Course in Robust Control Theory: A Convex Approach* [Text] / G. E. Dullerud, F. Paganini. – Springer Verlag, New York, 2000. – 417 p. ISBN 0-387-98945-5.
3. *Robust Control-The Parametric Approach* [Text] / S. P. Bhattacharyya, L. H. Keel, H. Chapellat, L. H. Keel. – Prentice Hall PTR, 1995. – 672 p. ISBN 0-13-781576-X.
- 4., Zhou, K. *Essentials of Robust Control* [Text] / Kemin Zhou, John C. Doyle. – Prentice Hall, 1999. – 430 p. ISBN 0-13-525833-2.
5. Morari, M. *Robust Process Control* [Text] / M. Morari, E. Zafiriou. – Prentice Hall, 1989. – 76 p. ISBN 0-13-782153-0.
6. Mahmoud, Magdi S. *Robust Control and Filtering for Time-Delay Systems* [Text] / Magdi S. Mahmoud, Neil Munro. – Marcel Dekker Inc., 1989. – 449 p. ISBN 0-8247-0327-8.

### References

1. Dorf, R. C. & Bishop, R. H. *Modern Control Systems*. Prentice Hall, 2004. 832 p.
2. Dullerud, G. E. & Paganini, F. *A Course in Robust Control Theory: A Convex Approach*. Springer Verlag. New York, 2000. 417 p. ISBN 0-387-98945-5.
3. Bhattacharyya, S. P., Keel, L. H., Chapellat, H. & Keel, L. H. *Robust Control-The Parametric Approach*. Prentice Hall PTR, 1995. 672 p. ISBN 0-13-781576-X.
- 4., Kemin, Zhou. & Doyle, John C. *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, 1999. 430 p. ISBN 0-13-525833-2.
5. Morari, M. & Zafiriou, E. *Robust Process Control*. Prentice Hall, 1989. 76 p. ISBN 0-13-782153-0.
6. Mahmoud, M. S. & Munro, N. *Robust Control and Filtering for Time-Delay Systems*. Marcel Dekker Inc, 1989. 449 p. ISBN 0-8247-0327-8.

to achieve the established goal of the research: methods of modeling the controlled change in the state of power and energy installations based on gas turbine engines; methods of automatic control theory, in particular methods of sensitivity theory; and methods of conducting computer experiments. **The results** of the research constitute the proposed and mathematical modeling method of approximate synthesis of regulators possessing the properties of robustness, in particular, to the most important indicator of the quality of automatic control systems of gas turbine engines, namely stability reserves. The conditions and limitations of the fulfillment of the robustness conditions using classical proportional-differential-integral regulators are established. **The scientific novelty** of the obtained results lies in the fact that for the first time the issue of the sensitivity of stability and quality indicators of gas turbine engine automatic control systems to changes in object parameters was considered, and an approach was proposed to ensure the robustness of such systems with the help of appropriate settings of classical proportional-differential-integral regulators mode parameters of the object. **The practical significance** of the obtained results lies in the fact that the proposed technique allows finding a set of settings of proportional-differential-integral regulators of mode parameters by controlled change in the state of power and energy installations based on gas turbine engines, which ensure stabilization of sustainability indicators when the object parameters change.

**Keywords:** mathematical modeling; power and energy installations; gas turbine engine; regulator; robustness.

**Миргород Володимир Федорович** – д-р техн. наук, старш. наук. співроб., АТ «Елемент», Одеса, Україна.

**Гвоздева Ірина Маратівна** – д-р техн. наук, проф., зав. каф., Національний університет «Одеська морська академія», Одеса, Україна.

**Volodymyr Myrhorod** – Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher at JSC Element, Odessa, Ukraine, e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8361-1672.

**Iryna Hvozdeva** – Doctor of Technical Sciences, Professor of National University “Odessa Maritime Academy”, Odessa, Ukraine, e-mail: onopchenko.im@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5797-0559.